

# POLİNOMLAR

- $x$  bir değişken,
- $n \in \mathbb{N}$
- $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  birer gerçək sayı olmak üzere

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 x^0$$

biçimindeki ifadeye **gerçək katsayılı** ve **bir değişkenli polinom** adı verilir.  
x değişkenine bağılı polinomlar  $P(x), Q(x), R(x), \dots$  gibi ifadelerle gösterilir.

$$\text{➤ } P(x) = -7x^4 + 3x^2 - 8x + 4$$

$$\text{➤ } Q(x) = -11x^6 + \frac{1}{x^5} - x^2 + 3$$

# POLİNOMUN DERECEİ, KATSAYILARI ve SABİT TERİMİ

- $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0 x^0$  ifadelerine *polinomun terimleri* denir.
- $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  gerçekte sayılarına *polinomun katsayıları* denir.
- $x$  değişkeninin aldığı en büyük üsse *polinomun derecesi* denir ve  $\text{der}[P(x)]$  ile gösterilir.
- Bir polinomun en büyük dereceli teriminin katsayısına polinomun *baş katsayısı* denir.
- $a_0$  ifadesine polinomun *sabit terimi* denir.

**SORU:**  $P(x) = -7x^6 + 4x^5 + 8x^3 - 3x + 15$  polinomunun,

- Derecesi
- Katsayıları
- Baş katsayısı
- Sabit terimi

**SORU:**  $P(x) = -3x^{\frac{n+30}{n}} + 5x^4 - 7x^{n-4}$   
ifadesi bir polinom belirttiğine göre,  
 $P(x)$  polinomunun derecesinin alabileceği  
en büyük değer kaçtır?

A) 6

B) 7

C) 11

D) 20

E) 26

**SORU:**  $P(x)$  ve  $Q(x)$  birer polinom olmak üzere,

$$-2.P(x + 2) + x.Q(x - 1) = x^2 + 3x + 6$$

ve  $P(5) = -6$  olduğuna göre,  $Q(2)$  değeri kaçtır?

A) 6

B) 5

C) 4

D) 3

E) 2

➔ Bir polinomun katsayılar toplamını bulmak için polinomda değişken

yerine  yazarız.

➤  $P(x)$  polinomunun katsayıları toplamı ... ..dir.

➤  $P(2x + 3)$  polinomunun katsayıları toplamı ... ..olur.

➔ Bir polinomun sabit terimini bulmak için polinomda değişken

yerine  yazarız.

➤  $P(x)$  polinomunun sabit terimi... ..olur.

➤  $P(3x - 4)$  polinomunun sabit terimi... ..olur.

**SORU:**

$$P\left(\frac{x+1}{2}\right) = -10x + 26 \text{ olduğuna göre,}$$

$$(2x^2 - 4) \cdot P^2(x + 1)$$

**polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?**

A)  $-32$

B)  $-26$

C)  $26$

D)  $32$

E)  $36$

**SORU: 2011- LYS**

Gerçel katsayılı  $P(x)$ ,  $Q(x)$  ve  $R(x)$  polinomları veriliyor. Sabit terimi sıfırdan farklı  $P(x)$  polinomu için

$$P(x) = Q(x).R(x+1)$$

eşitliği sağlanıyor.

**P'nin sabit terimi Q'nun sabit teriminin iki katı olduğuna göre, R'nin katsayılarının toplamı kaçtır?**

A)  $\frac{2}{3}$

B)  $\frac{1}{4}$

C)  $\frac{3}{4}$

D) 1

E) 2



## SABİT POLİNOM

- $a_0$  sıfırdan farklı bir gerçek sayı olmak üzere,  $P(x) = a_0$  ise  $P(x)$  polinomuna **sabit polinom** denir.
- Sabit polinomun derecesi sıfırdır.

$$P(x) = 7 ,$$

$$Q(x) = -5,$$

$$R(x) = 2y^4 + y^2 \text{ ve}$$

$$T(x) = m^3 - m \text{ polinomları}$$

birer **sabit polinomdur**.

## SIFIR POLİNOMU

- $P(x) = 0$  polinomuna **sıfır polinomu** denir.
- Sıfır polinomunun derecesi belirsizdir.

**SORU:** 2015-LYS

$P(x)$  ikinci dereceden bir polinom,  $Q(x) = k$  sabit polinom olmak üzere,

$$P(x) + Q(x) = 2x^2 + 3$$

$$P(Q(x)) = 9$$

eşitlikleri veriliyor.

