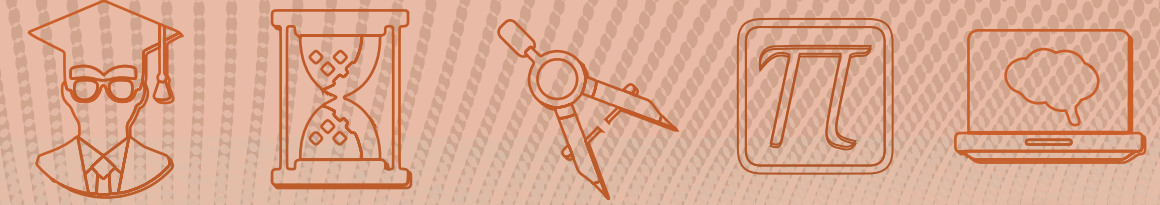
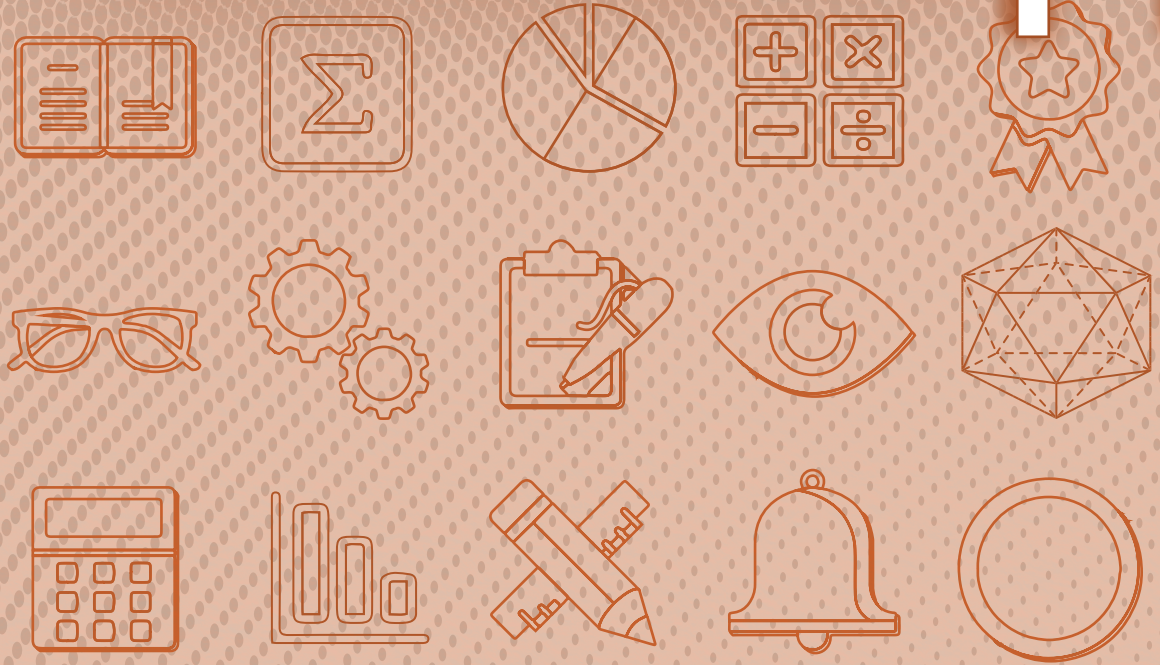




T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ



MATEMATİK 11



KAZANIM KAVRAMA
ETKİNLİKLERİ



T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KAZANIM KAVRAMA ETKİNLİKLERİ LİSTESİ



Telafi Eğitim Süreci ve Kazanım Kavrama Etkinlikleri

Küresel salgın nedeniyle dünyada ve ülkemizde her alanda birçok önlem alınmıştır. Bu önlemlerden biri de 16 Mart 2020 tarihi itibarıyla yüzyüze eğitim öğretime ara verilmesi olmuştur. Ancak yüzyüze eğitime ara verilse de eğitim süreci, hazırlanan dersler, içerikler ve materyallerin EBA TV ve EBA-internet aracılığıyla uzaktan eğitimle öğrencilere aktarılması yoluyla devam etmiştir.

Öğrencilere uzaktan eğitimle verilen derslerin kritik kazanımlarının yüzyüze verilmesi için Eylül ayında telafi eğitimi yapılacaktır. Telafi eğitimi, bütün bir dönemin eğitimi değil kısmi ve hızlandırılmış bir eğitim sürecidir. Bu süreçte öğrencilerin okula uyumuna, psikososyal desteğe, uzaktan eğitimde elde edilen kazanımların ve akademik ihtiyaç durumunun tespitine, temel derslerin telafisine yoğunlaşılması amaçlanmıştır.

Telafi eğitimi için temel derslerin kritik kazanımları belirlenerek kazanım kavrama etkinlikleri hazırlanmıştır. Etkinlikler etkili bir öğrenme deneyimi sağlayacak şekilde çeşitli türde sorulardan oluşturulmuştur. Bu etkinliklerle öğrencilerin, bilgiyi keşfetme, bütünleştirme, becerileri geliştirme ve başkalarıyla paylaşımları hedeflenmiştir.

Kazanım kavrama etkinlikleri kısıtlı zamanda gerçekleştirilecek olan telafi eğitiminde öğretmenlerin ders sürecini daha işlevsel hale getirmelerini, öğrencilerin ise derse etkin katılımını kolaylaştırarak, etkileşimli öğrenme ortamı sağlayacaktır. Kazanım kavrama etkinlikleriyle telafi eğitim sürecinin daha planlı, anlaşılır ve pratik şekilde yürütülmesi amaçlanmıştır.

KAZANIM KAVRAMA ETKİNLİKLERİ LİSTESİ

3. Fonksiyonlarda Uygulamalar

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
1	11.3.3.1.	Dönüşüm Yardımıyla Grafik Çizimi	3

4. Denklem ve Eşitsizlik Sistemleri

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
2	11.4.1.1. 11.4.2.1. 11.4.2.2.	Denklem ve Eşitsizlik Sistemleri	11

4. Çember ve Daire

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
3	11.5.1.1. 11.5.1.2.	Çemberin Temel Elemanları	19
4	11.5.2.1. 11.5.3.1.	Çemberde Açılar	27
5	11.5.4.1.	Çemberde Açılar	43
6	11.6.1.1.	Çemberde Açılar	51

7. Olasılık

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
7	11.7.1.1. 11.7.1.2. 11.7.1.3.	Koşullu, Bağımlı/Bağımsız Olasılıklar ve Bileşik Olaylar	65
8	11.7.2.1.	DeneySEL ve Teorik Olasılık	71



Konu	Dönüşüm Yardımıyla Grafik Çizimi	⌚ 40 + 40 dk.
Kazanımlar	11.3.3.1. Bir fonksiyonun grafiğinden, dönüşümler yardımı ile yeni fonksiyon grafikleri çizer.	
Gerekli Materyaller	Çalışma Kâğıdı	

1. Yönerge

Öteleme, bir nesnenin veya bir noktanın belli doğrultularda hareket ettirilmesiyle yer değiştirmesidir.

- $y = f(x) \pm c (c \in \mathbb{R}); f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenine doğrultusunda “ c ” birim ötelenmesi ile elde edilen grafiklerin fonksiyonlarıdır.
- $f(x \pm a), (a \in \mathbb{R}); f(x)$ fonksiyonunun x eksenine doğrultusunda a birim ötelenmesi ile elde edilen grafiklerin fonksiyonlarıdır.

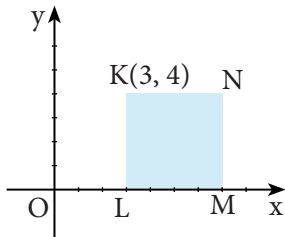
Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1

Dik koordinat düzleminde $A(-3, 2)$ noktasının 2 birim sağa, 3 birim aşağıya ötelenmesi ile oluşan noktayı bulunuz.

(Cevap: $A'(-1, -1)$)

Örnek 2



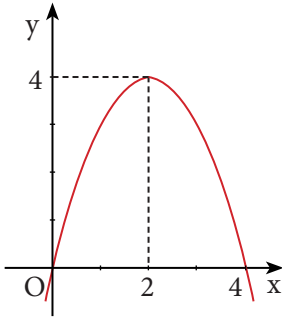
Dik koordinat sistemindeki verilen bir KLMN karesinin sol üst köşesinin koordinatı $K(3, 4)$ olarak verilmiştir.

Buna göre hangi ötelemeler uygulanırsa karenin ağırlık merkezi orijin olur?

(Cevap: 2 birim aşağıya ve 5 birim sola öteleme)



Örnek 3



Yukarıda ikinci dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Bu grafik yardımıyla $y = f(x - 1) - 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

(Cevap)

$f(x)$ fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar $x_1 = 0$ ve $x_2 = 4$ tür.

$f(x) = a \cdot (x - 0) \cdot (x - 4)$ ve $f(2) = 4$ olduğundan

$f(2) = a \cdot 2 \cdot (-2) \Rightarrow 4 = -4a \Rightarrow a = -1$ olup $f(x) = (-1) \cdot (x) \cdot (x - 4) = -x^2 + 4x$ olur.

$f(x - 1) - 3 = -(x - 1)^2 + 4(x - 1) - 3 = -x^2 + 2x - 1 + 4x - 4 - 3$

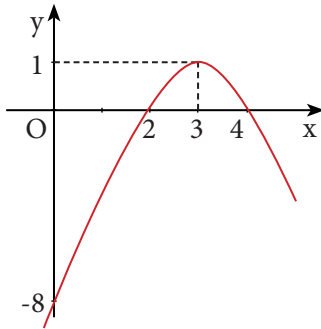
$f(x - 1) - 3 = -x^2 + 6x - 8$ bulunur. Bu fonksiyonun grafiği;

$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{-2} = 3$ ve $k = f(r) = -9 + 18 - 8 = 1$ olup $T(3, 1)$ dir.

$x = 0$ için $y = -8$

$y = 0$ için $-x^2 + 6x - 8 = 0 \Rightarrow (-x + 4) \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 4$ ve $x = 2$ olduğundan

fonksiyon x eksenini $(4, 0)$ ve $(2, 0)$ noktalarında keser.

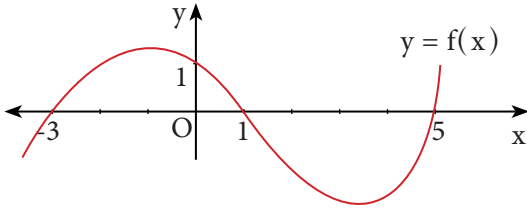


2. Yönerge

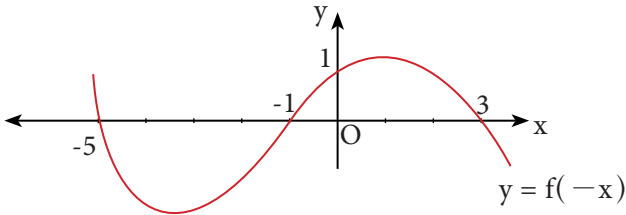
- Bir şeklin öteleme sonucundaki görüntüsü, bu şekle eş ve simetriktir. Bu tür simetriye öteleme simetrisi denir.
- Bir şeklin üzerindeki tüm noktaların herhangi bir doğruya (simetri eksen) göre eşit uzaklıkta yer alan noktaların bulunması sonucu elde edilen simetriye yansıma simetrisi denir.
- $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin x ve y eksenlerine göre simetrikleri $y = -f(x)$ ve $y = f(-x)$ fonksiyonlarıdır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

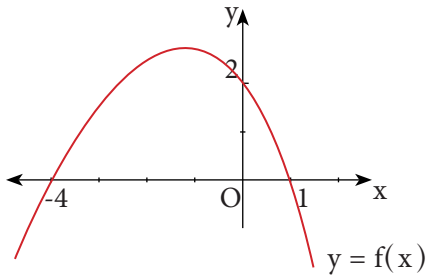
Örnek 4



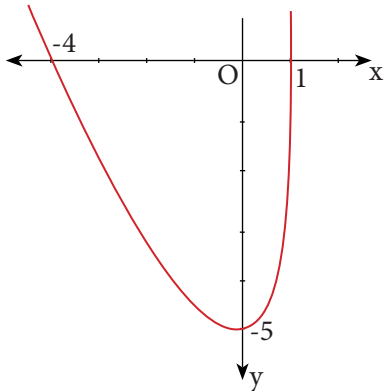
Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
(Cevap)



Örnek 5



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre $y = -f(x) - 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
(Cevap)





3. Yönerge

- $f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ fonksiyonunda $\forall x \in A$ için $f(-x) = -f(x)$ ise f fonksiyonu tek fonksiyondur.
 $\forall x \in A$ için $f(-x) = f(x)$ ise f fonksiyonu çift fonksiyondur.

• Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetrik.

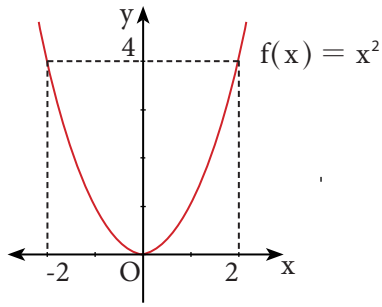
• Çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetrik.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

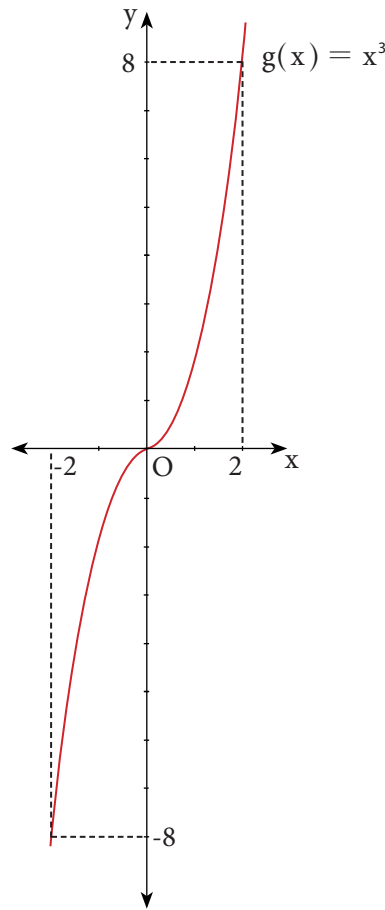
Örnek 6

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = x^3$ fonksiyonlarının grafiklerini çizerek tek veya çift fonksiyon olup olma durumlarını belirleyiniz.

(Cevap)

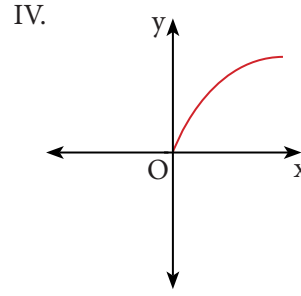
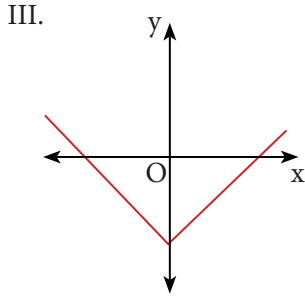
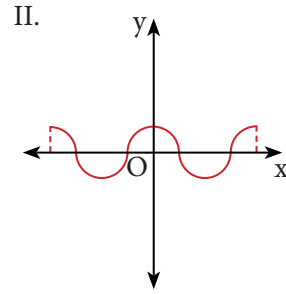
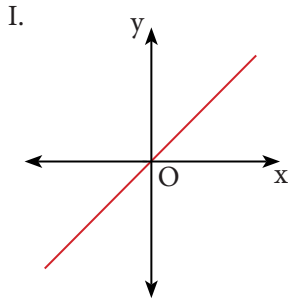


$f(x)$ fonksiyonu çift



$g(x)$ fonksiyonu tek

Örnek 7



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonların tek veya çift olup olma durumlarını belirleyiniz.

- (Cevap: I. Tek fonksiyon
II. Çift fonksiyon
III. Çift fonksiyon
IV. Ne tek ne çift fonksiyon)

4. Yönerge

- $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlanan $y = f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}^+$) olmak üzere $y = k \cdot f(x)$ ($k > 0$) fonksiyonunun çiziminde k büyüdükçe grafiğin kolları y eksenine yaklaşırken $n \in \mathbb{Z}^-$ verildiğinde $y = k \cdot f(x)$ fonksiyonunun çiziminde k büyüdükçe grafiğin kolları x ve y ekseninden uzaklaşır.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlanan $y = f(x)$ ve $y = k \cdot f(x)$ ($k > 0$) fonksiyonlarının grafikleri çizildiğinde x eksenini kestiği noktaların değişmediği görülür.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlanan $y = f(x)$ ve $y = f(k \cdot x)$ ($k > 0$) fonksiyonlarının grafikleri çizildiğinde y eksenini kestiği noktaların değişmediği görülür.

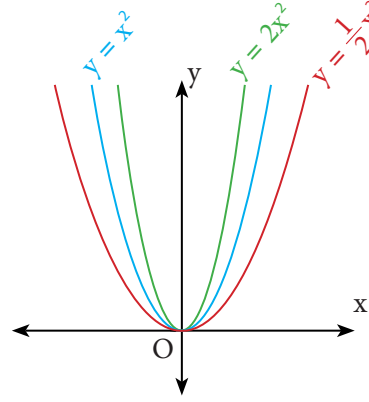
Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.



Örnek 8

$y = 2x^2$, $y = x^2$ ve $y = \frac{1}{2}x^2$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz. Grafiklerin kollarını gözlemleyiniz aralarındaki ilişkiyi bulunuz.

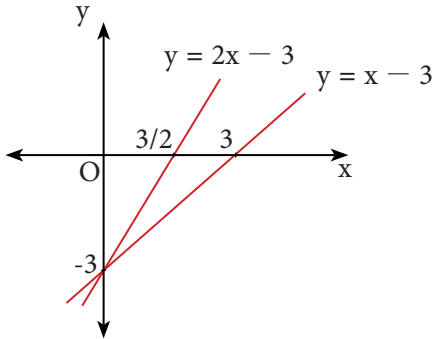
(Cevap: Bu fonksiyonların hepsinin x eksenini kestiği noktalar aynıdır.)



Örnek 9

$y = f(x) = x - 3$ ve $y = f(2x)$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz ve aralarındaki ilişkiyi tespit ediniz.

(Cevap)



Bu fonksiyonların y eksenini kestiği noktalar aynıdır.

Ölçme – Değerlendirme

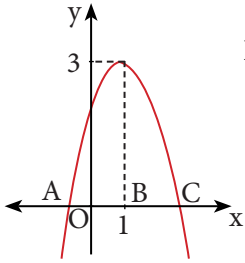
Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



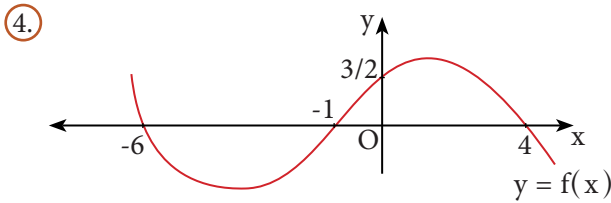
ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. $f(x) = (x - 2)^3$ fonksiyonu $g(x) = x^3 + 3$ fonksiyonunun hangi yöne, ne kadar ötelenmesiyle oluşturulmuştur?

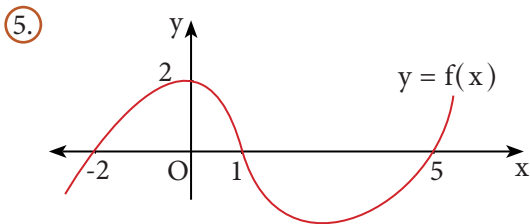
2. $|AB| = |BC|$ olduğuna göre yandaki grafikte verilen f fonksiyonunun kuralını yazınız.



3. $f(x) = \frac{4}{x^4} + 2$ fonksiyonunun 2 birim sola, 6 birim aşağı ötelenmesiyle oluşan fonksiyonu bulunuz.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre $y = f(2x)$ ve $y = f(4x)$ fonksiyonlarının grafiklerinin y eksenini kestiği noktaların ordinatları toplamı kaçtır?

