

## ÜSLÜ İFADELER

$a \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a^n$  ifadesine **üslü ifade** denir.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}}$$

**a**  $\xrightarrow{\text{üs}}$  **n**  
 $\searrow$  **taban**

Sıfır sayısının  
pozitif  
kuvvetleri  
yine 0 olur.

## BİR GERÇEK SAYININ NEGATİF KUVVETİ

$x \in \mathbb{R} - \{0\}$  olmak üzere

$$\mathbf{x^{-1} = \frac{1}{x} \text{ ve } x^{-n} = (x^{-1})^n = \left(\frac{1}{x}\right)^n}$$

olur.

**NOT:** Sıfır sayısının çarpma işlemine göre tersi olmadığı için negatif kuvveti tanımsızdır.

## ÜSLÜ SAYILARDA TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

$a, b, c, x \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\mathbf{a \cdot x^m + b \cdot x^m - c \cdot x^m = (a + b - c) \cdot x^m}$$

olur.

## ÜSLÜ SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılabilir. Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanıp üsse yazılır. Ortak taban aynı kalır.

## ÜSLÜ SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Tabanları aynı olan üslü sayılarla bölme işlemi yapılırken 1. sayının üssünden 2. sayının üssü çıkarılıp üs olarak yazılır. Ortak taban aynı kalır.

## ÜSLÜ İFADELERİN ÖZELLİKLERİ

$x, y, a, b \in \mathbb{R}$  ve  $m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere

- Tüm gerçekteki sayıların 1. kuvveti kendisidir.

1 sayısının tüm reel sayı kuvvetleri 1 dir.

- Sıfırdan farklı sayıların sıfırıncı kuvveti 1 dir.

$0^0$  belirsizdir.

- Üs negatif bir sayı ise tabandaki sayı ters çevrilir.

- Üslü sayıların üssü alınırken üsler çarpılır.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

- $-1$  in çift kuvvetleri  $1$ , tek kuvvetleri  $-1$  dir.
- Pozitif gerçek sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.
- Negatif gerçek sayıların çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$$\begin{cases} \mathbf{n \text{ tek ise } x^n < 0} \\ \mathbf{n \text{ çift ise } x^n > 0} \end{cases}$$

- Üsleri aynı olan üslü sayıların çarpımında tabanlar çarpımına ortak üs yazılır.

$$\mathbf{x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n}$$

## ÜSLÜ DENKLEMLER

İçinde üslü ifade bulunduran denklemlere **üslü denklem** denir.

Bu tür denklemlerin çözümü belli özellikler kullanılarak yapılır.

- Taban olarak yazılan sayının  $-1$ ,  $0$  veya  $1$  olmadığı üslü denklemlerde eşitliğin her iki tarafındaki tabanlar eşitse üsler de eşittir.

$$\mathbf{a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\} \text{ olmak üzere } a^x = a^y \implies x = y}$$

- Üslü denklemlerin çözümünü yapabilmek için üslü ifadelerin tabanlarında verilen sayıları aynı yapmak gerekir.

## ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER

$a \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere

$$\triangleright a > 1 \text{ ve } a^n < a^m \implies n < m$$

$$\triangleright 0 < a < 1 \text{ ve } a^n < a^m \implies n > m$$



## SORU

$$\underbrace{\Delta \cdot \Delta \cdot \Delta \cdot \Delta \cdot \dots \cdot \Delta}_{25 \text{ tane}} = A$$

$$\underbrace{\Delta + \Delta + \Delta + \dots + \Delta}_{25 \text{ tane}} = B$$

eşitlikleri veriliyor.

$\frac{A}{B} = 5^{70}$  olduğuna göre  $\Delta$  kaçtır?

- A) 625      B) 125      C) 50      D) 25      E) 5

## SORU

$k, m \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere

$$\boxed{m} = 2m - 1$$

$$\langle k \rangle = k + 1$$

kuralları veriliyor.

$$\boxed{5}^{\langle 4 \rangle} = \boxed{2}^{\langle x \rangle}$$

**olduğuna göre x sayısı kaçtır?**

A) 10

B) 9

C) 8

D) 7

E) 6

## SORU 2020 AYT/ MATEMATİK

x ve y tam sayıları için

$$9^x - 3^{2x-2} = 2^y \cdot 3^6$$

eşitliği sağlanmaktadır.

**Buna göre  $x + y$  toplamı kaçtır?**

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

## KÖKLÜ İFADELER

$n \geq 2$  olmak üzere

$$a^{\frac{1}{n}}$$



$$\sqrt[n]{a}$$



**n. dereceden kök a**  
diye okunur.

şeklindeki üssü  
rasyonel sayı olan  
ifadeler

kök işareti  
kullanılarak bu  
şeklinde gösterilir.

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$  eşitliği köklü sayıların aslında üssü rasyonel olan birer üslü sayı olduğunu gösterir.