**Buna göre,  $k$ 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{1}{4}$

E)  $\frac{3}{4}$

## EŞİT POLİNOMLAR

Dereceleri aynı ve aynı dereceli terimlerinin katsayıları karşılıklı olarak eşit olan polinomlara **eşit polinomlar** denir.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

**SORU:**

$$P(x) = (-a + 4)x^3 - (b + 3)x^2 - cx - 10 \text{ ve}$$

$$Q(x) = (c + 3)x^3 + (b - 5)x + a + d \text{ polinomları}$$

veriliyor.

**$P(x) = Q(x)$  olduğuna göre,  $a.b - c.d$  ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 21

B) 24

C) 32

D) 45

E) 54

# POLİNOMLARDA TOPLAMA, ÇIKARMA VE ÇARPMA İŞLEMLERİ

- Polinomlarla **toplama** ya da **çıkarma** işlemleri yapılırken dereceleri aynı olan terimlerin katsayıları toplanır ya da çıkarılır.
- $P(x)$  ve  $Q(x)$  birer polinom olmak üzere bu iki polinom arasında **çarpma** işlemi yapılırken  $P(x)$  polinomunun her terimi  $Q(x)$  polinomunun her terimiyle çarpılır ve elde edilen ifadelerin cebirsel toplamı  $x$  değişkeninin azalan ya da artan kuvvetlerine göre sıralanarak yazılır.

**SORU:**  $a \neq 0$  ve  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$(-4x^5 + ax^4 - 2x^3 + 3) \cdot (x^2 - 3x + 4)$$

çarpımından elde edilen ifadede  $x^5$  li terimin katsayısı  $-6$  dır.

**Buna göre,  $a$  sayısının değeri kaçtır?**

- A)  $-12$       B)  $-6$       C)  $-4$       D)  $4$       E)  $6$

## İKİ POLİNOMUN TOPLAMININ VE ÇARPIMININ DERECESESİ

**der[P(x)] = m** ve **der[Q(x)] = n** olsun.

- $m > n$  ise **der[P(x)+Q(x)] = m** ve **der[P(x) - Q(x)] = m**
- **der[P(x).Q(x)] = m + n** olur.

**SORU:**  $P(x)$  ve  $Q(x)$  polinomları için

$$\text{der}[P^2(x) \cdot Q(x)] = 13 \text{ ve}$$

$$\text{der}[P(x^3) \cdot Q^2(x)] = 21$$

**olduğuna göre,  $2P(x) + 3Q(x)$  polinomunun derecesi kaçtır?**

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6



# POLİNOMLARDA BÖLME İŞLEMİ

$P(x)$  ve  $Q(x) \neq 0$  polinomları için  $\text{der}[P(x)] \geq \text{der}[Q(x)] \geq 1$  olmak üzere  $P(x)$  polinomunun  $Q(x)$  polinomu ile bölümü aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline B(x) \cdot Q(x) & \\ \hline K(x) & \end{array}$$

$P(x)$  : Bölünen polinom,

$Q(x)$  : Bölen polinom,

$B(x)$  : Bölüm polinomu,

$K(x)$  : Kalan polinomudur.

## BİR POLİNOMUN $(x-a)$ İLE BÖLÜMÜNDEN KALAN

- Bir  $P(x)$  polinomunun  $x - a$  ile bölümünden kalan  $P(a)$  dır.
- $P(a) = 0 \Leftrightarrow (x - a)$ ,  $P(x)$  polinomunun bir çarpanıdır.
- $x = a$  için  $P(a) = 0$  ise  $x = a$  sayısına,  $P(x)$  **polinomunun sıfırı (bir kökü)** denir.

**SORU: 2018-TYT**

$P(x)$  bir polinom olmak üzere,  $P(a) = 0$  eşitliğini sağlayan  $a$  sayısına bu polinomun bir kökü denir.

$P(x)$  ve  $R(x)$  polinomları için

$$P(x) = x^2 - 1$$

$$R(x) = P(P(x))$$

eşitlikleri veriliyor.

**Buna göre,**

- I.  $-1$
- II.  $0$
- III.  $1$

**sayılarından hangileri  $R(x)$  polinomunun bir köküdür?**

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve III
- E) II ve III

**SORU:** 2016-LYS

$P(x) = x^3 - mx + 1$  olmak üzere,  
 $P(x - 1)$  polinomunun  $x + 1$ 'e bölümünden kalan ile  
 $P(x + 1)$  polinomunun  $x - 1$ 'e bölümünden kalan  
birbirine eşittir.