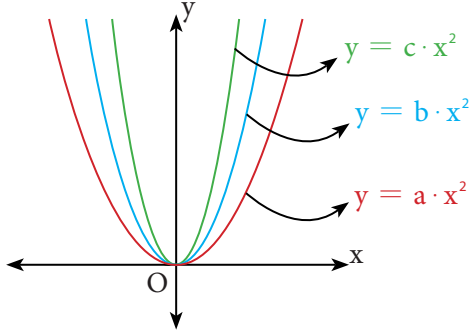


Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre $y = 100 \cdot f(x)$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsileri toplamı kaçtır?



6. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ fonksiyonunun y eksenine göre simetriği olan fonksiyon $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ olduğuna göre $a \cdot b \cdot c \cdot d$ kaçtır?

7.



Yanda verilen fonksiyon grafiklerinde bulunan a , b ve c katsayılarını büyükten küçüğe sıralayınız.

8.

$$f(x) = 2^x - 2^{-x}$$

$$g(x) = x^2 - 2$$

$$t(x) = x^5 + x^3 + x$$

$$r(x) = 2^x - x$$

Yukarıdaki fonksiyonların tek veya çift fonksiyon olup olma durumlarını tespit ediniz.

9.

$f(x)$ tek fonksiyondur. $f(-x) - f(x) = g(x) + x - 1$ ve $g(2) = 3$ olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?

10.

$f(x) = x^2 - 4x + 6$ kuralı ile verilen fonksiyonun grafiğini hangi fonksiyon yardımı ile öteleme yapılarak çizilebilir? Öteleme işlemlerini belirtiniz.



Konu	Denklem ve Eşitsizlik Sistemleri	⌚ 40 + 40 + 40 + 40 dk.
Kazanımlar	11.4.1.1. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulur. 11.4.2.1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulur. 11.4.2.2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulur.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

a, b, c, d, e, f birer gerçekte sayı ve a, b, c sayılarından en az ikisi sıfırdan farklı olmak üzere

- $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ biçimindeki denklemlere **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler** dendiği,
- İki bilinmeyen içeren ve en az birinin ikinci dereceden olduğu birden fazla denklemden oluşan sisteme **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denildiği,
- Denklem sistemini sağlayan (x, y) biçimindeki gerçekte sayı ikililerinin oluşturduğu kümenin bu denklem sisteminin çözüm kümesini oluşturduğu,
- İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini cebirsel yoldan bulmak için genel olarak yok etme yöntemi veya yerine yazma yöntemi kullanıldığı anlatılarak aşağıdaki örnekler çözdürülür.

Örnek 1:

$$\begin{cases} x^2 - y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \text{ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = {(-4, 15), (2, 3)})

Örnek 2:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy - 4 = 0 \\ x + y = 4 \end{cases} \text{ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = {(3, 1), (1, 3)})

Örnek 3:

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 7 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases} \text{ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = {(3, 1), (-3, 1), (3, -1), (-3, -1)})

Örnek 4:

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + xy + 4 = 0 \\ x + y = 3 \end{cases} \text{ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = { })



2. Yönerge

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonu verilsin. $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$, $f(x) > 0$ ve $f(x) \geq 0$ eşitsizliklerine ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler dendiği, verilen eşitsizliği sağlayan x gerçekte sayılarının kümesine eşitsizliğin çözüm kümesi dendiği anlatılır.

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ denkleminde a katsayısının işareti ile $f(x)$ in işareti arasındaki ilişkiyi elde etmek için aşağıdaki adımların izlendiği,

i) $f(x) = 0$ denklemi için $\Delta < 0$ durumuna uygun işaret tablosunun aşağıdaki gibi yapıldığı,

x	$-\infty$	∞
$f(x) = ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaretli	

ii) $f(x) = 0$ denkleminde $\Delta = 0$ durumunda $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ şeklindeki iki eşit kök için uygun işaret tablosunun aşağıdaki gibi yapıldığı,

x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	∞
$f(x) = ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaretli	$\circ$ a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli

iii) $f(x) = 0$ denkleminde $\Delta > 0$ durumunda $x_1 < x_2$ şeklindeki iki farklı kök için uygun işaret tablosunun aşağıdaki gibi yapıldığı anlatılır.

x	$-\infty$	x_1	x_2	∞
$f(x) = ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaretli	$\circ$ a ile ters işaretli	$\circ$ a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli

İşaret tablosu oluşturulurken kullanılacak gösterimlerin aşağıdaki tabloda verildiği anlatılarak aşağıdaki örnekler çözdürülür:

	Pay		Payda	
	Tek kat	Çift kat	Tek kat	Çift kat
Çözüm kümesine dahil	$\bullet$	$\bullet$	$\parallel$	$\parallel$
Çözüm kümesine dahil değil	$\circ$	$\circ$	$\parallel$	$\parallel$

Örnek 5:

Gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = x^2 - 4x + 9$ fonksiyonunun alacağı değerlerin işaret tablosunu yapınız.

(Cevap:

x	$-\infty$	∞
$f(x) = x^2 - 4x + 9$	+	+

)

**Örnek 6:**

Gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = x^2 - 4x + 4$ fonksiyonunun alacağı değerlerin işaret tablosunu yapınız.

(Cevap:

x	$-\infty$		2		∞
$f(x) = x^2 - 4x + 4$		+	0	+	

)

Örnek 7:

Gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunun alacağı değerlerin işaret tablosunu yapınız.

(Cevap:

x	$-\infty$	1		5		∞
$f(x) = x^2 - 6x + 5$		+	0	-	0	+

)

Örnek 8:

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^2 + x + 6 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\mathbb{R}$)

Örnek 9:

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$)

Örnek 10:

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $-2x^2 + 12x - 18 \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\{3\}$)



3. Yönerge

$a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ için

i) $\forall x \in \mathbb{R}$ iken $ax^2 + bx + c > 0$ ise $a > 0$ ve $\Delta < 0$ olduğu,

ii) $\forall x \in \mathbb{R}$ iken $ax^2 + bx + c < 0$ ise $a < 0$ ve $\Delta < 0$ olduğu anlatılarak aşağıdaki örnekler çözdürülür.

Örnek 11:

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 - 2x + a - 3 > 0$ eşitsizliği sağlandığına göre a gerçekte sayısının değeri aralığını bulunuz.

(Cevap: $(4, \infty)$)

Örnek 12:

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $-x^2 + mx - 9 < 0$ eşitsizliği sağlandığına göre m gerçekte sayısının değeri aralığını bulunuz.

(Cevap: $(-6, 6)$)

4. Yönerge

$ax + b$ veya $ax^2 + bx + c$ şeklindeki ifadelerin çarpımı veya bölümü biçiminde verilen eşitsizliklerin çözüm kümeleri buldurulurken eşitsizliği oluşturan ifadeler çarpım veya bölüm durumunda ise her ifade 0 a eşitlenerek oluşan denklemlerden elde edilen kökler sayı doğrusuna yerleştirilir. Eşitsizliği oluşturan ifadelerde en büyük dereceli terimlerin katsayıları (başkatsayı) çarpılır. Bulunan bu sayının işareti tablonun en sağındaki bölümün işaretidir. Çift katlı köklerde kökün sağında ve solundaki komşu bölümlerin işaretleri aynı olmak şartıyla diğer bölümlerin işaretleri sağdan sola doğru işaret değiştirilip yazılarak aşağıdaki örnekler çözdürülür.

Örnek 13:

$(x^2 - 6x - 7) \cdot (-x + 4) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\mathbb{C}K = (-1, 4) \cup (7, \infty)$)

Örnek 14:

$\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\mathbb{C}K = [-1, 2] \cup (3, \infty)$)

Örnek 15:

$(5 - x) \cdot (x^2 + 2x + 1) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

(Cevap: $\mathbb{C}K = (-\infty, 5]$)



Örnek 16:

$\frac{(x+3)^2 \cdot (4-x)}{x+1} \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde bulunan tam sayı elemanların toplamını bulunuz.

(Cevap: 7)

5. Yönerge

İki veya daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi dendiği, bir eşitsizlik sistemindeki tüm eşitsizlikleri sağlayan değerlerin kümesine eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi dendiği anlatılarak aşağıdaki örnekler çözdürülür.

Örnek 17:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4x - 12 \geq 0 \\ 9 - x^2 < 0 \end{array} \right\} \text{ eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = $(-\infty, -3) \cup [6, \infty)$)

Örnek 18:

$2 < x^2 + x \leq 6$ eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.
(Cevap: ÇK = $[-3, -2) \cup (1, 2]$)

Örnek 19:

$$\left. \begin{array}{l} x < \frac{1}{x} \\ \frac{4-x^2}{x^2-6x+9} \geq 0 \end{array} \right\} \text{ eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = $[-2, -1) \cup (0, 1)$)

Örnek 20:

$$\left. \begin{array}{l} (x^2 + 1) \cdot (2 - x) < 0 \\ \frac{x+3}{5-x} \geq 0 \end{array} \right\} \text{ eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.}$$

(Cevap: ÇK = $(2, 5)$)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. Toplamları -1 ve kareleri toplamı 25 olan gerçekteki sayı ikililerini bulunuz.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y + 5x - 27 = 0 \\ y - x = -5 \end{cases}$$

olarak verilen denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{cases} x^2 + 3x + y - 2 = 0 \\ y + 2x = 9 \end{cases}$$

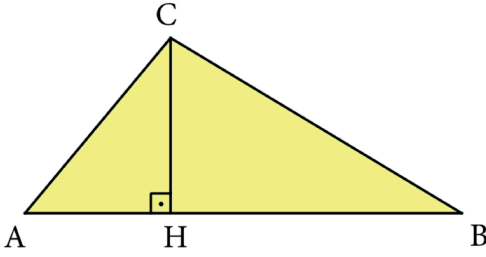
olarak verilen denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

4. $9x^2 - 6x + 1 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

5. $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan çözüm kümesindeki tamsayı değerlerinin toplamını bulunuz.

6. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 - 4x - m + 6 > 0$ eşitsizliği sağlandığına göre m nin alacağı en büyük tamsayı değerini bulunuz.

7.



Yandaki ABC üçgeninde
[CH] $\perp$ [AB] ve $|AB| = |CH| + 8$ tir. ABC
üçgeninin alanı 33 cm^2 den büyük olduğuna
göre $|CH|$ nun alabileceği en küçük tamsayı
değerini bulunuz.

8.

$$\frac{3-x}{x^2-2x-3} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$

9.

$$(-x^2+x-4) \cdot (x-2) \geq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$

10.

$$\frac{(1-x)^2 \cdot (x-3)}{9-x^2} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$

11.

$$\frac{(9-x^2) \cdot (x^2-4x)}{(4-x) \cdot (3x-9)} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$



12. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere a ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Çarpma işlemine göre tersinden küçüktür.
- Karesi 9 dan küçüktür.

Bu şartları sağlayan a gerçekte sayılarının değeri aralığını bulunuz.

13.

$$\left. \begin{array}{l} 2 - x \geq 0 \\ 9 + x > 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.

14.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x^2 - 6x}{4x - x^2} \geq 0 \\ \frac{(x - 6)^2 \cdot (2 - x)}{x^2} < 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.

15.

$3 \leq x^2 + 2x < 8$ eşitsizlik sisteminin gerçekte sayılarda çözüm kümesini bulunuz.



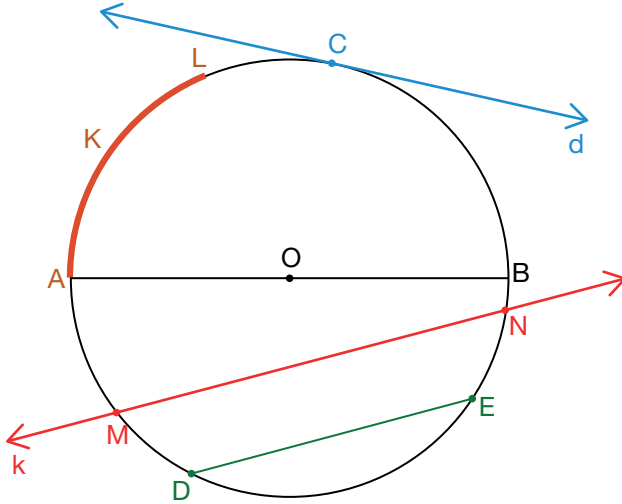
Öğrenme Alanı: Geometri

Alt Öğrenme Alanı: Çember ve Daire

Konu	Çemberin Temel Elemanları	⌚ 40+40 dk.
Kazanımlar	11.5.1.1: Çemberde teğet, kiriş, çap, yay ve kesen kavramlarını açıklar. 11.5.1.2: Çemberde kirişin özelliklerini göstererek işlemler yapar.	
Gerekli Materyaller:	Ders kitabı	

1. Yönerge

Tahtaya bir çember çizilir. Bu çemberde teğet, kiriş, çap, yay ve kesene örnekler oluşturularak öğrencilerden gördükleri teğet, kiriş, çap, yarıçap, yay ve kesenleri yazmaları istenir.

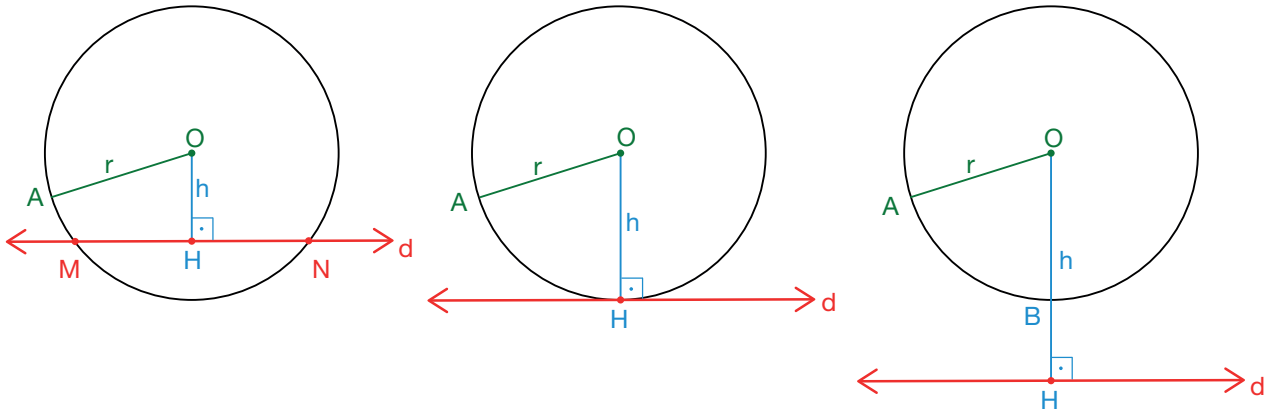


- » $[AB]$ çaptır.
- » $[OA]$ yarıçaptır.
- » d doğrusu C noktasında teğettir.
- » $[DE]$ kiriştir.
- » k doğrusu kesendir.
- » $\widehat{AKL}$ yaydır.

Çemberde teğet, kiriş, çap, yay ve kesen kavramları hatırlatılır.

2. Yönerge

Bir çember ile bir doğrunun birbirine göre durumları tahtaya çizilir



Öğrencilerden bu üç durum için çemberin yarıçapı ile merkezinin doğruya olan uzaklığı arasındaki ilişkiyi açıklamaları istenir.



Aşağıdaki örneğin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Yarıçapı $(2x + 3)$ cm olan bir çemberin merkezinin d , k ve m doğrularına olan uzaklıkları sırasıyla $(3x - 5)$, $(y + 8)$ ve $(4x - 2)$ cm dir. Doğrular ile çemberler arasındaki durumlar aşağıdaki gibidir:

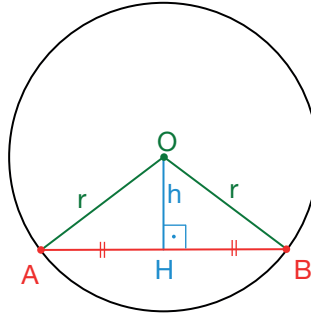
- d doğrusu çemberi iki farklı noktada kesmektedir.
- k doğrusu çembere teğettir.
- m doğrusu ile çemberin ortak noktası yoktur.

Buna göre y nin alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

(Cevap: $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$)

3. Yönerge

Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikmenin kirişi ortaladığı hatırlatılarak bu durum şekil üzerinde gösterilir.



Bir çemberde kirişin orta dikmesinin çemberin merkezinden geçtiği belirtilir.

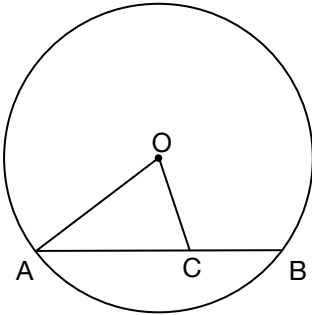
Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 2:

Çapı 26 cm olan bir çemberin merkezinin çemberin 10 cm uzunluğundaki bir kirişine olan uzaklığını bulunuz.

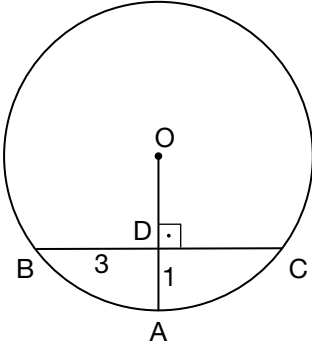
(Cevap: 12)

Örnek 3:



Yandaki O merkezli 20 cm çaplı çemberde $[AB]$ kiriş, $|AC| = 11$ cm ve $|CB| = 5$ cm olduğuna göre OC doğru parçasının uzunluğunu bulunuz.

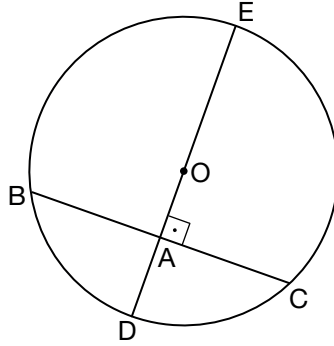
(Cevap: $3\sqrt{5}$)

Örnek 4:


Yandaki O merkezli çemberde $[BC]$ kiriş, $[OA] \perp [BC]$, $|BD| = 3$ cm ve $|AD| = 1$ cm olduğuna göre çemberin yarıçapının kaç cm olduğunu bulunuz.
(Cevap: 5)

4. Yönerge

Bir çemberin iç bölgesinden seçilen herhangi bir noktadan geçen en kısa kirişin o noktadan ve merkezden geçen doğruya dik bir kiriş olduğu belirtilerek bu durum şekil üzerinde gösterilir.



Çemberin iç bölgesinden seçilen herhangi bir noktadan geçen en uzun kirişin çap olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 5:

Çapı 12 cm olan bir çemberin merkezinden 3 cm uzaklıktaki bir noktadan geçen en kısa kiriş ile en uzun kirişin uzunluklarını bulunuz.

(Cevap: $6\sqrt{3}$, 12)

Örnek 6:

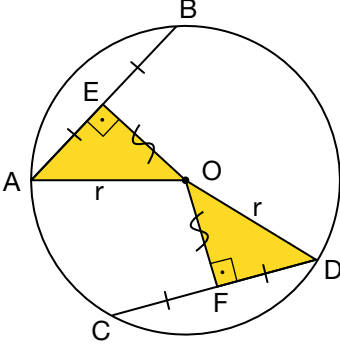
Bir çemberin iç bölgesinden seçilen bir A noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu 6 cm ve en uzun kirişin uzunluğu 18 cm olduğuna göre A noktasının çemberin merkezine olan uzaklığını bulunuz.

(Cevap: $6\sqrt{2}$)



5. Yönerge

Bir çemberde uzunlukları eşit kirislerin çemberin merkezine olan uzaklıklarının da eşit olduğu belirtilerek bu durum şekil üzerinde gösterilir.



Bir çemberde çemberin merkezine eşit uzaklıktaki kirislerin uzunluklarının eşit olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 7:

Bir çemberde uzunlukları $(2x - 4)$ cm ve $(14 - x)$ cm olan kirislerin her ikisinin de çemberin merkezine olan uzaklıkları 4 cm olduğuna göre bu çemberin yarıçapını bulunuz.

(Cevap: $4\sqrt{2}$)

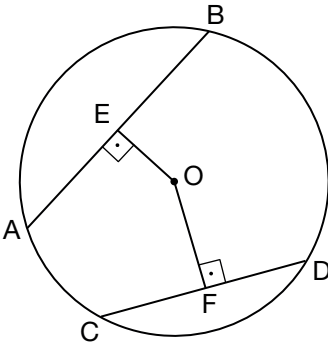
Örnek 8:

Bir çemberin merkezine $(5x - 8)$ cm ve $(2x + 4)$ cm uzaklıkta olan iki farklı kirisin uzunlukları eşit ve 10 cm olduğuna göre bu çemberin merkezinden 4 cm uzaklıktaki bir noktadan geçen en kısa kirisin uzunluğunu bulunuz.

