

KÜME NEDİR?

İyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelere topluluğuna küme denir.

Kümeler A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilir.

SORU: Aşağıda verilen ifadelerden hangileri küme belirtir?

- I. '11 ile 35 arasındaki çift sayılar.'
- II. 'Türkiye'de M harfi ile başlayan bazı iller.'
- III. 'İyi insanlar.'

KÜMELERİN GÖSTERİMİ

I) Liste Yöntemi ile Gösterim

- Kümeye ait tüm elemanlar, küme parantezi " $\{ \}$ " içerisine, aralarına virgül konularak yazılır.

II) Venn Şeması Yöntemi ile Gösterim

- Bu yöntemde kümeyi oluşturan bütün elemanlar kapalı bir şekil içerisinde önüne "." konularak gösterilir.

III) Ortak Özellik Yöntemi ile Gösterim

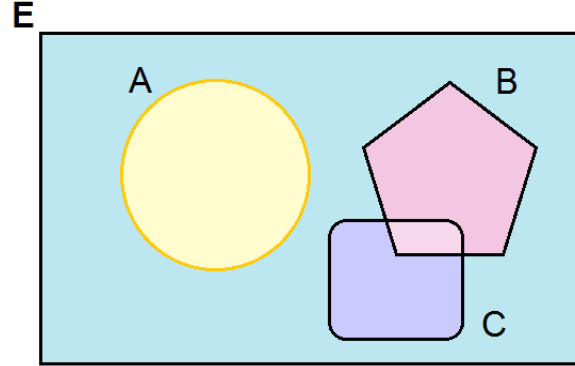
- Bir A kümesinin elemanları ortak bir özellik ile olarak ifade edilebiliyorsa $A = \{x \mid \dots\}$ veya $A = \{x: \dots\}$ şeklindeki yazılımda noktalı yerlere elemanların ortak ifadesi yazılır.

BOŞ KÜME

Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme \emptyset veya $\{ \}$ sembolleriyle gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır.

EVRENSEL KÜME

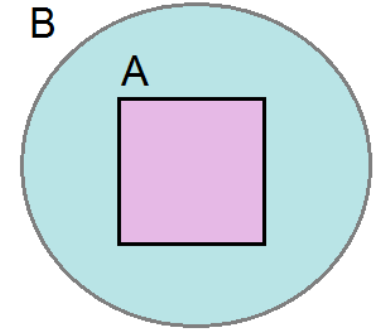
Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri içinde bulunduracak şekilde seçilen kümeye **evrensel küme** adı verilir. Evrensel küme **E** ile gösterilir.



ALT KÜME VE ÖZELLİKLERİ

- A ve B iki küme olmak üzere A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin elemanı oluyor ise A kümesine, B kümesinin **alt kümesi** denir. Bu durum $A \subset B$ biçiminde gösterilir.

- A kümesi B kümesinin alt kümesi ise bu iki kümenin Venn Şeması ile gösterimi şekildeki gibi olur.



A, B ve C herhangi kümeler olmak üzere,

- Boş küme her kümenin alt kümesidir.

$$\emptyset \subset A$$

- Her küme kendisinin alt kümesidir.

$$A \subset A$$

- Her küme evrensel kümenin alt kümesidir.

$$A \subset E$$

- A kümesinin eleman sayısı n ise alt küme sayısı

$$2^n \text{ olur.}$$

SORU:**YGS-2016**

$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesinin tüm 2 elemanlı alt kümeleri yazılıyor. Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplanıyor ve bu sayılarla B kümesi oluşturuluyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 9

B) 11

C) 13

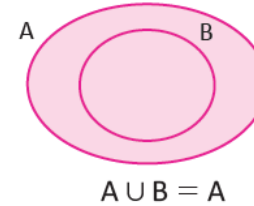
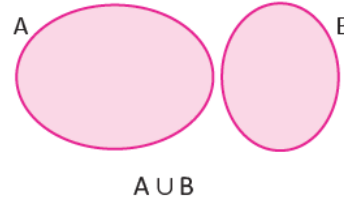
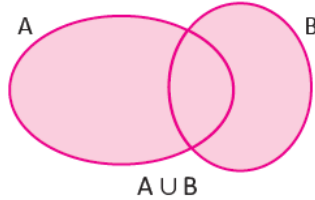
D) 15

E) 17

KÜMELERDE BİRLEŞİM İŞLEMİ

A ve B gibi iki kümenin tüm elemanlarından oluşan kümeye, A ve B kümelerinin **birleşim kümesi** denir ve birleşim işlemi " \cup " sembolü ile gösterilir.

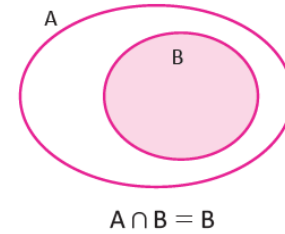
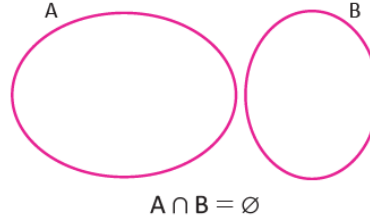
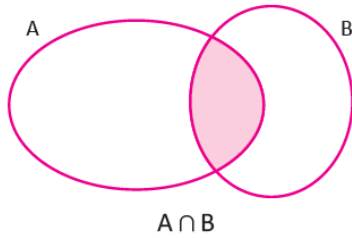
Aşağıdaki şekilde farklı durumlarda A ve B kümelerinin birleşiminin Venn şeması ile gösterimi verilmiştir.