**Buna göre, m kaçtır?**

- A) 2      B) 4      C) 6      D) -1      E) -8

**SORU:**

**2020-AYT**

$P(x)$  ve  $Q(x)$  sabit olmayan birer polinom,  $R(x)$  ise birinci dereceden bir polinom olmak üzere,

$$\mathbf{P(x) = Q(x) \cdot R(x)}$$

eşitliği sağlanmaktadır.

**Buna göre,**

- I.  $P(x)$  ve  $R(x)$  polinomlarının sabit terimleri aynıdır.
- II.  $P(x)$ 'in grafiği bir parabol ise  $Q(x)$ 'in grafiği bir doğrudur.
- III.  $Q(x)$  polinomunun her kökü  $P(x)$  polinomunun da bir köküdür.

**ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?**

- A) Yalnız II      B) Yalnız III      C) I ve II  
D) I ve III      E) II ve III

**SORU:** 2017-LYS

$a$  ve  $b$  tam sayılar olmak üzere

$$P(x) = x^3 - ax^2 - (b + 2)x + 4b$$

$$Q(x) = x^2 - 2ax + b$$

polinomları için

- $P(-4) = 0$
- $Q(-4) \neq 0$

olduğu biliniyor.

**$Q(x)$  polinomunun kökleri aynı zamanda  $P(x)$  polinomunun da kökleri olduğuna göre,  $b - a$  farkı kaçtır?**

- A) 8      B) 9      C) 11      D) 13      E) 14

**SORU:** 2015-LYS

Başkatsayısı 1 olan üçüncü dereceden  $P(x)$  polinomu,

$x^2 + 4$  ile kalansız bölünebilmektedir.

$P(2x)$  polinomunun  $2x - 3$  ile bölümünden

elde edilen kalan 52'dir.

**Buna göre,  $P(2)$  değeri kaçtır?**

A) 20

B) 22

C) 24

D) 26

E) 28

**SORU:** 2020-AYT

Her birinin en yüksek dereceli teriminin katsayısı 1 olan üçüncü dereceden gerçel katsayılı  $P(x)$  ve  $R(x)$  polinomları için 2 ve 6 ortak köklerdir.  $P(x) - R(x)$  polinomu  $x - 1$  ile bölüldüğünde kalan 10 olmaktadır.

**Buna göre,  $P(0) - R(0)$  değeri kaçtır?**

A) 24

B) 27

C) 30

D) 33

E) 36

## POLİNOMLARIN ÇARPANLARINA AYRILMASI

Bir polinomun iki ya da daha fazla polinomun çarpımı biçiminde yazılması işlemine **çarpanlarına ayırma** denir.

### ÇARPANLARINA AYIRMA YÖNTEMLERİ

#### I. ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

Bir polinomun her teriminde bulunan ortak çarpanın paranteze alınması işlemine **ortak çarpan parantezine alma yoluyla çarpanlara ayırma yöntemi** denir.

#### II. GRUPLANDIRMA YÖNTEMİYLE ÇARPANLARINA AYIRMA

Verilen polinomun her teriminde ortak bir sayı, ortak bir değişken veya ortak bir terim bulunmuyor ise **ortak çarpanı olan terimler bir araya getirilerek gruplandırılır**. Her grup parantez içindeki ifadeleri aynı olacak biçimde çarpanlarına ayrılır. Sonra gruplar, ortak çarpan parantezine alınır.



### III. ÖZDEŞLİKLER YOLUYLA ÇARPANLARA AYIRMA

#### Tam Kare Özdeşliği

$(x + y)^2$  ve  $(x - y)^2$  biçimindeki ifadeler **tam kare ifadeler** denir.

$$(x + y)^2 =$$

$$(x - y)^2 =$$

#### İki Kare Farkı Özdeşliği

$x^2 - y^2$  ifadesine **iki kare farkı durumundaki ifade** denir.