(Cevap: $6\sqrt{17}$)

6. Yönerge

Bir çemberde iki kirisden çemberin merkezine daha yakın olan kirisin uzunluğunun daha fazla olduğu belirtilerek bu durum şekil üzerinde gösterilir.



$$|OE| < |OF| \Rightarrow |CD| < |AB| \text{ olur.}$$

Bir çemberde iki farklı kirisden daha uzun olanın çemberin merkezine daha yakın olduğu belirtilir.



Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 9:

Bir çemberde uzunluğu $(2x - 1)$ cm olan kiriş çemberin merkezine uzunluğu $(10 - x)$ cm olan kırıştan daha yakın olduğuna göre x in alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.

(Cevap: 4)

Örnek 10:

Çapı 20 cm olan bir çemberin birbirine paralel iki kırıştının uzunlukları 12 ve 16 cm olduğuna göre bu iki kırış arasındaki uzaklığın alabileceği değerler toplamının kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: 16)

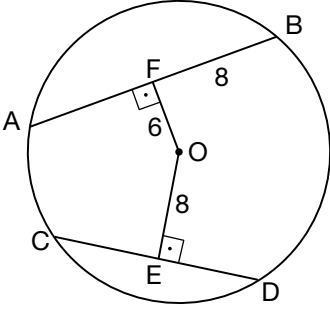
Ölçme-Değerlendirme

Çalışma kağıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



Çalışma Kağıdı

1.

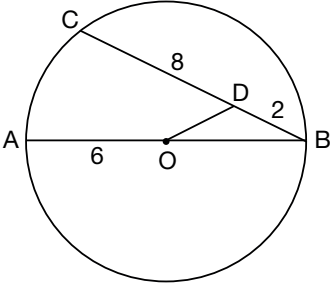


Yandaki O merkezli çemberde

 $[AB]$ ve $[CD]$ kiriş $[OF] \perp [AB]$, $[OE] \perp [CD]$, $|OF| = 6$ cm, $|FB| = 8$ cm, $|OE| = 8$ cm,olduğuna göre $|CD|$ kaç cm dir?

2. 12 cm çaplı bir çemberde merkeze olan uzaklığı uzunluğunun yarısı olan bir kirişin uzunluğu kaç cm dir?

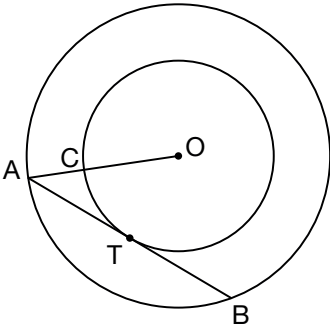
3.



Yandaki O merkezli çemberde

 $[AB]$ çap, $[BC]$ kiriş, $|AO| = 6$ cm, $|CD| = 8$ cm, $|DB| = 2$ cmolduğuna göre $|OD|$ kaç cm dir?

4.



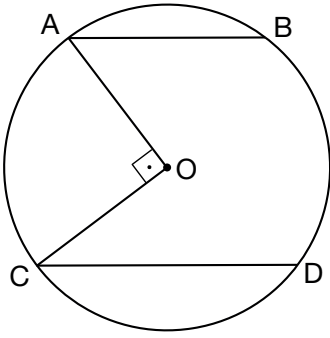
Yandaki O merkezli çemberde

büyük çemberin $[AB]$ kirişi küçük çembere T noktasında teğettir.

A, C ve O noktaları doğrusal olup

 $|OC| = 12$ cm, $|AC| = 1$ cm olduğuna göre $|AB|$ kaç cm dir?

5.



Yandaki O merkezli çemberde

$$[AB] \parallel [CD],$$

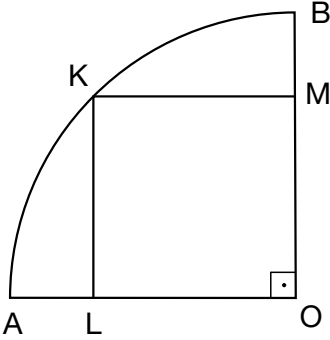
$$[AO] \perp [OC],$$

$$|AB| = 12 \text{ cm},$$

$$|CD| = 16 \text{ cm}$$

olduğuna göre $[AB]$ ile $[CD]$ arasındaki uzaklığın çember yarıçapından kaç cm fazla olduğunu bulunuz.

6.



Yandaki O merkezli çeyrek çemberde

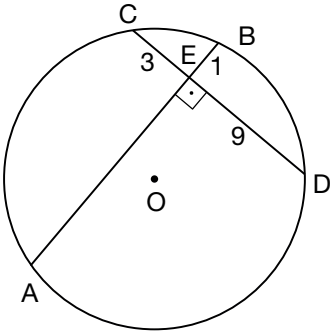
LOMK bir dikdörtgendir.

$$|AL| = 2 \text{ cm},$$

$$|BM| = 4 \text{ cm}$$

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?

7.



Yandaki O merkezli çemberde

$$[AB] \perp [CD],$$

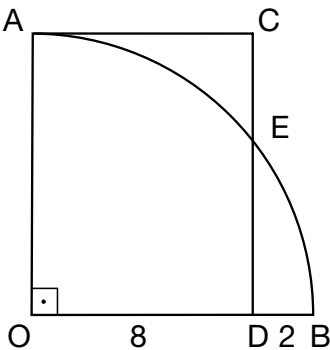
$$|EB| = 1 \text{ cm},$$

$$|CE| = 3 \text{ cm},$$

$$|ED| = 9 \text{ cm}$$

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?

8.



Yandaki şekilde O merkezli bir çeyrek çember ve ODCA dikdörtgeni gösterilmiştir.

$$|OD| = 8 \text{ cm},$$

$$|DB| = 2 \text{ cm}$$

olduğuna göre $|CE|$ kaç cm dir?



BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.



Öğrenme Alanı: Geometri

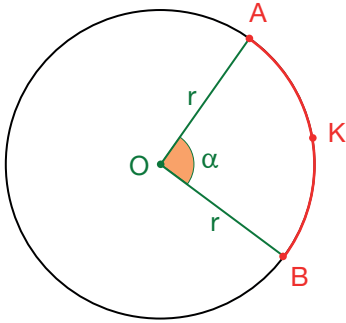
Alt Öğrenme Alanı: Çember ve Daire

Konu	Çemberde Açılar	⌚ 40 + 40 + 40 dk.
Kazanımlar	11.5.2.1. Bir çemberde merkez, çevre, iç, dış ve teğet-kiriş açılarının özelliklerini kullanarak işlemler yapar. 11.5.3.1. Çemberde teğetin özelliklerini göstererek işlemler yapar.	
Gerekli Materyaller:	Ders kitabı	

1. Yönerge

Merkez Açısı:

Tahtaya bir çember çizilir. Köşeleri çember merkezinde olan ve kolları çemberi A ve B noktalarında kesen açının **merkez açısı** olduğu hatırlatılır.



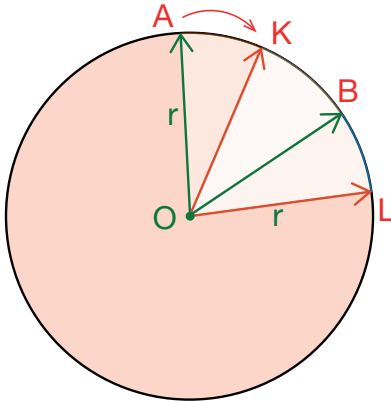
» [OA] ve [OB] yarıçaptır.

» $\widehat{AKB}$ yaydır.» $\widehat{AOB}$ merkez açıdır.

Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AKB})$ olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneğin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:



Yandaki O merkezli çemberde AOB açısı ölçüsü değiştirilmeden O merkezi etrafında bir miktar döndürülerek KOL açısı oluşturulmuştur.

$$m(\widehat{AOK}) = 16^\circ,$$

$$m(\widehat{AOL}) = 84^\circ$$

olduğuna göre $m(\widehat{KOB})$ kaç derecedir?

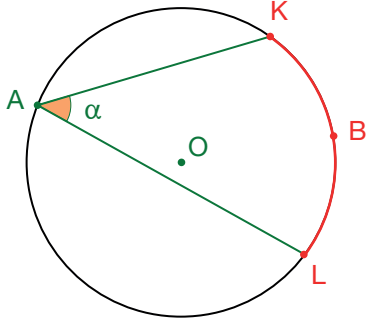
(Cevap: 52°)



2. Yönerge

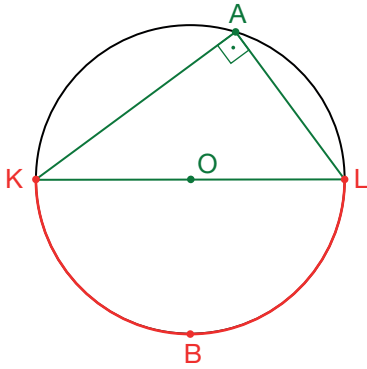
Çevre Açısı:

Bir çemberde köşesi çember üzerinde kolları çembere ait iki kiriş olan bir açı çizilir. Köşesi çember üzerinde olan bu açının **çevre açısı** olarak isimlendirildiği hatırlatılır.



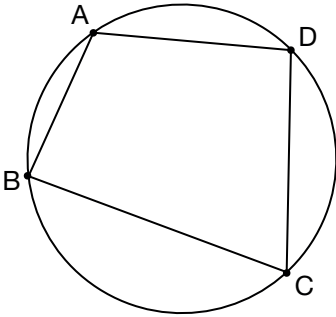
- » [AK] ve [AL] kiriştir.
- » $\widehat{KBL}$ yaydır.
- » $\widehat{KAL}$ çevre açısıdır.

Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{KAL}) = \frac{m(\widehat{KBL})}{2}$ olduğu belirtilir.



- » [KL] çaptır.
- » [AL] ve [AK] kiriştir.
- » $\widehat{KBL}$ yaydır.
- » $\widehat{KAL}$ çevre açısıdır.

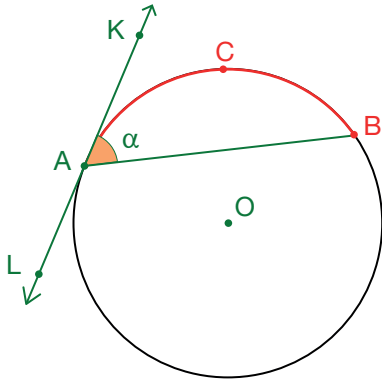
Çapı gören çevre açının ölçüsünün 90° olduğu belirtilir.



- » [AB], [BC], [CD] ve [AD] kiriştir.
- » ABCD kirişler dörtgenidir.

ABCD kirişler dörtgeninde $m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$ olduğu belirtilir.

Karşılıklı açılar toplamı 180° olan dörtgenin kirişler dörtgeni olduğu belirtilir.



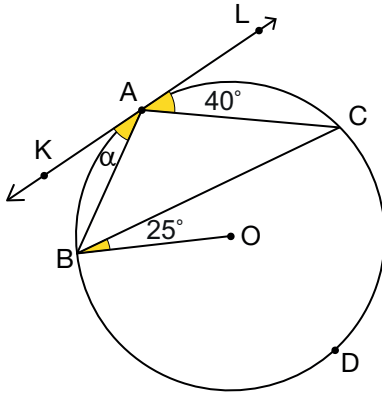
- » KL doğrusu A noktasında çembere teğettir.
- » $[AB]$ kırıştır.
- » $\widehat{ACB}$ yaydır.
- » $\widehat{KAB}$ teğet-kiriş açıdır.

Köşesi çember üzerinde olan ve kollarından biri çembere teğet diğeri ise çemberin kırışi olan $\widehat{KAB}$, teğet-kiriş açı olup çevre açısı özelliğini sağlar.

Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{KAB}) = \frac{m(\widehat{ACB})}{2}$ olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 2:



KL doğrusu O merkezli çembere A noktasında teğettir. C ve B çember üzerinde noktalar olmak üzere

$$m(\widehat{LAC}) = 40^\circ,$$

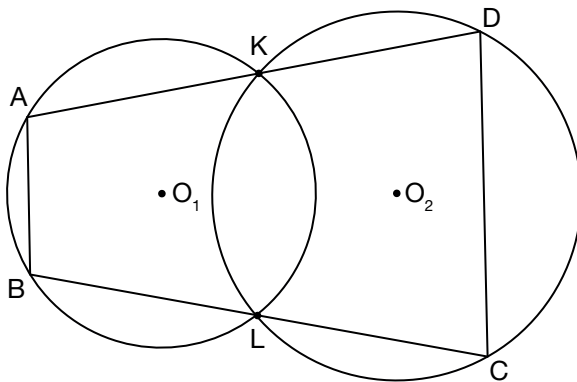
$$m(\widehat{OBC}) = 25^\circ,$$

$$m(\widehat{KAB}) = \alpha$$

olduğuna göre α nın kaç derece olduğunu bulunuz.

(Cevap: 25°)

Örnek 3:



O_1 ve O_2 merkezli çemberler K ve L noktalarında kesişmektedir.

A ve B noktaları O_1 merkezli çember üzerinde, C ve D noktaları O_2 merkezli çember üzerindeki noktalardır.

B, L ile C ve A, K ile de D doğrusal noktalar ve

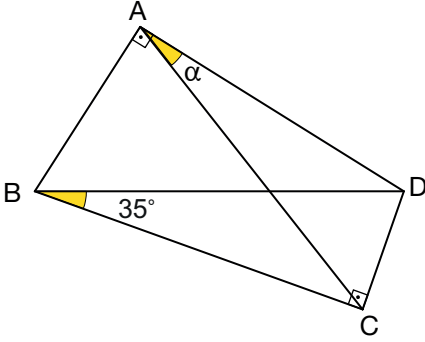
$$m(\widehat{KDC}) = (2x + 20)^\circ, m(\widehat{BAK}) = (3x - 10)^\circ$$

olduğuna göre x değerini bulunuz.

(Cevap: 34°)



Örnek 4:



ABD ve BDC birer dik üçgen,

$$[BA] \perp [AD],$$

$$[BC] \perp [DC],$$

$$m(\widehat{DBC}) = 35^\circ,$$

$$m(\widehat{DAC}) = \alpha$$

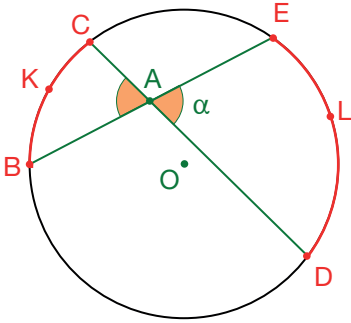
olduğuna göre α nın kaç derece olduğunu bulunuz.

(Cevap: 35°)

3. Yönerge

İç Açı:

Tahtaya bir çember ve çemberin içine birbirini kesen iki kiriş çizilir.



» Köşesi çemberin iç bölgesinde yer alan $\widehat{BAC}$ ve $\widehat{DAE}$ açıları iç açılardır.

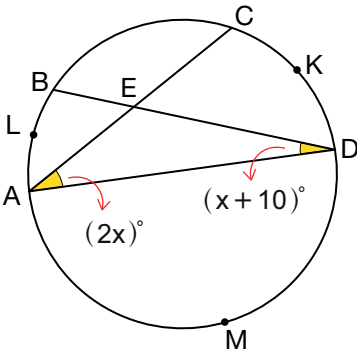
» $[CD]$ ve $[BE]$ kesişir.

» $\widehat{BKC}$ ve $\widehat{DLE}$ yaylardır.

Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAE}) = \frac{m(\widehat{BKC}) + m(\widehat{DLE})}{2}$ olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneğin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 5:



A, B, C, D, K ve L noktaları çember üzerindedir.

$$m(\widehat{CKD}) = (5x - 30)^\circ,$$

$$m(\widehat{CAD}) = (2x)^\circ,$$

$$m(\widehat{BDA}) = (x + 10)^\circ$$

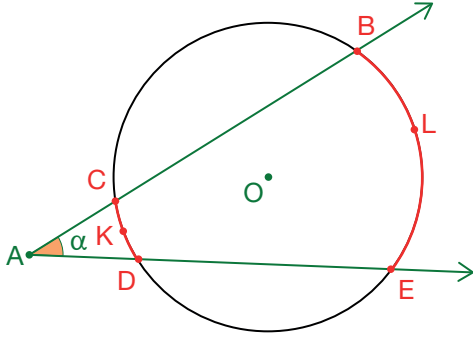
olduğuna göre CED açısının ölçüsünü bulunuz.

(Cevap: 100°)

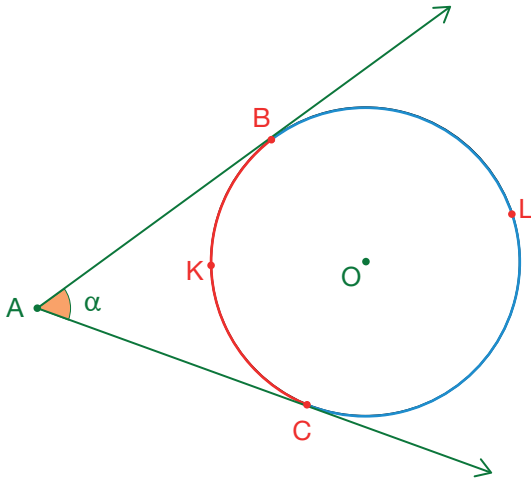
4. Yönerge

Dış Aç:

Tahtaya bir çember çizilir. Çemberin dışında bir A noktası seçilir. Köşesi A noktası, kenarları çemberin teğeti veya keseni olan bu açının çemberin dış açısı olduğu hatırlatılır.



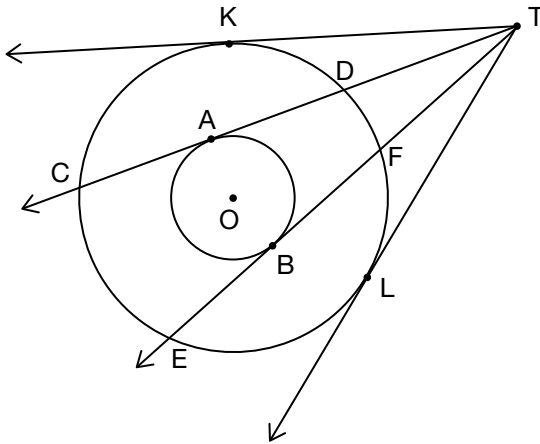
Yandaki şekilde $m(\widehat{BAE}) = \frac{m(\widehat{BLE}) - m(\widehat{CKD})}{2}$ olduğu belirtilir.



Yandaki şekilde $[AB]$ ve $[AC]$ çembere B ve C noktalarında teğettir. Bu durumda $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BKC}) = 180^\circ$ olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 6:



O merkezli iki farklı çembere T noktasından teğetler çizilmiştir. K ve L dıştaki çemberin, A ve B içteki çemberin teğet noktalarıdır. $[CD]$ ve $[EF]$ dıştaki çemberin kirişleri, içteki çemberin teğetleridir.

$$m(\widehat{KC}) = 40^\circ,$$

$$m(\widehat{CD}) = 70^\circ,$$

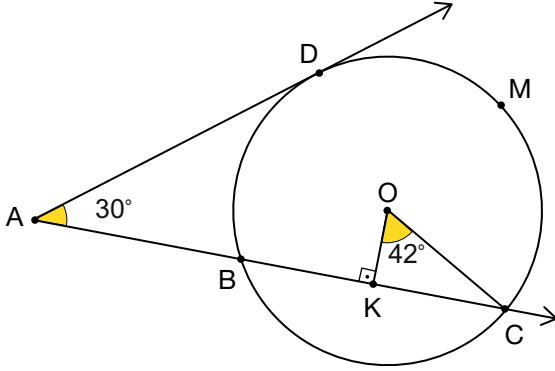
$$m(\widehat{EL}) = 30^\circ,$$

$$m(\widehat{KTE}) = m(\widehat{CTL})$$

olduğuna göre $m(\widehat{FL})$ kaç derecedir?
(Cevap: 20°)



Örnek 7:



Yandaki O merkezli çemberde $[AD]$ çembere O noktasında teğettir, $[AC]$ çemberi B ve C noktalarında kesmektedir.