KÜMELERDE KESİŞİM İŞLEMİ

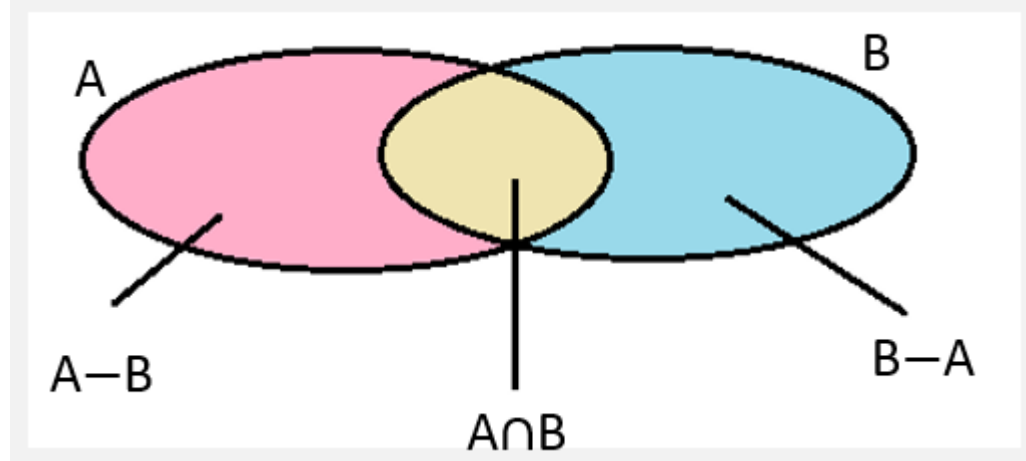
A ve B gibi iki kümenin bütün ortak elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin **kesişim kümesi** adı verilir. Kesişim işlemi " \cap " sembolü ile gösterilir.

Kesişim kümelerinin Venn şeması ile gösterimi aşağıdaki gibidir.



KÜMELERDE FARK İŞLEMİ

A ve B herhangi iki küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan tüm elemanlardan oluşan kümeye **A kümesinin B kümesinden farkı** adı verilir. $A-B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir.

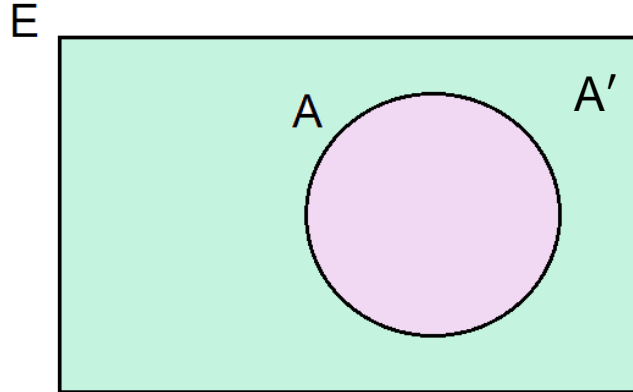


BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

E evrensel küme olmak üzere, $A \subset E$ iken, evrensel kümede olup A kümesinde olmayan elemanların kümesine, A kümesinin tümleyeni denir. A' ile gösterilir.

$$A' = \{x \mid x \notin A \text{ ve } x \in E\}$$

A' kümesi Venn şeması ile şekildeki gibi gösterilir.

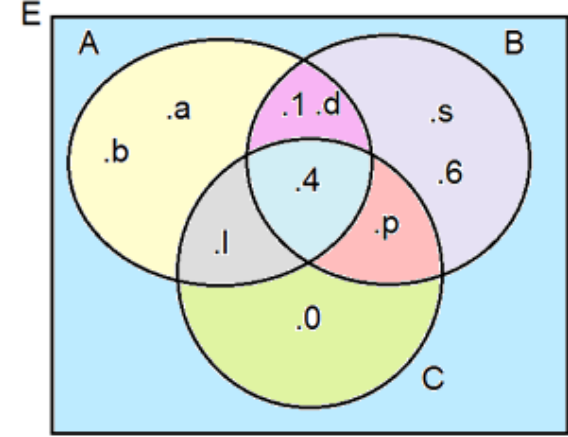


SORU: E evrensel kümesine ait A, B ve C kümeleri şemada veriliyor.

a) $A - (A \cap B)$

b) $s((A - B) \cup (B' \cap C))$

kümelerinin elemanlarını bulalım.



SORU: YGS-2015

Bir uçakta seyahat eden yolcular, ikram edilen çay ve kahveden en fazla birini almıştır.

Bu yolculardan

- Çay alan yolcu sayısı, kahve alan yolcu sayısının 3 katı,
- Çay ve kahve ikramlarının ikisinden de almayan yolcu sayısı, tüm yolcu sayısının üçte biri kadardır.