Bu durumda

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

## KÖK İÇİNDEKİ İFADEYİ KÖKTEN KURTARMA

$x^n = a$  ifadesinde ( $n \geq 2$ )

$$\begin{cases} n \text{ tek ise} & \sqrt[n]{x^n} = x, \\ n \text{ çift ise} & \sqrt[n]{x^n} = |x| \end{cases}$$

## KÖKLÜ İFADELERDE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

Kök dereceleri ve kök içleri aynı olan köklü ifadeler toplanabilir ya da çıkarılabilir.

$$\mathbf{a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} - c \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x}}$$

## KÖKLÜ İFADELERLE ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMLERİ

Kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler birbiriyle çarpılabilir veya birbirine bölünebilir.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$b \neq 0 \text{ olmak üzere } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- Kökün derecesini genişletme

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}}$$

- Kökün derecesini sadeleştirme

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt{\frac{n}{k} \frac{m}{k}}{x^{\frac{m}{k}}}$$

Sayı	Eşleniği	Sayı · Eşlenik
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$
$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$
$\sqrt{a} + b$	$\sqrt{a} - b$	$(\sqrt{a} + b) \cdot (\sqrt{a} - b) = a - b^2$
$\sqrt[n]{x^a}$	$\sqrt[n]{x^b}$	$\sqrt[n]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} = \sqrt[n]{x^{a+b}} = x, (n = a + b)$



$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$  durumundaki köklü ifadelerde

$b = m \cdot n$  ve  $a = m + n$  olmak üzere

$$\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

$$\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} - \sqrt{n} \quad (m > n)$$

şeklinde yazılır.

## SORU MSU 2020

Verilen bir  $a$  pozitif tam sayının karekökü,  $b$  ve  $c$  birer pozitif tam sayı olmak üzere  $\sqrt{a} = b\sqrt{c}$  biçiminde yazılabilir. Bu şekilde  $b$  en büyük değerini aldığı anda,  $\sqrt{a}$  sayısı önce  $b$  sayısı kadar kırmızı, sonra  $c$  sayısı kadar mavi kare kullanılarak modelleniyor.

Örneğin  $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$  olduğundan  $\sqrt{128}$  sayısı



**Bu kurala göre modellenen aşağıdaki sayılardan hangisinin modelinde kullanılan toplam mavi kare sayısı toplam kırmızı kare sayısından fazla olur?**

A)  $\sqrt{32}$

B)  $\sqrt{48}$

C)  $\sqrt{72}$

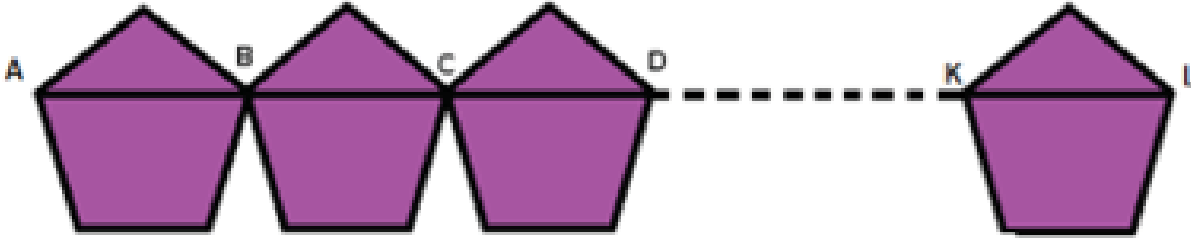
D)  $\sqrt{96}$

E)  $\sqrt{108}$

## SORU

*Bir düzgün beşgenin bir köşegen uzunluğunun bir kenar uzunluğuna oranı altın oranı verir. Bu oran  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  değerine eşittir.*

Bir kenarının uzunluğu  $3 \cdot (\sqrt{5} - 1)$  cm olan 10 tane eş düzgün beşgen kullanarak kolye yapılmak isteniyor. Düzgün beşgenlerin A ve L noktaları uç uca getirilip bir tel üzerinde sıralanarak aşağıdaki şekil oluşturuluyor (A, B, C, D, ..., K, L noktaları doğrusaldır.).



**Buna göre bu işlem için kullanılması gereken tel uzunluğu ( $|AL|$ ) kaç cm olur?**

- A)  $90 - 30\sqrt{5}$       B) 60      C)  $15\sqrt{5} - 15$       D) 120      E)  $30\sqrt{5} - 15$

## SORU

n kenarlı bir çokgende

$$\boxed{x} = x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot \dots \cdot (x+n-1)$$

şeklinde bir işlem tanımlanıyor.

**Örneğin;**

$$\boxed{6} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \text{ olduğuna göre}$$

$$\frac{\triangle \sqrt{2}-1}{\text{pentagon } \sqrt{3}-2}$$

**işleminin sonucu kaçtır?**

- A)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$     B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$     C)  $-\frac{\sqrt{6}}{9}$     D)  $-\frac{\sqrt{6}}{6}$     E)  $-\sqrt{6}$