$[OK] \perp [BC]$,

$m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$,

$m(\widehat{KOC}) = 42^\circ$

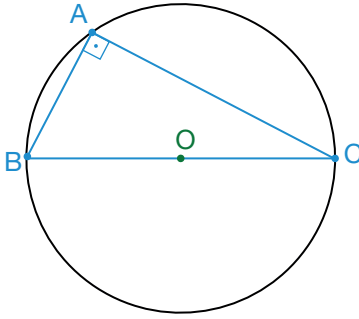
olduğuna göre DMC yayının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

(Cevap: 168°)

5. Yönerge

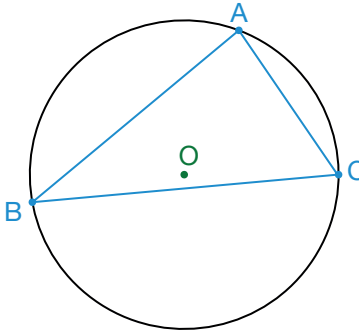
Çevrel Çember:

Tahtaya biri dik açılı, biri dar açılı ve biri geniş açılı olacak şekilde üç ayrı üçgen ve çevrel çemberleri çizilir.



» $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$

» Dik üçgende çevrel çemberin merkezinin hipotenüsün orta noktası olduğu belirtilir.

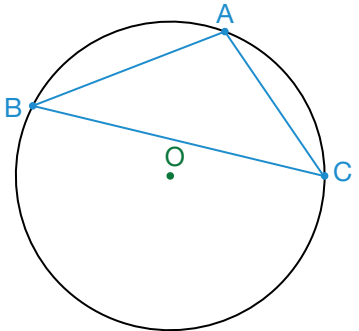


» $m(\widehat{A}) < 90^\circ$

$m(\widehat{B}) < 90^\circ$

$m(\widehat{C}) < 90^\circ$

» Dar açılı üçgende çevrel çemberin merkezinin üçgenin iç bölgesinde kaldığı belirtilir.



» $m(\widehat{A}) > 90^\circ$

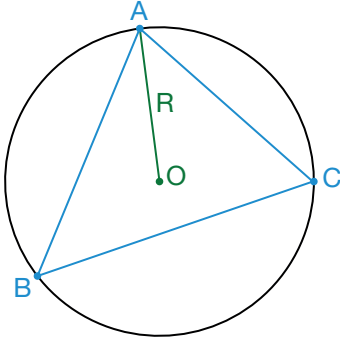
» Geniş açılı üçgende çevrel çemberin merkezinin üçgenin dış bölgesinde kaldığı belirtilir.

Öğrencilere bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikmenin kirişi ortaladığı hatırlatılır. Üçgenin kenarlarına ait kenar orta dikmelerinin çevrel çemberlerin merkezinde kesiştiğine dikkat çekilir.

6. Yönerge

Sinüs Teoremi:

Tahtaya bir ABC üçgeni ve çevrel çemberi çizilir.



- » ABC üçgen
- » R, O merkezli çemberin yarıçapı

$|AB| = c$, $|AC| = b$ ve $|BC| = a$ olmak üzere $\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$ eşitliği verilir.

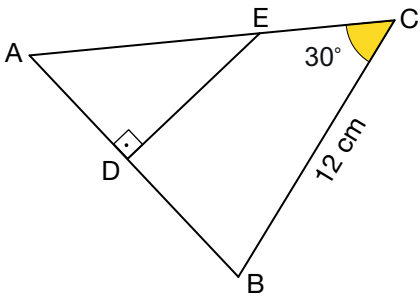
Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 8:

Bir ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı 12 cm ve $\sin \widehat{A} + \sin \widehat{B} + \sin \widehat{C} = \frac{3}{4}$ olduğuna göre ABC üçgeninin çevresinin uzunluğunu bulunuz.

(Cevap: 18 cm)

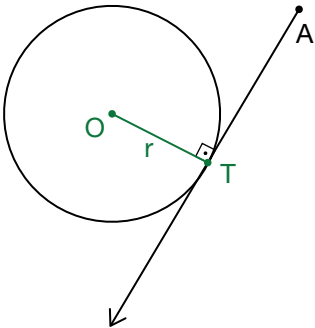
Örnek 9:



ABC bir üçgen,
 $[DE] \perp [AB]$,
 $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$,
 $3|AE| = 5|DE|$,
 $|BC| = 12$ cm
 olduğuna göre $|AB|$ nu bulunuz.
 (Cevap: 10)

7. Yönerge

Tahtaya bir çember çizilir. Çember dışındaki bir A noktasından çembere çizilen teğetin değme noktası T ile çemberin merkezi olan O noktası birleştirildiğinde $[OT] \perp [AT]$ olduğu hatırlatılır.

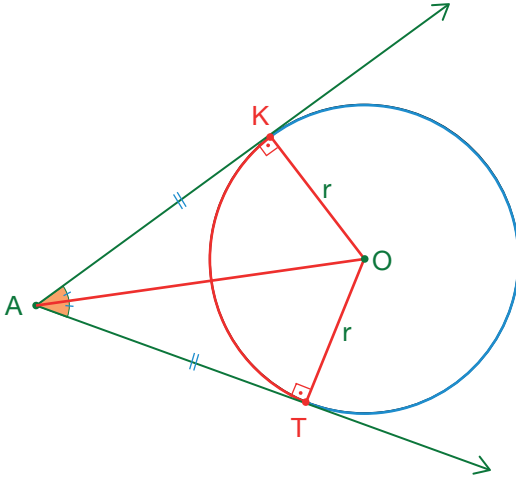


- » $[AT]$ teğet parçası
- » T teğet değme noktası



8. Yönerge

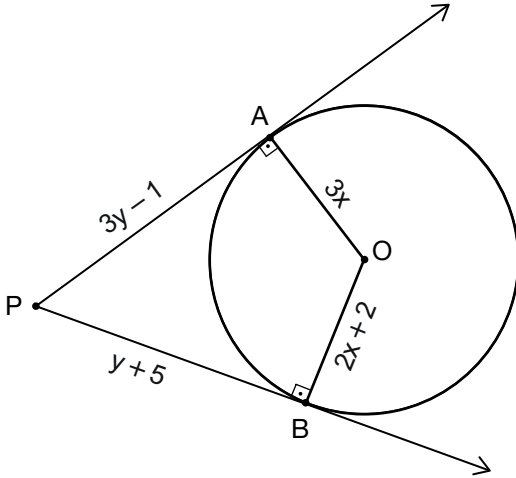
Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunluklarının eşit olduğu, açıortay özellikleri yardımıyla gösterilir.



- » $[AK]$ ve $[AT]$ çemberin teğetleri
- » $|OK| = |OT| = r$ yarıçap uzunluğu
- » $m(\widehat{KAO}) = m(\widehat{TAO})$
- » $|AK| = |AT|$

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 10:



$[PA]$ ve $[PB]$, O merkezli çembere A ve B noktalarında teğettir.

$$|AO| = 3x \text{ cm,}$$

$$|OB| = (2x + 2) \text{ cm,}$$

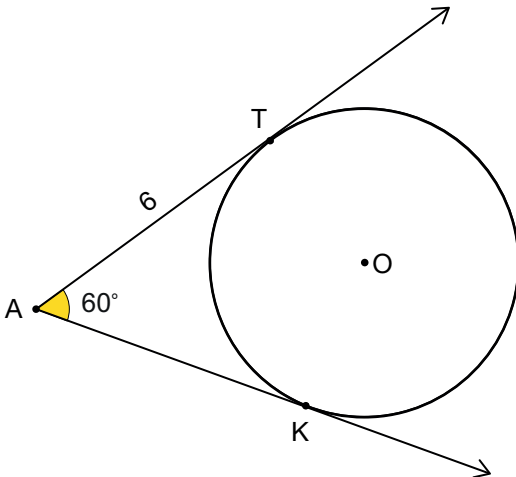
$$|PA| = (3y - 1) \text{ cm,}$$

$$|PB| = (y + 5) \text{ cm}$$

olduğuna göre P noktasının çembere en yakın uzaklığının kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: 4 cm)

Örnek 11:



$[AT]$ ve $[AK]$, O merkezli çembere T ve K noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{TAK}) = 60^\circ,$$

$$|AT| = 6 \text{ cm}$$

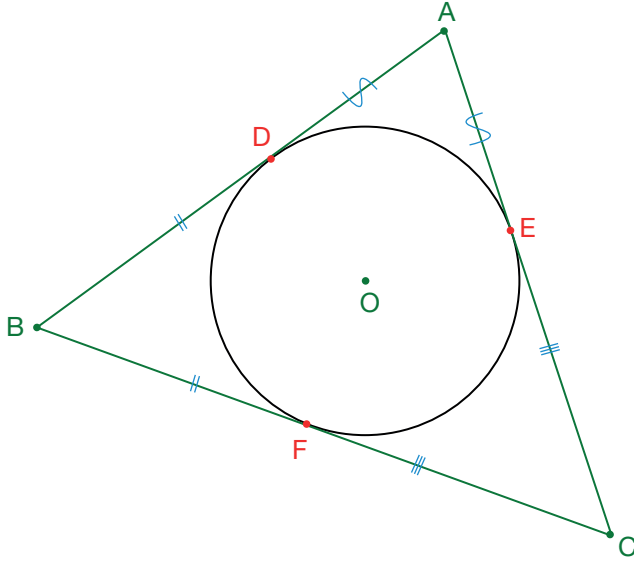
olduğuna göre çemberin yarıçapının kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: $2\sqrt{3}$)

9. Yönerge

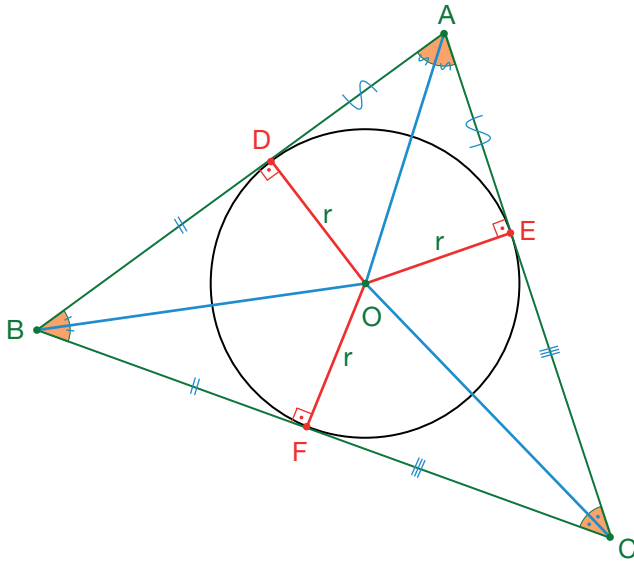
Üçgenin İç Teğet Çemberleri

Tahtaya bir ABC üçgeni çizilir. Üçgenin iç bölgesinde, üçgenin her üç köşesinde de teğet olan bir çember çizilir. Bu çemberin ABC üçgeninin iç teğet çemberi olduğu hatırlatılır.



- » ABC üçgendir.
- » D, E ve F O merkezli çemberin teğet değme noktalarıdır.
- » $|AD| = |AE|$, $|BD| = |BF|$ ve $|EC| = |CF|$

Öğrencilere, açıortay ve teğet özelliklerinden yola çıkılarak ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezinin üçgenin iç açıortaylarının kesim noktası olduğu gösterilir.

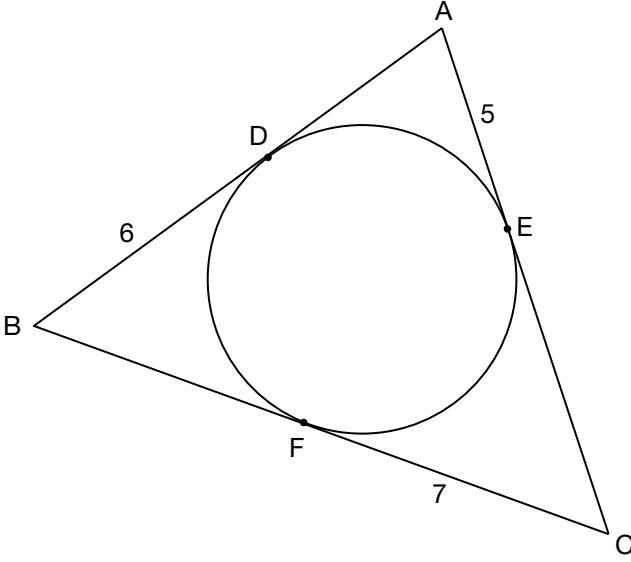


- » ABC üçgendir.
- » D, E ve F O merkezli çemberin teğet değme noktalarıdır.
- » $m(\widehat{DAO}) = m(\widehat{EAO})$
 $m(\widehat{DBO}) = m(\widehat{FBO})$
 $m(\widehat{ECO}) = m(\widehat{FCO})$



Aşağıdaki örneğin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 12:



Şekilde ABC üçgeni ve iç teğet çemberi verilmiştir.

$$|AE| = 5 \text{ cm},$$

$$|BD| = 6 \text{ cm},$$

$$|FC| = 7 \text{ cm}$$

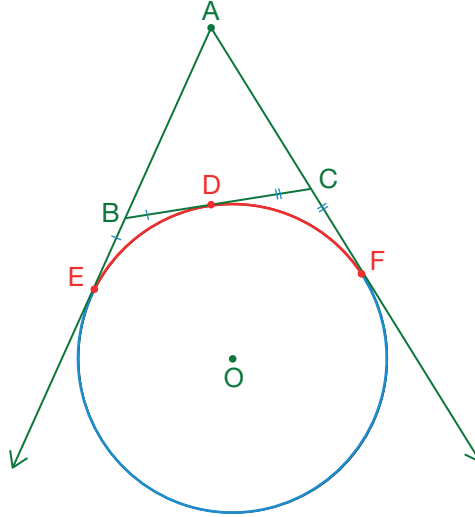
olduğuna göre ABC üçgeninin çevresinin uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: 36)

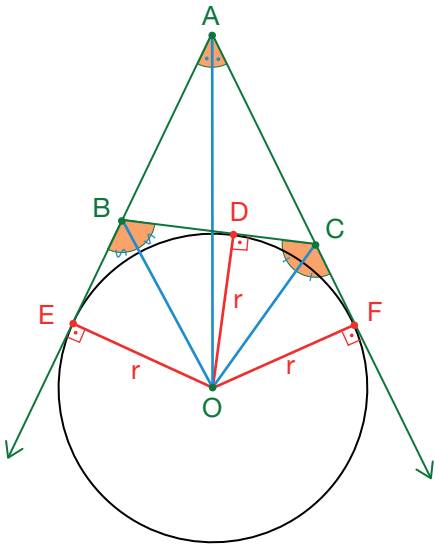
10. Yönerge

Dış Teğet Çember

Bir ABC üçgeninin kenarlarından birine ve diğer iki kenarının uzantılarına teğet olan çemberin ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezi olduğu gösterilir.



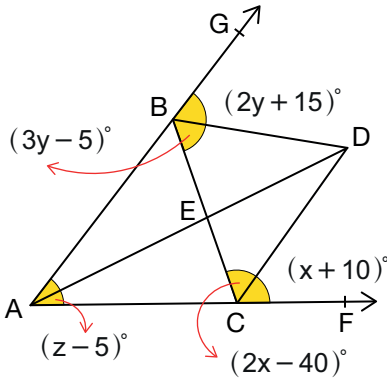
ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezinin bir iç açıortay ile bir dış açıortayın kesim noktası olduğu açıklanır.



- » ABC üçgendir.
- » D, E ve F O merkezli çemberin teğet değme noktalarıdır.
- $m(\widehat{EAO}) = m(\widehat{OAF})$
- » $m(\widehat{EBO}) = m(\widehat{OBD})$
- $m(\widehat{DCO}) = m(\widehat{OCF})$
- » $|AE| = |AF|$

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

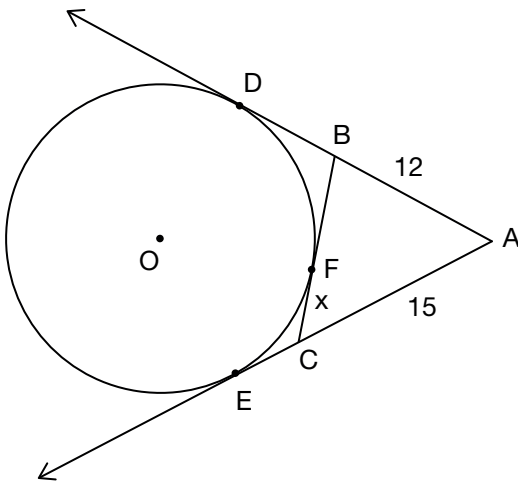
Örnek 13:



ABC üçgen ve D noktası ABC üçgeninin dış teğet çemberlerinden birinin merkezidir.

- $m(\widehat{GBD}) = (2y + 15)^\circ$,
 - $m(\widehat{DBC}) = (3y - 5)^\circ$,
 - $m(\widehat{BCD}) = (2x - 40)^\circ$,
 - $m(\widehat{DCF}) = (x + 10)^\circ$,
 - $m(\widehat{DAC}) = (z - 5)^\circ$
- olduğuna göre $x + y + z$ toplamını bulunuz.
(Cevap: 100)

Örnek 14:



Yandaki O merkezli çember, ABC üçgeninin dış teğet çemberlerinden birinin merkezidir. D, E, F teğet değme noktalarıdır.

- $|AB| = 12$ cm,
- $|AC| = 15$ cm,
- $|BC| = 10$ cm

olduğuna göre $|FC| = x$ in kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: $\frac{7}{2}$)

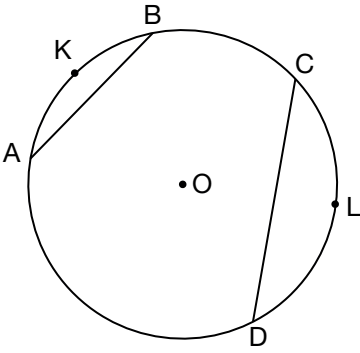
Ölçme-Değerlendirme

Çalışma kağıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



Çalışma Kağıdı

1.



Yandaki O merkezli çemberde

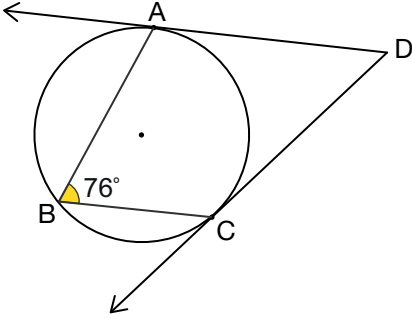
$$m(\widehat{AKB}) + m(\widehat{CLD}) = 180^\circ,$$

$$|AB| = 2\sqrt{7} \text{ cm},$$

$$|CD| = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?

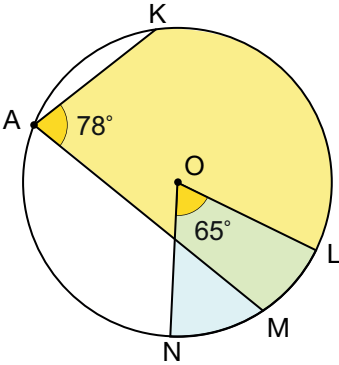
2.



Yandaki O merkezli çemberde A ve C teğet değme noktalarıdır.

 $m(\widehat{ABC}) = 76^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?

3.



O merkezli daire şeklindeki bir bahçede

A ve O noktalarındaki aydınlatma lambaları, boyalı bölgeleri şekildeki gibi aydınlatmaktadır.

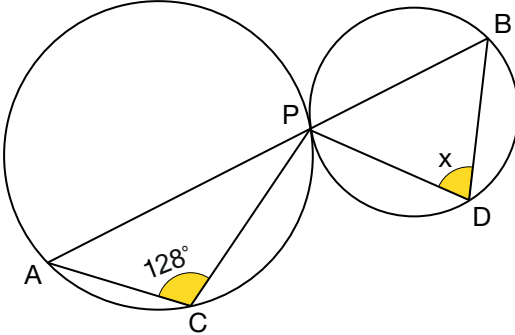
$$m(\widehat{KLN}) = 184^\circ$$

$$m(\widehat{KAM}) = 78^\circ$$

$$m(\widehat{NOL}) = 65^\circ$$

olduğuna göre sadece merkezdeki aydınlatmanın yönü en az kaç derece döndürülürse bahçedeki aydınlık yay ölçüsü en büyük değerine ulaşır?