$$x^2 - y^2 =$$

#### İki Terimin Toplamının ve Farkının Küpü Özdeşliği

$$(x + y)^3 =$$

$$(x - y)^3 =$$

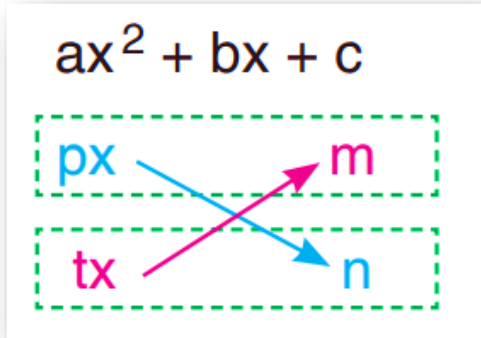
#### İki Terimin Küplerinin Toplamı ve Farkı Özdeşliği

$$x^3 + y^3 =$$

$$x^3 - y^3 =$$

#### IV. $ax^2 + bx + c$ BİÇİMİNDEKİ İFADELERİN ÇARPANLARINA AYRILMASI

$ax^2 + bx + c$  şeklindeki üç terimli ifadeleri çarpanlarına ayırırken birinci ve üçüncü terimin çarpanları seçilir.



- Bu çarpanlar çapraz olarak çarpılıp toplandığında ortanca terim bulunuyorsa çarpanlar doğru seçilmiştir.
- Bu seçilen çarpanlar yan yana yazılırsa  $ax^2 + bx + c = (px + m) \cdot (tx + n)$  çarpanlara ayırma işlemi sonlanmış olur.

# DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİYLE ÇARPANLARINA AYIRMA

Bir polinomda benzer terimlerin yeni bir değişkenle adlandırılıp daha sade bir hâle getirildikten sonra çarpanlara ayrılması işlemine *değişken değiştirme yöntemi* ile çarpanlara ayırma yöntemi denir.

**SORU:** Aşağıdakilerden hangisi

$$(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$$

ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

A)  $x - 3$

B)  $x - 2$

C)  $x - 1$

D)  $x + 1$

E)  $x^2 - 1$

**SORU:** 2016-YGS

$$\frac{x^4 + x^2y - x^2y^2 - y^3}{x^3 + xy - x^2y - y^2}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $x$                       B)  $y$                       C)  $xy$   
D)  $x - y$                   E)  $x + y$

**SORU:** 2016-LYS

$a$  ve  $b$  pozitif gerçel sayıları

$$a^2 - 2ab - 3b^2 = 0$$

eşitliğini sağlamaktadır.

**Buna göre,  $\frac{a+b}{a-b}$  ifadesinin değeri**

**kaçtır?**

A) 2

B) 3

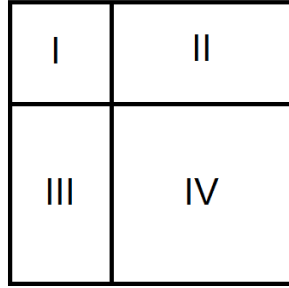
C) 4

D) 5

E) 6

**SORU:** 2018-TYT

Kenar uzunluğu  $a$  birim olan bir kare, Őekildeki gibi dört bölgeye ayrıldığında I numaralı bölge kenar uzunluğu  $b$  birim olan bir kare belirtmektedir.



**Bu koŐulu sağlayan her  $a$  ve  $b$  sayısı için**

$$a^2 - 2ab + 2b^2$$

**ifadesi hangi iki bölgenin alanları toplamına eşittir?**

- A) I ve II    B) I ve IV    C) II ve III  
D) II ve IV    E) III ve IV

**SORU:** 2014-YGS

**a bir gerçel sayı ve**

$$(1 - a + a^2) \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} \right) = 9$$

**olduğuna göre, a kaçtır?**

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{1}{4}$

**SORU:** 2014-YGS

$a^2 + a = 1$  olduğuna göre,

$$a^4 - 2$$

ifadesinin  $a$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-a$       B)  $-a + 2$       C)  $-2a$   
D)  $-2a + 1$       E)  $-3a$



**SORU:** 2014-LYS

$$\frac{x^3 - x^2y - xy^2 + y^3}{2x^2 - 4xy + 2y^2} = \frac{1}{2}$$

**olduğuna gore,  $x + y$  toplamı kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 4      D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{4}{3}$

**SORU:** 2017-LYS

$$\frac{xz - yz + xy - y^2}{x^2 - xy + xz - yz}$$

**ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $\frac{z-y}{x-z}$       B)  $\frac{y+z}{x+z}$       C)  $\frac{x+z}{y+z}$   
D)  $\frac{x}{x+y}$       E)  $\frac{y-z}{x+y}$