4.



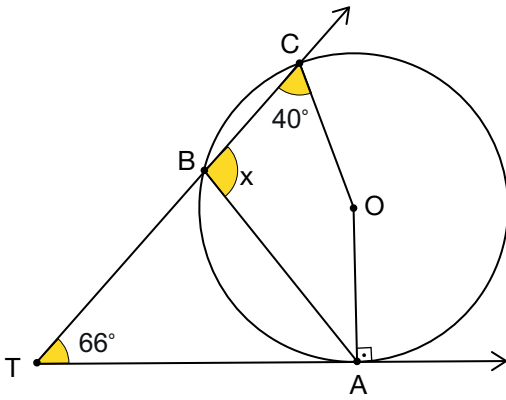
Yandaki şekilde A, P ile B noktaları doğrusal ve çemberler birbirine P noktasında teğettir.

$$m(\widehat{ACP}) = 128^\circ$$

olduğuna göre $m(\widehat{PDB}) = x$ kaç derecedir?



5.



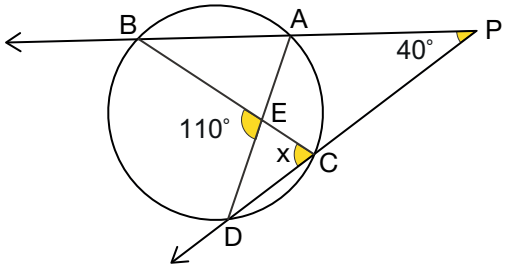
Yandaki O merkezli çemberde A teğet değme noktası

$$m(\widehat{TCO}) = 40^\circ,$$

$$m(\widehat{ATB}) = 66^\circ$$

olduğuna göre $m(\widehat{CBA}) = x$ kaç derecedir?

6.



Yandaki çemberde

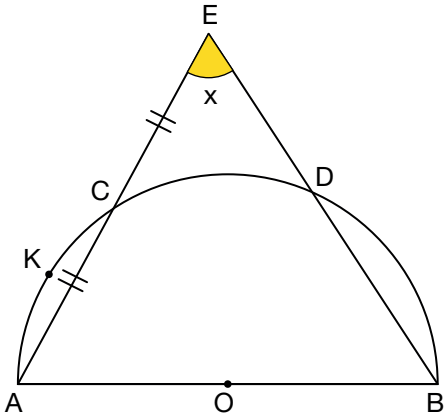
[AB] ve [CD] çemberin kirişleri,

$$m(\widehat{BPD}) = 40^\circ,$$

$$m(\widehat{BED}) = 110^\circ$$

olduğuna göre $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

7.



Yandaki O merkezli yarım çemberde

E, D, B doğrusal,

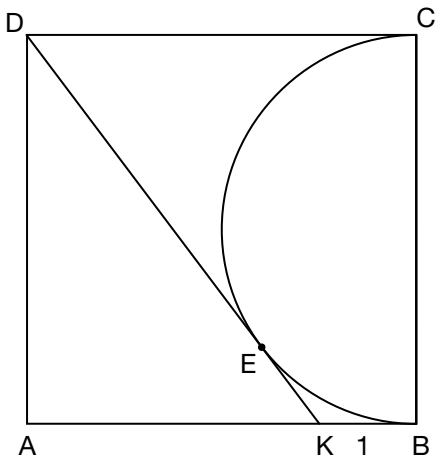
A, C, E doğrusal,

$$|EC| = |CA|,$$

$$m(\widehat{CKA}) = 50^\circ$$

olduğuna göre $m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?

8.



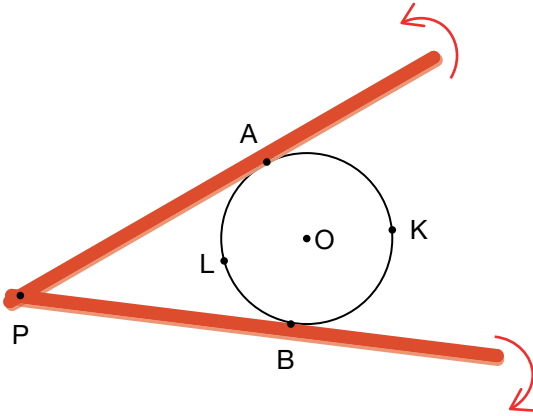
Yandaki ABCD karesinde

[DK], [BC] çaplı yarım çembere E noktasında teğettir.

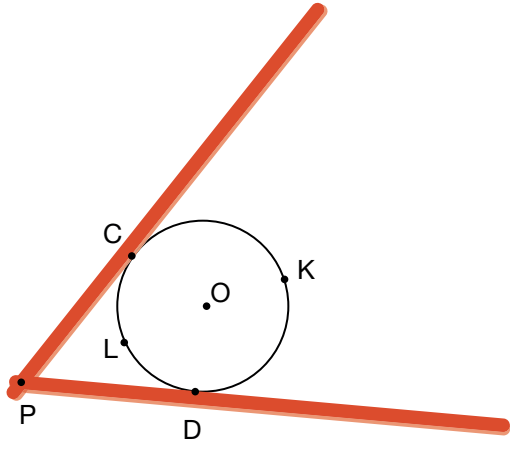
$|KB| = 1$ cm olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?



9.



Şekil-1

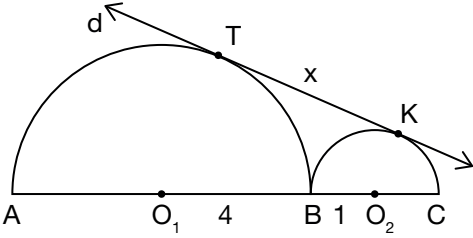


Şekil-2

P noktasından perçinlenmiş iki tahta çubuk, O merkezli daire şeklindeki levhaya Şekil-1'deki gibi A ve B noktalarında teğet iken tahta çubuklar oklar yönünde açılarak Şekil-2'deki gibi C ve D noktalarında teğet olacak hâle getirilmiştir.

$m(\widehat{CKD}) = m(\widehat{AKB}) + 50^\circ$ olduğuna göre tahta çubuklar arasındaki açı kaç derece artmıştır?

10.



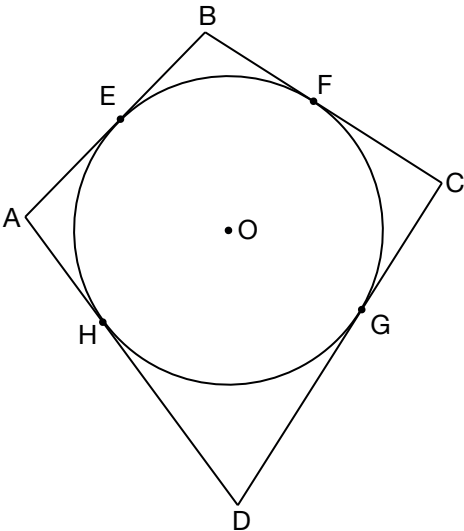
Yandaki şekilde d doğrusu O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberlere sırası ile T ve K noktalarında teğettir.

$$|O_1B| = 4 \text{ cm,}$$

$$|O_2B| = 1 \text{ cm}$$

olduğuna göre $|TK| = x$ kaç cm dir?

11.



ABCD teğetler dörtgeni,

E, F, G, H noktaları O merkezli çemberin teğet değme noktalarıdır.

$$|AB| = a \text{ birim,}$$

$$|BC| = b \text{ birim,}$$

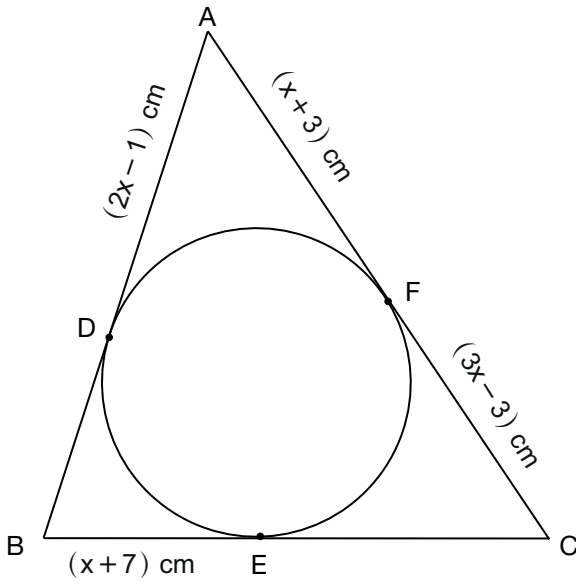
$$|CD| = c \text{ birim,}$$

$$|DA| = d \text{ birim}$$

olduğuna göre $a + c = k \cdot (b + d)$ eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?



12.



Şekilde ABC üçgeni ve iç teğet çemberi verilmiştir. D, E, F teğet değme noktalarıdır.

$$|AD| = (2x - 1) \text{ cm},$$

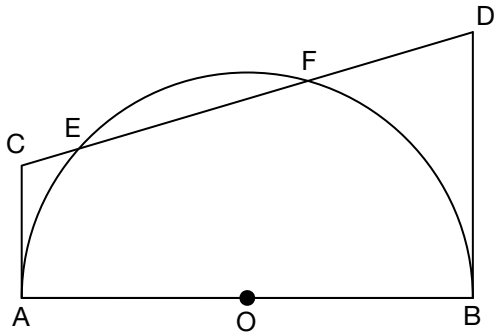
$$|AF| = (x + 3) \text{ cm},$$

$$|BE| = (x + 7) \text{ cm},$$

$$|FC| = (3x - 3) \text{ cm}$$

olduğuna göre ABC üçgeninin çevresi kaç cm dir?

13.



Yandaki [AB] çaplı yarım çemberde

$$|AC| = 2 \text{ cm},$$

$$|BD| = 7 \text{ cm},$$

$$|CD| = 13 \text{ cm}$$

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?



BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.



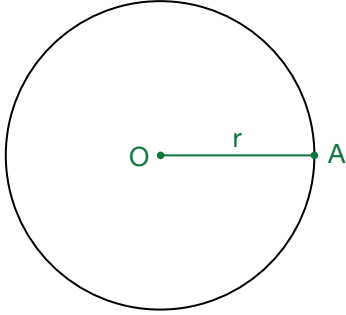
Öğrenme Alanı: Geometri

Alt Öğrenme Alanı: Çember ve Daire

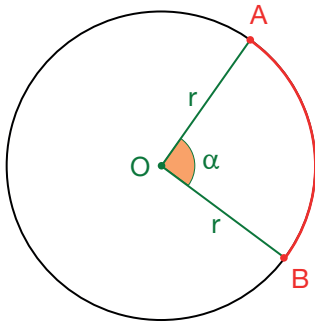
Konu	Çemberde Açılar	⌚ 40+40 dk.
Kazanımlar	11.5.4.1. Dairenin çevre ve alan bağlantılarını oluşturur.	
Gerekli Materyaller: Ders kitabı		

1. Yönerge

Aşağıdaki bilgiler verilir.



- » Bir çemberin kendisi ile iç bölgesinin birleşimine **daire** denir.
- » Şekildeki O merkezli r yarıçaplı çemberin çevresi $2\pi r$ ifadesi ile hesaplanır.



- » Yandaki O merkezli r yarıçaplı çemberde AOB merkez açısının gördüğü AB yayının uzunluğu $|\widehat{AB}|$ ile gösterilir ve uzunluğu $|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ile hesaplanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Çapı 12 cm olan bir çemberin çevresi kaç π cm dir?

(Cevap: 12)

Örnek 2:

Çapı 10 cm olan bir çemberde 72° lik bir merkez açının gördüğü yayın uzunluğu kaç π cm dir?

(Cevap: 2)

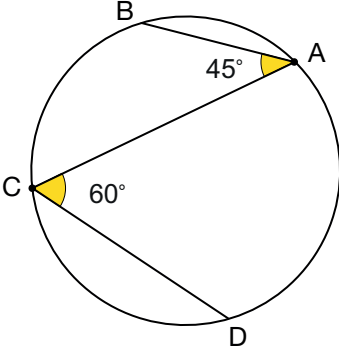
Örnek 3:

60° lik bir merkez açısının gördüğü yayın uzunluğu 4π cm olan bir çemberin 105° lik bir çevre açısının gördüğü yayın uzunluğu kaç π cm dir?

(Cevap: 14)



Örnek 4:



Yandaki dairede

$$m(\widehat{BAC}) = 45^\circ,$$

$$m(\widehat{ACD}) = 60^\circ,$$

$$|\widehat{AB}| + |\widehat{CD}| = 20\pi \text{ cm}$$

olduğuna göre dairenin çapı kaç cm dir?

(Cevap: 48)

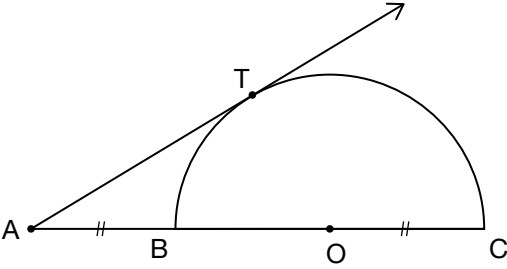
Örnek 5:

$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$ ve $|AB| = 10 \text{ cm}$ olan bir ABC üçgeninin çevrel çemberi çiziliyor.

Buna göre ABC üçgeninin çevrel çemberinde ACB açısının gördüğü AB yayının uzunluğu kaç π cm dir?

(Cevap: $\frac{10}{3}$)

Örnek 6:



Şekildeki O merkezli yarım çemberde A, B, O ve C noktaları doğrusaldır.

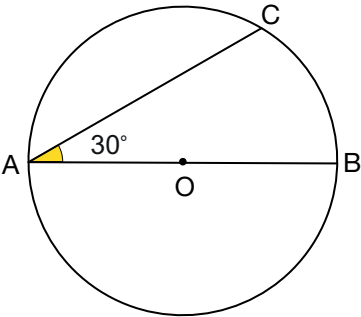
[AT] çembere T noktasında teğettir.

$$|AB| = |OC|$$

olduğuna göre BT yayının uzunluğunun çemberin yarıçapına oranını bulunuz.

(Cevap: $\frac{\pi}{3}$)

Örnek 7:



Şekildeki [AB] çaplı çemberde

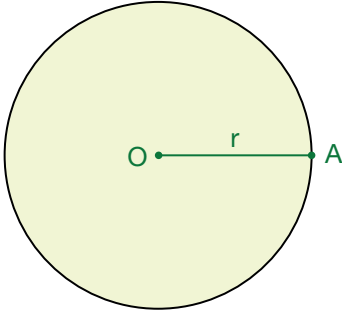
$$m(\widehat{CAB}) = 30^\circ \text{ ve } |AC| = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

olduğuna göre dairenin çevresi kaç π cm dir?

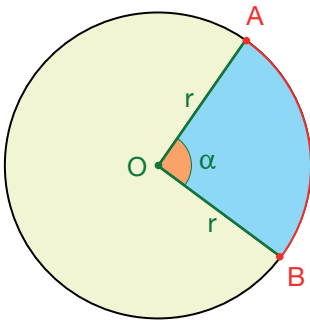
(Cevap: 12)

2. Yönerge

Aşağıdaki bilgiler hatırlatılır.



- » Şekildeki O merkezli r yarıçaplı dairenin alanı πr^2 ifadesi ile hesaplanır.



- » Şekildeki O merkezli, r yarıçaplı çemberde α merkez açısının kolları ile bu açının gördüğü yay ile sınırlı bölgeye **daire dilimi** denir ve bu bölgenin alanı

$$\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

ile hesaplanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 8:

Çevresi 12π cm olan bir dairenin alanı kaç cm^2 dir?

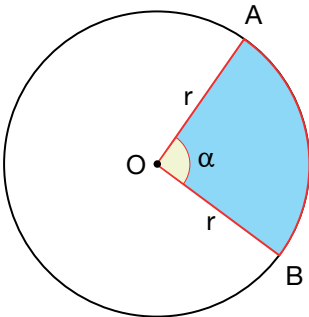
(Cevap: 36π)

Örnek 9:

Alanı $16\pi \text{ cm}^2$ olan bir dairenin çevresi kaç cm dir?

(Cevap: 8π)

Örnek 10:



Şekilde yarıçapı 12 cm olan O merkezli daire verilmiştir.

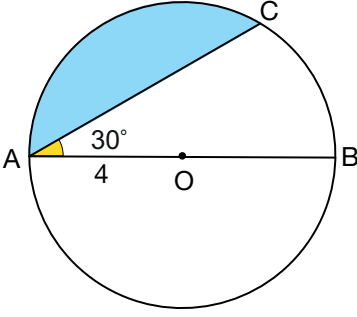
$$|\widehat{AB}| = 6\pi \text{ cm}$$

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

(Cevap: 36π)



Örnek 11:



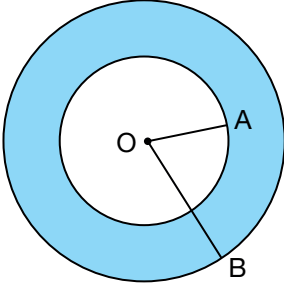
Şekilde yarıçapı 4 cm olan O merkezli daire verilmiştir.

$$m(\widehat{CAB}) = 30^\circ$$

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

$$(\text{Cevap: } \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3})$$

Örnek 12:



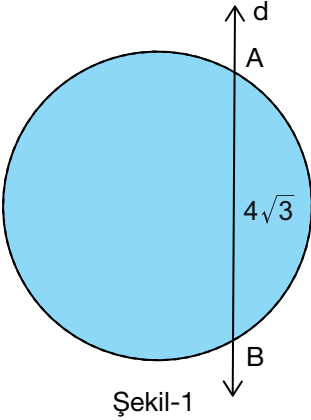
Yandaki şekilde O merkezli iki daire verilmiştir.

$$|OA| = 3 \text{ cm ve } |OB| = 5 \text{ cm}$$

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

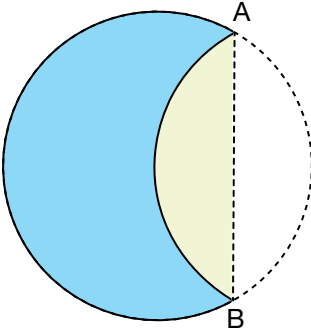
$$(\text{Cevap: } 16\pi)$$

Örnek 13:



Şekil-1

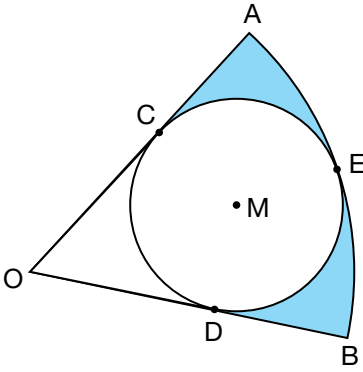
Şekil-1'deki 4 cm yarıçaplı daire d doğrusu boyunca katlanarak Şekil-2'deki gibi bir hilal elde ediliyor.



Şekil-2

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm olduğuna göre Şekil-2 de mavi boyalı olarak gösterilen hilâl biçimindeki bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

$$(\text{Cevap: } \frac{16\pi}{3} + 8\sqrt{3})$$

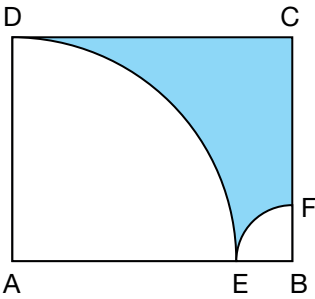
Örnek 14:


Şekildeki O merkezli daire dilimi, içine yerleştirilen daire dilimine C, D ve E noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ \text{ ve } |\widehat{AB}| = 2\pi \text{ cm}$$

olduğuna göre boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

$$(\text{Cevap: } \frac{10\pi}{3} - 4\sqrt{3})$$

Örnek 15:


Şekilde ABCD dikdörtgeni ile A merkezli ve B merkezli çeyrek daireler verilmiştir.

$$|AD| = 8 \text{ cm ve } |AB| = 10 \text{ cm}$$

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

$$(\text{Cevap: } 80 - 17\pi)$$

Örnek 16:

Kenar uzunlukları 6, 8 ve 10 cm olan bir ABC üçgeninin çevrel çemberi çiziliyor.

Buna göre çember ile üçgen arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

$$(\text{Cevap: } 25\pi - 24)$$

Ölçme-Değerlendirme

Çalışma kağıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



Çalışma Kağıdı

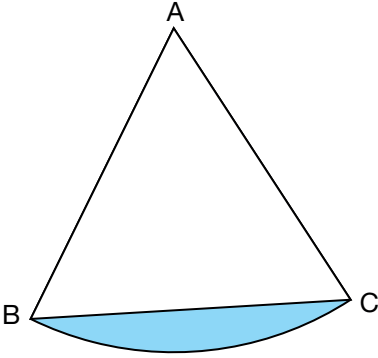
1.



Şekilde çapları 6, 8 ve 10 cm olan, birlikte hareket edebilen üç tane çark gösterilmiştir.

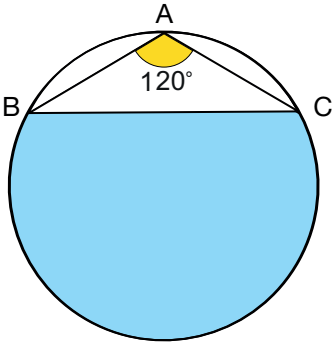
En küçük çark 60 tam tur döndüğünde diğer iki çarkın attığı tam turların sayıları toplamını bulunuz.

2.



Yandaki şekilde ABC eşkenar üçgendir. A merkezli BC yayının uzunluğu 2π cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

3.



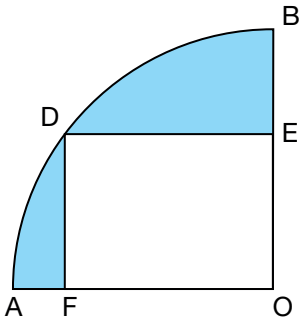
Yandaki şekilde ikizkenar ABC üçgeninin çevrel çemberi verilmiştir.

$m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ ve $|BC| = 6\sqrt{3}$ cm

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



4.

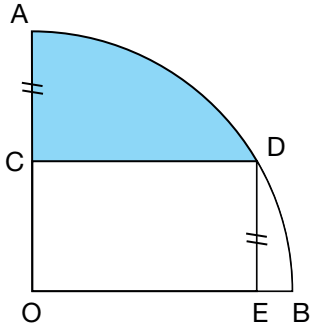


Yandaki O merkezli çeyrek çemberde DEOF dikdörtgeni çizilmiştir.

$|AF| = 2$ cm ve $|BE| = 4$ cm

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

5.

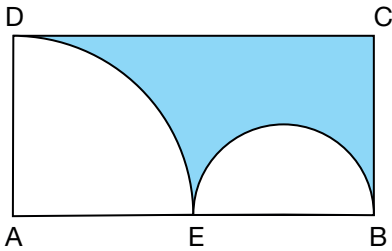


Yandaki O merkezli çeyrek dairede OEDC dikdörtgeni verilmiştir.

$|AC| = |DE| = 3$ cm

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

6.



Yandaki ABCD dikdörtgeninde A merkezli çeyrek daire ve $[BE]$ çaplı yarım daire verilmiştir.

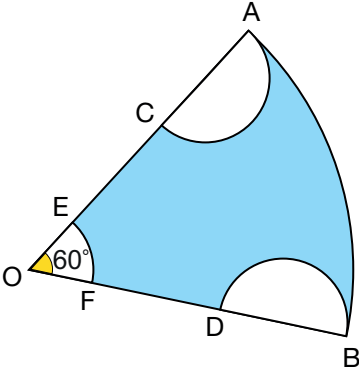
$|AD| = 4$ cm ve $|DC| = 6$ cm

olduğuna göre boyalı bölgenin çevresi kaç cm dir?

7. Bir dairenin çevresi a cm ve alanı $b \text{ cm}^2$ dir. $5a = 2b$ olduğuna göre bu dairenin çapı kaç cm dir?



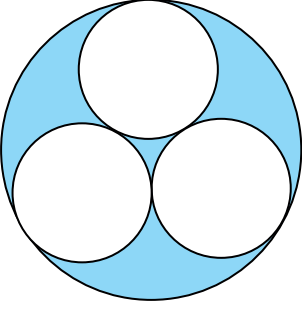
8.



Yandaki yarıçapı 10 cm ve merkez açısı 60° olan O merkezli daire diliminin içine yarıçapları 2 cm olan iki yarım daire ve bir daire dilimi şekildeki gibi yerleştirilmiştir.

Şekildeki boyalı bölgenin çevresi a cm ve alanı $b \text{ cm}^2$ olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

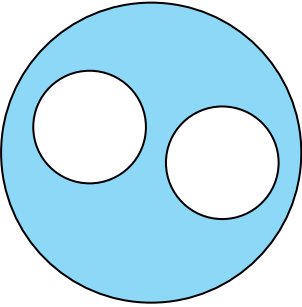
9.



Yandaki büyük dairenin içine yarıçapı 1 cm olan özdeş üç daire, büyük daireye ve birbirlerine teğet olacak şekilde yerleştirilmiştir.

Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

10.



Yandaki büyük dairenin içine özdeş iki küçük daire şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Boyalı bölgenin çevresi $32\pi \text{ cm}$ ve alanı $82\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre büyük dairenin yarıçapı kaç cm dir?

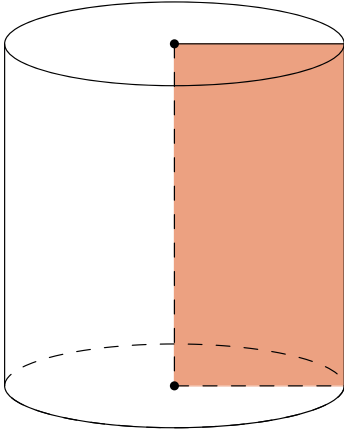
Öğrenme Alanı: Geometri

Alt Öğrenme Alanı: Uzak Geometri

Konu	Katı Cisimler	⌚ 40 + 40 + 40 + 40 dk.
Kazanımlar	11.6.1.1. Küre, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin alan ve hacim bağıntılarını oluşturarak işlemler yapar.	
Gerekli Materyaller:	ders kitabı	

1. Yönerge

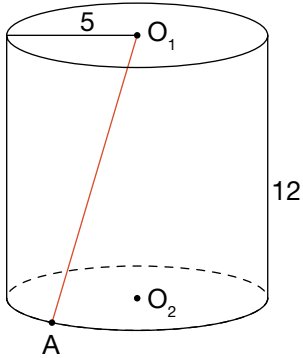
Aşağıdaki bilgiler verilir.



- » Bir dikdörtgensel bölgenin herhangi bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cisme **dik dairesel silindir** dendiği belirtilir.
- » Silindirin tabanlarının birbirine paralel ve birer eş daire olduğu vurgulanır.

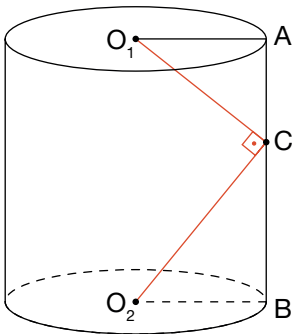
Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:



Yandaki şekilde tabanları O_1 ve O_2 merkezli dik dairesel silindirin taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 12 cm dir. A noktası O_2 merkezli çember üzerinde olduğuna göre $|O_1A|$ nun kaç cm olduğunu bulunuz.
(Cevap: 13)

Örnek 2:



Yandaki şekilde tabanları O_1 ve O_2 merkezli dik dairesel silindirde

$$9 \cdot |AC| = 4 \cdot |CB|$$

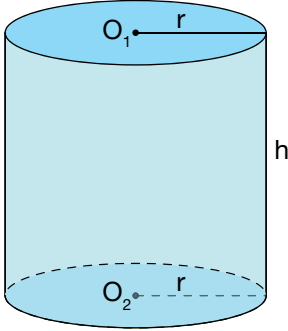
olduğuna göre silindirin taban yarıçapının silindirin yüksekliğine oranını bulunuz.

$$\text{(Cevap: } \frac{6}{13} \text{)}$$

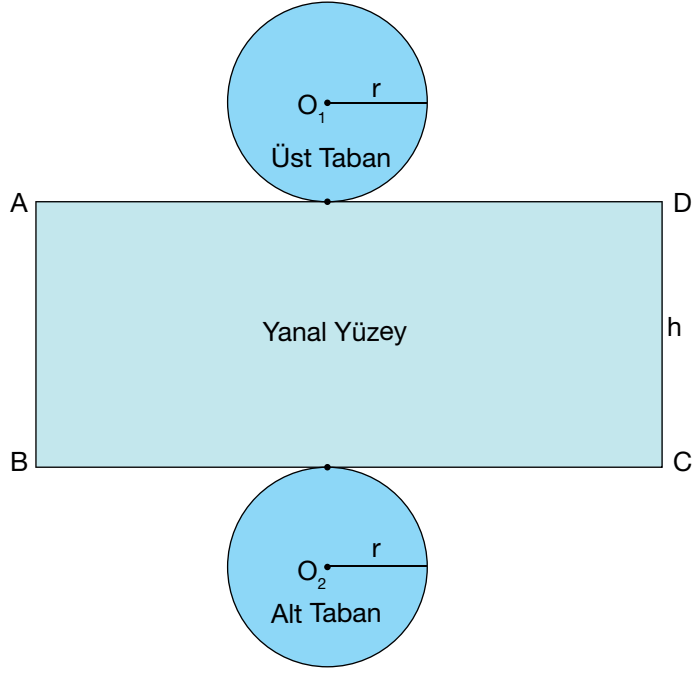


2. Yönerge

Şekil-1'de verilen tabanları O_1 ve O_2 merkezli, taban yarıçapı r ve yüksekliği h olan dik dairesel silindirin Şekil-2'deki açık hâli çizilir.



Şekil-1



Şekil-2

Silindirin açılması ile elde edilen Şekil-2'deki yanal yüzeyin ABCD dikdörtgeni olduğu, dikdörtgenin $[AB]$ kenarının silindirin yüksekliği olan h ve $[BC]$ kenarının taban çevresi olan $2\pi r$ olduğu açıklanır. Şekildeki silindirin

- Yanal yüzey alanı Y_A ile gösterilirse $Y_A = h \cdot 2\pi r$ olur.
- Taban alanı T_A ile gösterilirse $T_A = \pi r^2$ olur.
- Tüm yüzey alanı S_A ile gösterilirse S_A değeri yanal yüzey alanı ile iki taban alanının toplamına eşit olacağından $S_A = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$ olur.
- Hacmi V ile gösterilirse V değeri diğer prizmalarda olduğu gibi taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşit olacağından $V = \pi r^2 \cdot h$ olur.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 3:

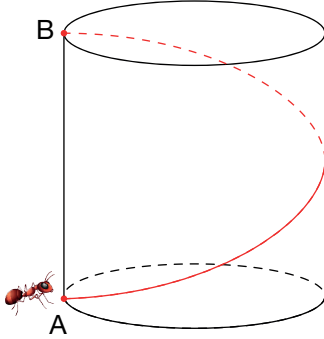
Taban çapı 10 cm ve yüksekliği 8 cm olan bir dik dairesel silindirin

- Taban çevresini bulunuz. (Cevap: 10π cm)
- Taban alanını bulunuz. (Cevap: 25π cm²)
- Yanal yüzey alanını bulunuz. (Cevap: 80π cm²)
- Tüm yüzey alanını bulunuz. (Cevap: 130π cm²)
- Hacmini bulunuz. (Cevap: 200π cm³)

Örnek 4:

Taban çapı yüksekliğine eşit olan bir dik dairesel silindirin tüm yüzey alanı $180\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre bu silindirin hacmi kaç $\pi \text{ cm}^3$ tür?

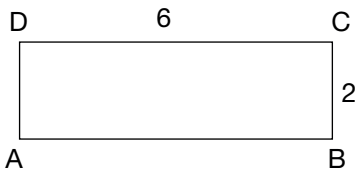
(Cevap: $60\sqrt{30}$)

Örnek 5:


Şekilde yüksekliği taban yarıçapının 8 katı olan silindirin alt tabanı üzerindeki A noktasında bir karınca durmaktadır.

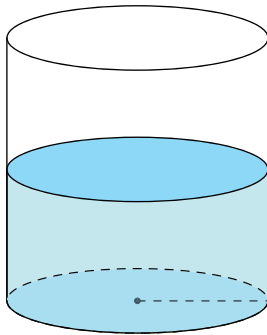
Karınca, silindirin etrafından dolaşarak en kısa yoldan B noktasına gidiyor. Karınca, A noktasından B noktasına 1 m yürüyerek vardığına göre silindirin yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulunuz. ($\pi = 3$ alınız.)

(Cevap: 80)

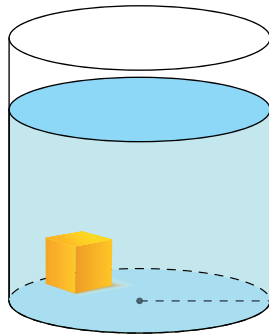
Örnek 6:


Yandaki şekilde $|CB| = 2 \text{ cm}$ ve $|DC| = 6 \text{ cm}$ olan ABCD dikdörtgeni verilmiştir. Bu dikdörtgenin AD kenarı etrafında 180° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi $a \text{ cm}^3$, AB kenarı etrafında 120° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi $b \text{ cm}^3$ olduğuna göre $a - b$ farkını bulunuz.

(Cevap: 28π)

Örnek 7:


Şekil-1



Şekil-2

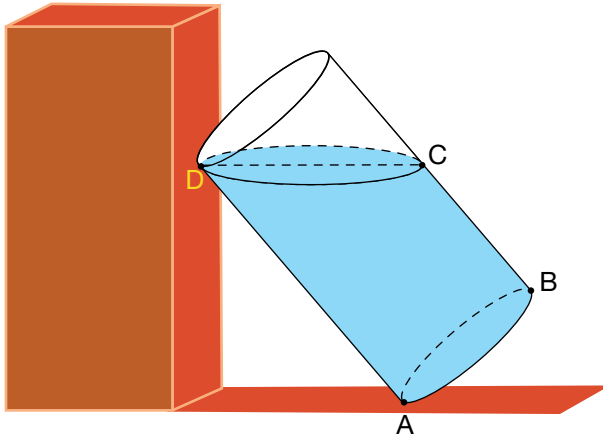
İçinde bir miktar su bulunan ve taban yarıçapı 4 cm olan dik dairesel silindirin içine Şekil-2'de bir küp atıldığında suyun seviyesi $4\pi^2 \text{ cm}$ yükseliyor.

Buna göre küpün bir ayrıntının kaç cm olduğunu bulunuz.

(Cevap: 4π)



Örnek 8:

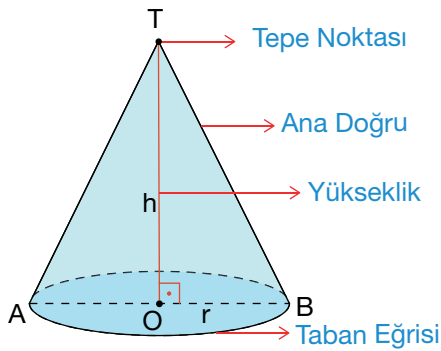


Şekilde taban yarıçapı 2 m olan ve içinde $24\pi \text{ m}^3$ su bulunan dik dairesel silindir şeklindeki bir su deposu, duvara 6 m uzaklıktaki A noktasından zemine değecek şekilde devrilerek D noktasında duvara dayanmıştır.

$|BC| = 2$ m olduğuna göre D noktasının yerden yüksekliğini bulunuz.

(Cevap: 8 m)

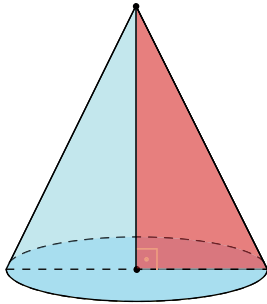
3. Yönerge



Tabanı bir daire ve tepe noktasından tabana inilen yükseklik ayağı taban merkezinde olan cisme **dik dairesel koni** dendiği belirtilir.

[TA] ve [TB] koninin ana doğrularıdır.

Yandaki koninin tepe noktası T ve çapı $[AB]$ olmak üzere (T, AB) biçiminde gösterilir.



Bir dik üçgenin bir dik kenarı etrafında döndürülmesiyle bir dik dairesel koni elde edildiği ve bu koniye aynı zamanda **dönel koni** de dendiği açıklanır.

Aşağıdaki örneğin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

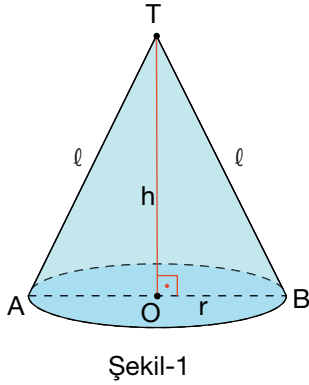
Örnek 9:

Yüksekliği taban çapına eşit olan bir dik dairesel koninin ana doğrusunun uzunluğu $10\sqrt{5}$ cm olduğuna göre bu koninin taban yarıçapının kaç cm olduğunu bulunuz.

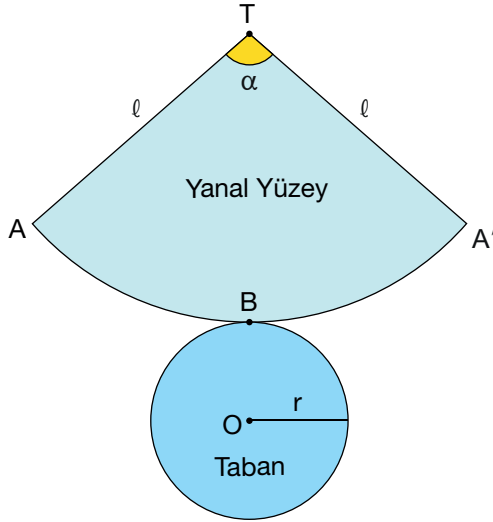
(Cevap: 10)

4. Yönerge

Şekil-1’de verilen tabanı O merkezli, taban yarıçapı r ve ana doğrusu ℓ olan dik dairesel koninin Şekil-2’deki açık hâli çizilir.



Şekil-1



Şekil-2

Şekil-2’deki koninin açık hâlinde T merkezli, ℓ yarıçaplı ve merkez açısı α olan daire dilimi, koninin yanal yüzeyidir ve O merkezli, r yarıçaplı daire koninin tabanıdır.

Koninin yanal yüzeyini oluşturan T merkezli daire diliminin yay uzunluğu olan $|\widehat{ABA'}|$ nun O merkezli r yarıçaplı taban dairesinin çevresi olan $2\pi r$ ye eşit olduğu açıklanarak r, ℓ ve α arasındaki ilişki gösterilir.

$$|\widehat{ABA'}| = 2\pi r$$

$$2\pi \ell \cdot \frac{\alpha}{360} = 2\pi r$$

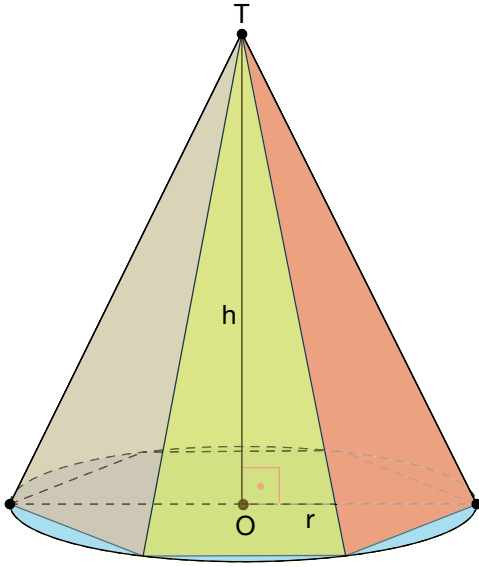
$$\frac{r}{\ell} = \frac{\alpha}{360}$$

(T,AB) konisinin

- Yanal yüzey alanı $Y_A = \pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{\alpha}{360}$ olur. Burada $\frac{\alpha}{360}$ yerine $\frac{r}{\ell}$ yazılırsa $Y_A = \pi \cdot \ell^2 \cdot \frac{r}{\ell} = \pi \cdot r \cdot \ell$ bulunur.
- Taban alanı $T_A = \pi r^2$ olur.
- Tüm yüzey alanı, yanal yüzey alanı ile taban alanının toplamına eşit olduğundan $A = \pi \cdot r \cdot \ell + \pi \cdot r^2$ olur.



5. Yönerge



O merkezli, r yarıçaplı ve yüksekliği h olan koninin içine tepe noktası koninin tepe noktasında ve köşeleri taban dairesi üzerinde olan bir piramit çizilir.

Piramidin hacminin

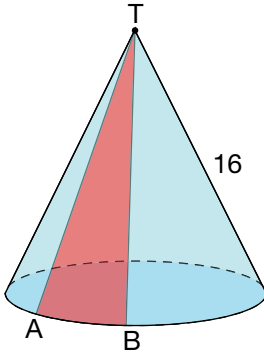
$$\frac{\text{Taban alanı} \times \text{Yükseklik}}{3}$$
ile hesaplandığı hatırlatılır.

Daha sonra piramidin tabanındaki düzgün çokgenin kenar sayısı sınırsız artırıldığında piramidin tabanı, koninin tabanına eşit olacağından koninin hacminin de

$$\frac{\text{Taban alanı} \times \text{Yükseklik}}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$
ile hesaplandığı açıklanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 10:

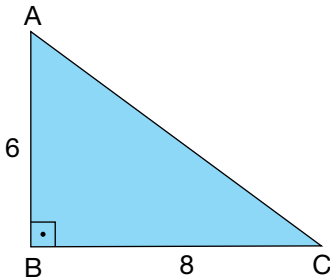


Yandaki koninin yan yüzeyinin taban çevresi üzerindeki AB yayı ile T noktası arasındaki bölge boyanıyor.

Ana doğrusunun uzunluğu 16 cm olan bu koninin boyalı yüzeyinin alanı $48\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre AB yayının uzunluğunu bulunuz.

(Cevap: $6\pi \text{ cm}$)

Örnek 11:



Şekilde $|AB| = 6 \text{ cm}$ ve $|BC| = 8 \text{ cm}$ olan ABC üçgensel bölgesi verilmiştir.

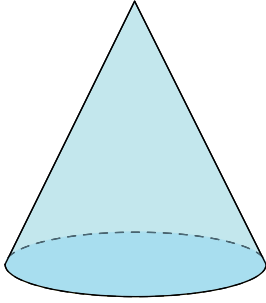
Şekildeki ABC üçgensel bölgesini

- Duygu, AB kenarı etrafında 360° döndürerek elde ettiği koninin tüm yüzey alanını $a \text{ cm}^2$ ve hacmini $b \text{ cm}^3$ olarak buluyor.
- Gökhan, BC kenarı etrafında 120° döndürerek elde ettiği cismin tüm yüzey alanını $c \text{ cm}^2$ ve hacmini $d \text{ cm}^3$ olarak buluyor.

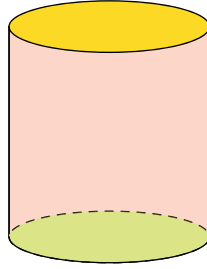
Buna göre $\frac{a-b}{c-d}$ ifadesinin değerini bulunuz. (Cevap: $\frac{\pi}{3}$)



Örnek 15:



Şekil-1

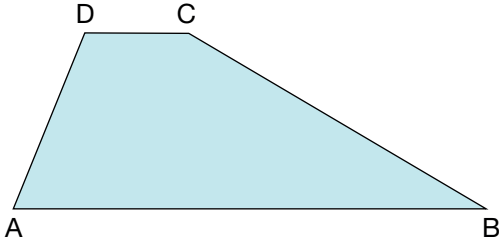


Şekil-2

Şekil-1'deki koninin taban yarıçapının Şekil-2'deki silindirin taban yarıçapına oranı $\frac{3}{2}$ dir. Koni ile silindirin hacimleri eşit olduğuna göre Şekil-2'deki silindirin yüksekliğinin Şekil-1'deki koninin yüksekliğine oranını bulunuz.

(Cevap: $\frac{3}{4}$)

Örnek 16:



Yandaki ABCD yamuğunda

$$|AD| = 13 \text{ cm},$$

$$|DC| = 6 \text{ cm},$$

$$|BC| = 20 \text{ cm},$$

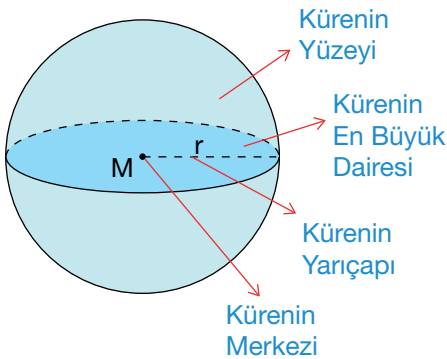
$$|AB| = 27 \text{ cm dir.}$$

ABCD yamuğunun AB kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç cm^3 tür?

(Cevap: 1872π)

6. Yönerge

Aşağıdaki tanımlar verilir.



Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların kümesine **küre yüzeyi** ve küre yüzeyi ile sınırlı cisme **küre** denir.

Sabit noktaya **kürenin merkezi** ve kürenin merkezi ile küre yüzeyi üzerindeki herhangi bir nokta arasındaki uzaklığa **kürenin yarıçapı** denir.

Bir küre ile kürenin merkezinden geçen bir düzlemin ara kesitine **kürenin en büyük dairesi** denir ve bu dairenin alanı πr^2 dir.

Bir kürenin yüzey alanı, kürenin en büyük dairesinin alanının 4 katıdır. Bu durumda küre yüzeyinin alanı $4\pi r^2$ olur.

Bir kürenin hacmi $\frac{4\pi r^3}{3}$ ifadesi ile hesaplanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

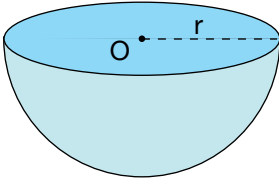
Örnek 17:

Yarıçapı 3 cm olan bir kürenin en büyük dairesinin alanını, yüzey alanını ve hacmini bulunuz.

(Cevap: En büyük dairesinin alanı: $9\pi \text{ cm}^2$, Yüzey alanı: $36\pi \text{ cm}^2$, Hacmi: $36\pi \text{ cm}^3$)

Örnek 18:

Hacmi $288\pi \text{ cm}^3$ olan bir kürenin yüzey alanını bulunuz. (Cevap: $144\pi \text{ cm}^2$)

Örnek 19:

Şekildeki yarım kürenin tüm yüzey alanı $243\pi \text{ cm}^2$ olduğuna göre bu yarım kürenin hacmi kaç cm^3 tür?

(Cevap: $486\pi \text{ cm}^3$)

Örnek 20:

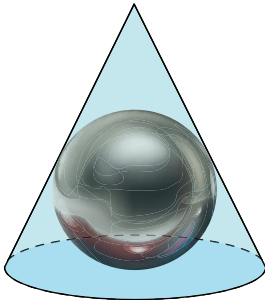
Yüksekliği taban çapına eşit olan bir koni ile aynı hacme sahip bir küre veriliyor. Buna göre kürenin yarıçapının koninin taban yarıçapına oranını bulunuz.

(Cevap: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$)

Örnek 21:

Şekildeki silindirin içine çapı 10 cm olan özdeş üç küre; birbirine, silindirin yan yüzeylerine ve tabanlarına teğet olacak şekilde yerleştirilmiştir. Buna göre silindir ile kürelerin arasında kalan kısmın hacmini bulunuz.

(Cevap: $250\pi \text{ cm}^3$)

Örnek 22:

Şekildeki taban yarıçapı 6 cm olan koninin içine yarıçapı 3 cm olan bir küre, koninin yan yüzeylerine ve tabanına teğet olacak şekilde yerleştirilmiştir. Buna göre koni ile küre arasında kalan kısmın hacmini bulunuz.

(Cevap: $60\pi \text{ cm}^3$)

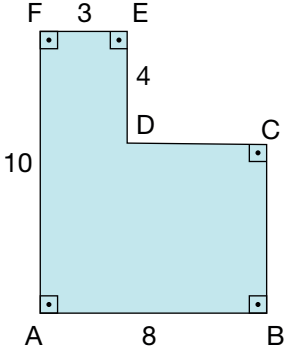
Ölçme-Değerlendirme

Çalışma kağıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



Çalışma Kağıdı

1.



Şekildeki bölgede

$$|EF| = 3 \text{ cm},$$

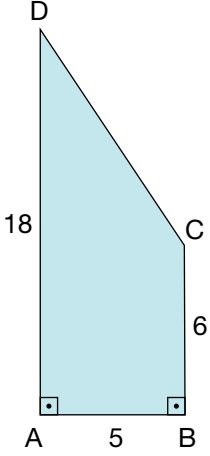
$$|AB| = 8 \text{ cm},$$

$$|DE| = 4 \text{ cm},$$

$$|AF| = 10 \text{ cm}$$

olduğuna göre bu bölgenin $[AF]$ etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç cm^3 tür?

2.



Şekildeki ABCD dik yamuğunda

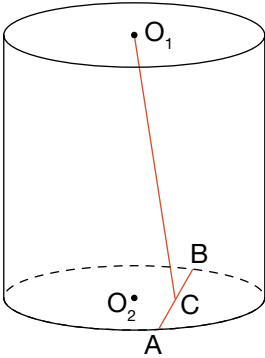
$$|AB| = 5 \text{ cm},$$

$$|BC| = 6 \text{ cm},$$

$$|AD| = 18 \text{ cm}$$

olduğuna göre bu dik yamuk biçimindeki bölgenin $[BC]$ etrafında 180° döndürülmesiyle elde edilen cismin tüm yüzey alanı kaç cm^2 dir?

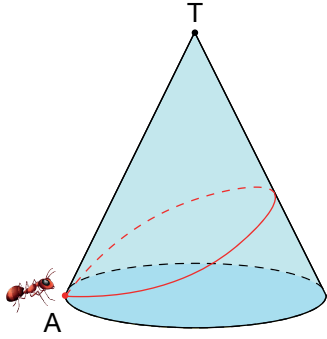
3.



Şekilde tabanları O_1 ve O_2 merkezli silindir verilmiştir. Silindirin taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 15 cm dir. Silindirin alt tabanında 10 cm uzunluğundaki kirişin orta noktası C noktasıdır.

Buna göre $|O_1C|$ kaç cm dir?

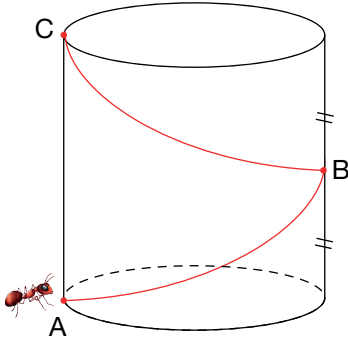
4.



Şekildeki taban yarıçapı 4 cm ve ana doğrusu 12 cm olan koninin A noktasında bir karınca bulunmaktadır. Saniyede 2 cm yürüyebilen bu karınca, koninin yan yüzeyi etrafında dolanarak en kısa yoldan tekrar A noktasına varıyor.

Buna göre karıncanın yürüyüşü kaç saniye sürmüştür?

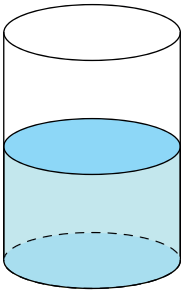
5.



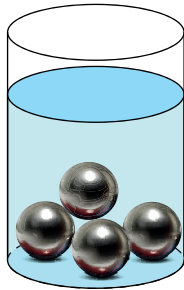
Şekildeki taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 24π cm olan silindirin A noktasında bir karınca bulunmaktadır. Karınca, silindirin tam ortasındaki B noktasına kadar yürüdükten sonra B noktasından C noktasına doğru yürüyor.

Buna göre karıncanın aldığı en kısa yol kaç cm dir?

6.



Şekil-1

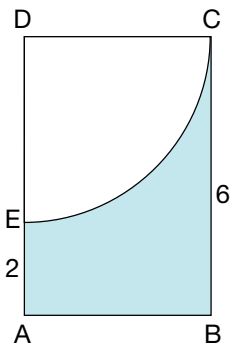


Şekil-2

Şekil-1'deki silindirin içinde bir miktar su vardır.

Bu silindirin içine Şekil-2'deki gibi yarıçapı 3 cm olan demir kürelerden 4 tane atıldığında suyun yüksekliği 8 cm arttığına göre silindirin taban yarıçapı kaç cm dir?

7.



Şekildeki ABCD dikdörtgensel bölgesinden O merkezli $[DC]$ yarıçaplı çeyrek daire kesilerek atılıyor.

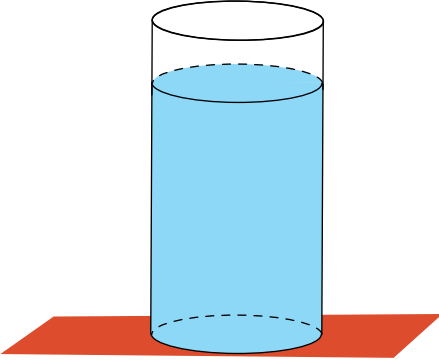
$$|AE| = 2 \text{ cm,}$$

$$|BC| = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre kalan bölgenin $[AD]$ etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi kaç cm^3 tür?

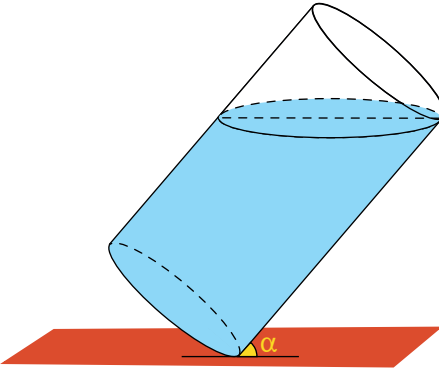


8.



Şekil-1

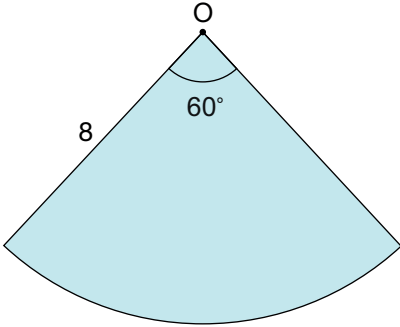
Şekil-1'deki taban yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 12 cm olan silindirin içerisinde 8 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır.



Şekil-2

Silindir Şekil-2'deki gibi eğiliyor. Silindirdeki suyun dökülmeye başladığı anda silindirin yer düzlemi ile yaptığı α açısı kaç derecedir?

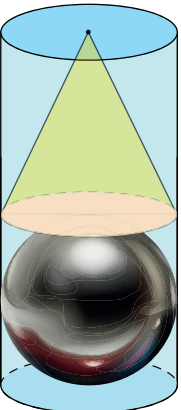
9.



Şekildeki O merkezli, yarıçapı 8 cm ve merkez açısı 60° olan daire dilimi kıvrılarak bir koni elde ediliyor.

Buna göre elde edilen koninin hacmi kaç cm^3 tür?

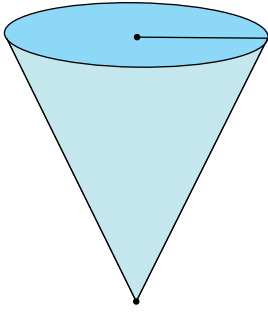
10.



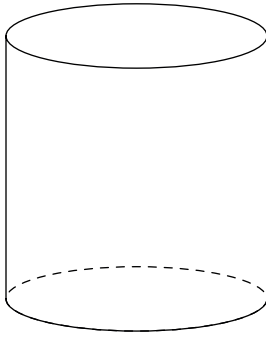
Şekilde silindirin içine tepe noktası silindirin üst tabanının merkezinde, taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 5 cm olan bir koni ile koniye, silindirin yan yüzeylerine ve taban yüzeyine teğet olan bir küre yerleştirilmiştir.

Buna göre silindir, koni ve küre arasında kalan mavi boyalı kısmın hacmi kaç cm^3 tür?

11.



Şekil-1



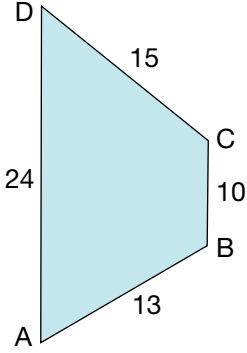
Şekil-2

Şekil-1'deki taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 8 cm olan koninin içi tamamen su ile doludur.

Konideki suyun tamamı taban yarıçapı 6 cm olan Şekil-2'deki silindirin içine boşaltılacaktır.

Buna göre Şekil-2'deki silindirdeki suyun yüksekliği kaç cm olur?

12.



Şekildeki ABCD yamuğunda

$$|AB| = 13 \text{ cm},$$

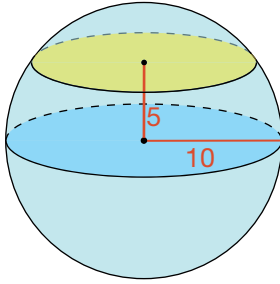
$$|BC| = 10 \text{ cm},$$

$$|CD| = 15 \text{ cm},$$

$$|AD| = 24 \text{ cm}$$

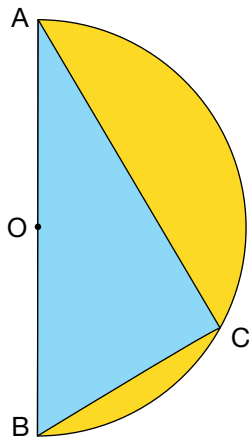
olduğuna göre ABCD yamuğu biçimindeki bu bölgenin [BC] etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cismin tüm yüzey alanı kaç cm^2 dir?

13.



Şekildeki 10 cm yarıçaplı küre, merkezinden 5 cm uzaklıktaki bir düzlem ile kesildiğinde oluşan sarı renkli ara kesit dairesinin alanı kaç cm^2 dir?

14.



Şekildeki [AB] çaplı yarım dairede

$$|AC| = 4\sqrt{5} \text{ cm},$$

$$|BC| = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

olduğuna göre bu yarım dairenin [AB] etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen cisimde sarı bölgenin oluşturduğu cismin hacmi kaç cm^3 tür?



BU SAYFA BOŞ BIRAKILMIŞTIR.



Öğrenme Alanı: Olasılık

Alt Öğrenme Alanı: Koşullu olasılık

Konu	Koşullu, Bağımlı/Bağımsız Olasılıklar ve Bileşik Olaylar	⌚ 40 + 40 + 40 + 40 dk.
Kazanımlar	11.7.1.1. Koşullu olasılığı açıklayarak problemler çözer. 11.7.1.2. Bağımlı ve bağımsız olayları açıklayarak gerçekleşme olasılıklarını hesaplar. 11.7.1.3. Bileşik olayı açıklayarak gerçekleşme olasılığını hesaplar.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. B olayının gerçekleşmesi hâlinde A olayının gerçekleşmesi olasılığına, A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı denir ve bu durum $P(A/B)$ ile gösterilir.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (P(B) \neq 0)$$

$$\bullet \text{ E eş olumlu örnek uzay ise } P(A/B) = \frac{\frac{s(A \cap B)}{s(E)}}{\frac{s(B)}{s(E)}} = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} \text{ dir.}$$

- A olayının B koşullu olasılığı hesaplanırken B kümesi örnek uzay olarak düşünülüp hesap yapılabilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Bir madeni paranın iki kez arka arkaya atılması deneyinde en az bir tura geldiği biliniyor.

Buna göre paraların ikisinin de tura gelme olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{3}$)

Örnek 2:

İki tavra zarının birlikte atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çarpımının 12 olduğu bilindiğine göre sayıların birinin tek sayı olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{2}$)

Örnek 3:

22 kişilik bir turist kafilesinde 14 kişi İngilizce, 11 kişi Almanca, 3 kişi hem İngilizce hem Almanca bilmektedir.

Bu kafileden rastgele seçilen bir turistin Almanca bildiği bilindiğine göre bu turistin İngilizce de biliyor olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{3}{11}$)

Örnek 4:

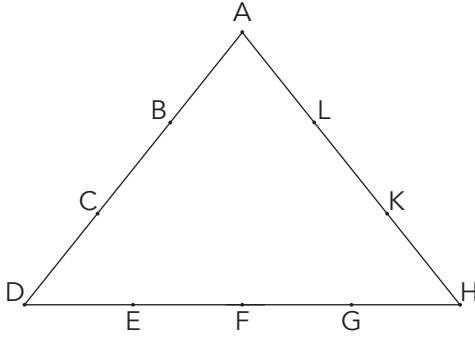
Doruk'un elinde siyah ve beyaz iki torba vardır. Siyah torbada 3 çikolata 2 şeker, beyaz torbada 4 çikolata 1 şeker vardır. Doruk, kardeşi Derin'in bu torbaların birinden bir kez çekim yapmasını istiyor.

Şeker çektiği bilindiğine göre Doruk'un beyaz torbadan çekmiş olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{3}$)



Örnek 5:



Yukarıdaki üçgen üzerinde verilen 10 noktadan rastgele 3 tanesi seçiliyor. Buna göre seçilen noktalardan birinin F olduğu bilindiğine göre bu üç noktanın üçgen oluşturma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{5}{6}$)

2. Yönerge

E örnek uzayında iki olay A ve B olmak üzere B olayının gerçekleşmesi veya gerçekleşmemesi A olayının olasılığını değiştirmiyorsa bu iki olaya bağımsız olaylar denir. İki olay bağımsız değil ise bu olaylara bağımlı olaylar denir.

- $P(A \cap B)$: A ve B olaylarının meydana gelme olasılığı
- $P(A \cup B)$: A veya B olaylarının meydana gelme olasılığı
- A ve B bağımsız olaylar ise $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- A ve B bağımlı olaylar ise $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

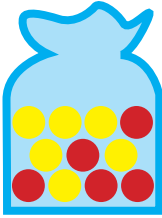
Örnek 6:

Bir madeni para ile bir çift zar aynı anda atılıyor.

Buna göre paranın yazı ve zarların üst yüzüne gelen sayıların çarpımının tek olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{8}$)

Örnek 6:

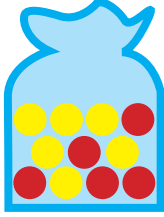


Bir torbada 5 kırmızı 6 sarı top bulunmaktadır. Çekilen top geri konulacak şekilde torbadan arka arkaya iki top çekiliyor.

Buna göre her iki boncuğun da sarı olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{36}{121}$)

Örnek 8:



Bir torbada 5 kırmızı 6 sarı top bulunmaktadır. Çekilen top geri konulmayacak şekilde torbadan arka arkaya iki top çekiliyor.

Buna göre her iki boncuğun da sarı olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{3}{11}$)

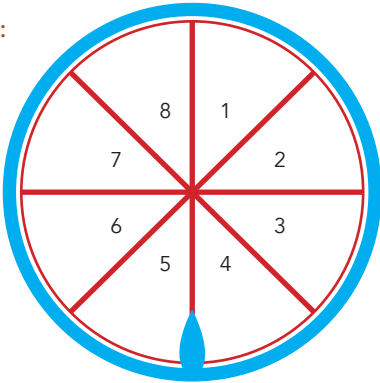
Örnek 9:

Bir sınıftaki 14 kızın 8'i esmer, 16 erkeğin 6'sı sarışındır.

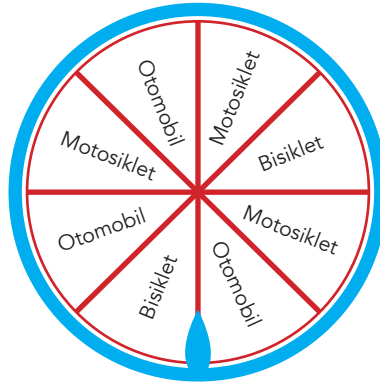
Bu sınıftan seçilen bir kişinin erkek veya esmer olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{4}{5}$)

Örnek 10:



1. Çark



2. Çark

Bir yarışmaya katılan Onur, yukarıdaki şekilde görülen 2 adet hediye çarkını çevirerek hediye kazanabilecektir. Yarışmanın kuralına göre önce 1. Çark'ı çevirecek ve gelen sayı asal sayı olursa 2. Çark'ı çevirmeye hak kazanacaktır.

Buna göre Onur'un bu yarışmadan otomobil kazanma olasılığı kaçtır?

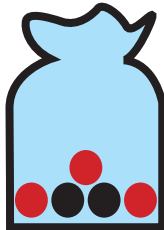
(Cevap: $\frac{3}{16}$)

3. Yönerge

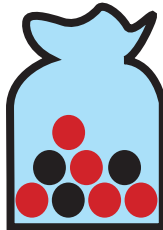
İki veya daha çok olayın birlikte, art arda ortaya çıkmasına bileşik olay denir.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 11:



Aslı'nın Torbası



Volkan'ın Torbası

Aslı'nın torbasında 2 siyah, 3 kırmızı, Volkan'ın torbasında 3 siyah, 5 kırmızı top vardır. Mustafa bu torbalardan birini rastgele seçip torbanın içinden rastgele bir top alacaktır.

Buna göre Mustafa'nın kırmızı top alma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{49}{80}$)



Örnek 12:



Arda'nın Kalem Kutusu



Ada'nın Kalem Kutusu

Arda'nın kalem kutusunda 4 siyah, 5 kırmızı; Ada'nın kalem kutusunda 5 siyah, 3 kırmızı kalem vardır. Arda, gözü kapalıyken kendi kalem kutusundan rastgele bir kalem alıp rengine bakmadan Ada'nın kalem kutusuna koyduktan sonra Ada, gözü kapalıyken kendi kalem kutusundan rastgele bir kalem alıyor.

Buna göre Ada'nın alacağı kalemin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{32}{81}$)

Örnek 13:

İki basamaklı doğal sayılar arasından seçilen bir sayının 3 veya 4 ile tam bölünebilme olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{22}{45}$)

Örnek 14:

A ve B, E örnek uzayında iki bağımsız olaydır. $P(A) = 4x$, $P(B) = 3x$ ise $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ olduğuna göre $P(A \cup B)$ kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{2}$)

Örnek 15:

Alper ve Sinan iki atıcıdır. Sinan'ın bir hedefi vurma olasılığı $\frac{3}{4}$, Alper'in $\frac{2}{5}$ dir.

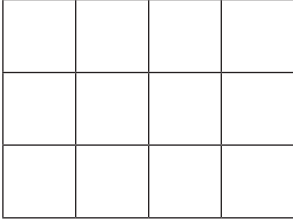
Buna göre birer atış yapan bu iki arkadaşın en az birinin hedefi vurma olasılığı kaçtır?

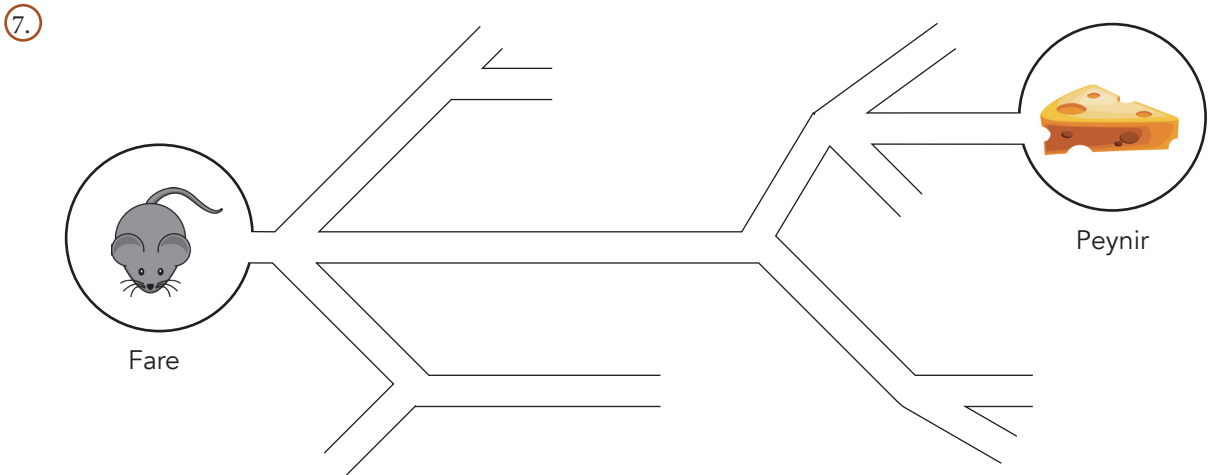
(Cevap: $\frac{17}{20}$)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

ÇALIŞMA KAĞIDI

1. İki basamaklı doğal sayılardan biri rastgele seçiliyor.
Seçilen sayının tek sayı olduğu bilindiğine göre 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?
2. 10 erkek, 15 kız öğrencinin bulunduğu bir sınıfta erkeklerin 4 ü, kızlardan 7 si gözlüklüdür.
Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüklü olduğu bilindiğine göre erkek öğrenci olma olasılığı kaçtır?
3. $A=\{a,b,c,d\}$ kümesinin alt kümeleri birer kağıda yazılarak bir torbaya atılıyor. Bu torbadan geri koymaksızın art arda iki kâğıt çekiliyor.
Çekilen kâğıtların ikisinin de üç elemanlı bir küme olma olasılığı kaçtır?
4. 
12 birim kareden oluşan yukarıdaki şekil içinden rastgele seçilen bir dikdörtgenin kare olduğu bilindiğine göre alanının $4 br^2$ olma olasılığı kaçtır?
5. Türkiye ve Almanya arasında oynanan bir futbol maçında 6 gol atılmıştır.
Maçın skoru 3-3 olduğuna göre bu maçta 2 ve 5. goller Türkiye'nin atması olma olasılığı kaçtır?
6. İki zar ve iki madeni para atılıyor.
Paraların ikisinin de tura ve zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının 6 olma olasılığı kaçtır?



Şekildeki farenin peynire ulaşma olasılığı kaçtır?



8. Bir zar ve madenî para aynı anda atılıyor.

Buna göre zarın 3 ten büyük, paranın tura gelme olasılığı kaçtır?

9. Bir anne, 3 çocuğunu alıp babasını ziyarete gitmek için evden çıkarken çocukların her birine takmaları için her biri farklı renkte 3 şapka veriyor. Ziyaretten sonra babasının evinden çıkarken çocukların başına aynı şapkaları yine rastgele takıyor.

Buna göre son durumda çocukların taktığı şapkaların renginin ilk durum ile aynı olma olasılığı kaçtır?

10. Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{3}{5}$ tir.

Hedefe 5 atış yaptığında bu avcının hedefi yalnız 3 kez vurma olasılığı kaçtır?

11. A ve B, E örneklem uzayın iki olayı olmak üzere $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

olduğuna göre $P(A' \cap B')$ kaçtır?

12. A torbasında 3 kırmızı, 4 mavi bilye; B torbasında 2 kırmızı, 5 mavi bilye vardır. Torbaların her birinden aynı anda rastgele birer bilye çekiliyor.

Buna göre çekilen bilyelerin farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

13. İki torbanın her birinde 4 beyaz, 3 siyah bilye vardır. Birinciden bir bilye alınıp ikinciye ve sonra ikinciden bir bilye alınıp birinci torbaya atılıyor.

Buna göre renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

14. $A = \{1,3,5,7,9,11,13\}$ kümesinden alınan bir elemanın 9 dan büyük veya 9 dan küçük olma olasılığı kaçtır?

15. Bir okulda 11. sınıf olan A,B ve C şubeleri bulunmaktadır. Her şubeden birer öğrenci, onur kurulu üyeliği için rastgele seçilecektir.

A şubesinde 5 kız 10 erkek, B şubesinde 6 kız 12 erkek, C şubesinde 9 kız 9 erkek öğrenci bulunduğuna göre seçilen öğrencilerin tamamının kız olma olasılığı kaçtır?



Konu	Deneysel ve Teorik Olasılık	⌚ 40 dk.
Kazanımlar	11.7.2.1. Deneysel olasılık ile teorik olasılığı ilişkilendirir.	
Gerekli Materyaller	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

Bir olayın olma olasılığını yaptığımız denemelere göre bulmaya deneysel olasılık denir. Bir olayın olasılığını bulmak için yapılan deneyde olayın gerçekleşme sayısının deneme sayısına oranına olayın deneysel olasılığı denir.

Sınıfa zar getirilir. Zar 10 kere atılır ve öğrencilerin sonuçları not etmeleri istenir. Örneğin not edilen sayılar 1, 2, 2, 5, 3, 1, 6, 3, 4, 3 ise zarın üst yüzüne 2 gelme olasılığı deneysel olarak

$$\frac{\text{Gerçekleşme Sayısı}}{\text{Deneme Sayısı}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

şeklinde bulunur.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Bir madeni para 30 kez atıldığında 18 kez tura, 12 kez yazı geldiğine göre yapılan bu deneyde tura gelme olasılığı kaçtır?

(Cevap: $\frac{3}{5}$)

Örnek 2:

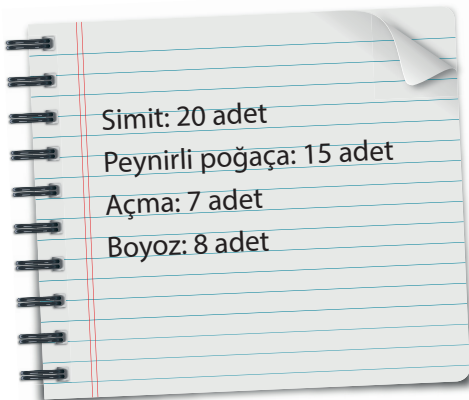


Şekilde 8 renkli bir hedef tahtası verilmiştir. İnci, bu hedef tahtasına 10 atış yapıyor ve atışlar sırası ile gri, sarı, mor, siyah, siyah, mor, kırmızı, pembe, turuncu, siyah bölgelere isabet ediyor.

Buna göre İnci'nin 11. atışında siyah renge isabet ettirmiş olma olasılığı deneysel olarak kaçtır?

(Cevap: $\frac{3}{10}$)

Örnek 3:



Bir pastacı, sabah vakti ilk 50 müşterisinin satın aldığı ürün çeşidini not alıyor.

Buna göre 51. müşterinin boyoz alma olasılığı deneysel olarak kaçtır?

(Cevap: $\frac{4}{25}$)



2. Yönerge

Bir deney gerçekleştirilmeden deneyden çıkabilecek sonuçlar göz önüne alınarak bir olayın olma olasılığının hesaplanmasına teorik olasılık denir.

- Deneme sayısı arttıkça deneysel olasılık değeri teorik olasılık değerine yaklaşır.

Aşağıdaki örneklerin çözümleri öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 4:

Arda, odasını boyamaya karar veriyor fakat 3 renk arasında kararsız kalıyor. Annesi Esra Hanım Arda'nın seçimine yardımcı olmak için en sevdiği renkten başlayarak birer bilye azaltıp 5 yeşil, 4 mavi, 3 beyaz bilyeyi bir torbaya atıyor. Daha sonra renge karar vermesi için bu torbadan rastgele bir bilye çekmesini istiyor.

Buna göre Ardanın odasını beyaz boyama olasılığı teorik olarak kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{4}$)

Örnek 5:

Dört madenî paranın düzgün bir zemine atılması sonucu, 3 tura ve 1 yazı gelme olasılığı teorik olarak kaçtır?

(Cevap: $\frac{1}{4}$)

Örnek 6:

Bir öğrenci bir zarı atma deneyi yapıyor ve sonucun 5 gelmesi ile ilgili aşağıdaki tabloyu oluşturuyor.

Atış sayısı	5 gelme sayısı
15	4
25	6
40	7

Buna göre zarın 5 gelmesi olayının teorik olasılığı ile deneysel olasılığı sonuçlarını hesaplayıp karşılaştırınız.

(Cevap: Deney sayısı arttıkça deneysel olasılık teorik olasılık sonucuna yaklaşır.)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

Çalışma Kağıdı

1. Bir zar 20 kez atıldığında 6 kez 1, 2 kez 2, 4 kez 3, 3 kez 4, 2 kez 5, 3 kez 6 gelmiştir.

Buna göre bu deney sonucunda zarın 6 gelme olasılığı kaçtır?

2. Bir madeni para 24 kez atılıyor. 16 kez yazı, 8 kez tura geliyor.

Buna göre bu paranın 25. kez atıldığında

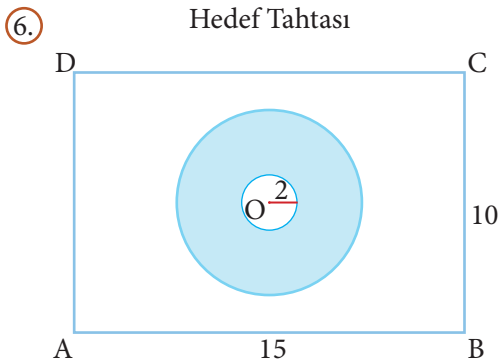
- a) Deneysel olarak yazı gelme olasılığı,
b) Teorik olarak yazı gelme olasılığı nedir?

3. Kız ve erkek öğrencilerin sayısının eşit olduğu bir sınıfta başkan ve başkan yardımcısı seçimi yapılacaktır.

Seçilen öğrencilerin erkek olma olasılığı $\frac{6}{25}$ ise bu sınıfın mevcudu kaçtır?

4. 15 kez yarışa giren bir at yarışların altısında birinci gelmiştir. Buna göre bu atın 16. yarışında birinci gelme olasılığı deneysel olarak kaçtır?

5. Bir öğretmen 9 öğrenciyi 2, 3 ve 4 kişilik proje gruplarına ayıracaktır. Bu öğrencilerden Ayça ve Aslı'nın aynı grupta olma olasılığı kaçtır?



Şekilde verilen hedef tahtasına atış yapan Ali'nin beyaz alanı vurma olasılığı $\frac{9}{10}$ ise büyük çemberin yarıçapının kaç cm olduğunu bulunuz. ($\pi = 3$)



CEVAP ANAHTARI

1. Dönüşüm Yardımıyla Grafik Çizimi (11.3.3.1.)

1	2	3	4	5
2 birim sağa, 3 birim yukarı	$f(x) = -(x - 1)^2 + 3$	$\frac{4}{(x + 2)^4} - 4$	3	4

6	7	8	9	10
24	$c > b > a$	• f tek • g çift • t tek • r ne tek ne çift	-2	$f(x) = x^2$ fonksiyonunun 2 birim sağa 2 birim yukarı öteleme

2. Denklem ve Eşitsizlik Sistemleri (11.4.1.1., 11.4.2.1., 11.4.2.2.)

1	2	3	4	5
$(-4, 3), (3, -4)$	$(-3, -8), (2, -3)$	$\{ \}$	$\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$	9

6	7	8	9	10
1	6	$(-1, \infty) - \{3\}$	$(-\infty, 2]$	$(-3, \infty) - \{3\}$

11	12	13	14	15
$[-3, 0]$	$(-3, -1) \cup (0, 1)$	$(-9, 2]$	$(4, 6)$	$(-4, -3] \cup [1, 2)$

3. Çemberin Temel Elemanları (11.5.1.1., 11.5.1.2.)

1	2	3	4	5	6	7	8
12	$6\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	10	4	10	$\sqrt{205}$	4

4. Çemberde Açılar (11.5.2.1., 11.5.2.2.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	28	37	52	98	75	65	2	50	4	1	54	6



5. Çemberde Açılar (11.5.4.1.)

1	2	3	4	5
81	$6\pi - 9\sqrt{3}$	$24\pi + 9\sqrt{3}$	$25\pi - 48$	$6\pi - \frac{9\sqrt{3}}{2}$

6	7	8	9	10
$3\pi + 10$	10	$20\pi + 8$	$\frac{(4\sqrt{3} - 2)\pi}{3}$	10

6. Katı Cisimler (11.6.1.1.)

1	2	3	4	5	6	7
420π	$135\pi + 120$	$2\sqrt{59}$	$6\sqrt{3}$	26π	$3\sqrt{2}$	$\frac{160\pi}{3}$

8	9	10	11	12	13	14
45°	$\frac{64\sqrt{35}\pi}{81}$	48π	$\frac{2}{3}$	912π	75π	$\frac{340\pi}{3}$

7. Koşullu, Bağımlı/Bağımsız Olasılıklar ve Bileşik Olaylar (11.7.1.1., 11.7.1.2., 11.7.1.3.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$1/3$	$4/11$	$1/20$	$3/10$	$1/5$	$5/144$	$1/18$	$1/4$	$1/6$	$216/625$	$13/20$	$23/49$	$4/7$	$6/7$	$1/18$

8. Deneysel ve Teorik Olasılık (11.7.2.1.)

1	2	3	4	5	6
$\frac{3}{20}$	a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$	26	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{18}$	3