Bu seyahatte çay almayan yolcu sayısı 72 olduğuna göre, kahve almayan yolcu sayısı kaçtır?

A) 90

B) 96

C) 100

D)108

E) 120

FONKSİYONLAR



Çevremizde gördüğümüz birçok şey bir fonksiyondur. Matematikte fonksiyon, tıpkı günlük hayatta gözlemlenen olay ve sonuçlar gibi bilimsel bir kurala göre girdi ve çıktılardan oluşan bir dönüştürücüdür.

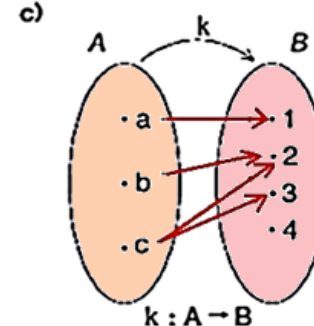
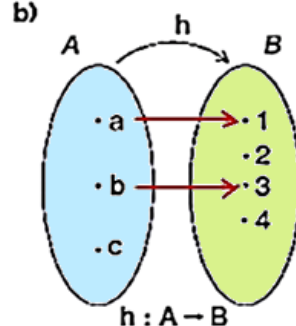
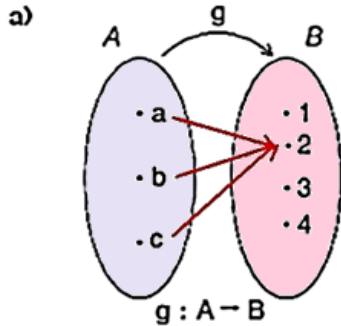
FONKSİYON TANIMI

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere A kümesinin her bir elemanını B kümesinin **bir ve yalnız bir elemanına eşleyen** ilişkiye

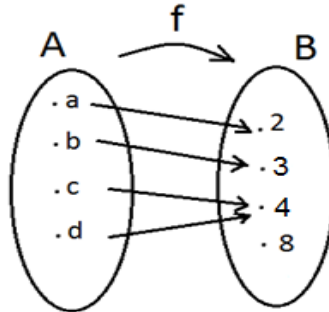
A dan B ye tanımlı bir fonksiyon denir.

Fonksiyonlar f, g, h gibi küçük harflerle isimlendirilir.

SORU: Aşağıda Venn şemaları ile verilen ifadelerden hangilerinin fonksiyon olduğunu bulalım.



- Bir A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu $f: A \rightarrow B$ ile gösterilir. A kümesine **tanım kümesi**, B kümesine **değer kümesi** denir.
- f fonksiyonu A kümesinden alınan bir x elemanını B kümesindeki bir y elemanı ile eşliyor ise **x elemanının f altındaki görüntüsü y elemanıdır** denir. Bu durum **$y = f(x)$** biçiminde yazılır.
- A kümesinin elemanlarının f fonksiyonu altındaki görüntülerinin oluşturduğu kümeye bu fonksiyonun **görüntü kümesi** denir ve **$f(A)$** ile gösterilir.



SORU: Aşağıda tanım ve değer kümeleri verilen ifadeler fonksiyon mudur? İnceleyelim.

a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{5 - x} + 3x - 1$

b) $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{2x + 1}{x + 3}$

SORU: **LYS-2017**

Gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları

$$f(x) = \frac{x \cdot (x-2)}{2}$$

$$g(x) = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{3}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$f(2x) = g(x + 1)$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1

B) 3

C) 4

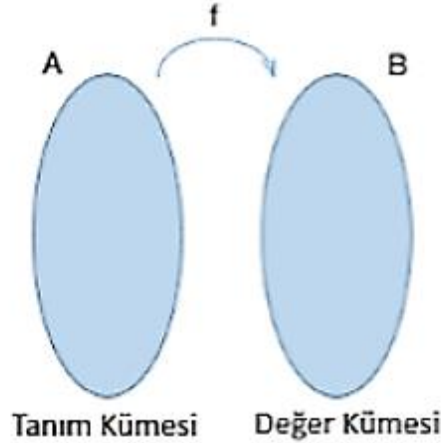
D) 6

E) 8

FONKSİYON TÜRLERİ

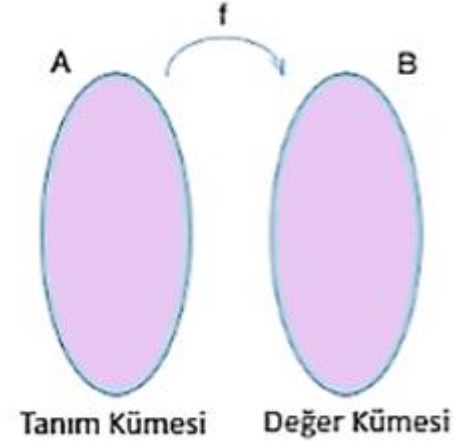
ÖRTEN FONKSİYON

A ve B boş kümeden farklı birer küme ise $f: A \rightarrow B$ tanımlanan f fonksiyonu için $f(A)=B$ oluyorsa f fonksiyonuna **örten fonksiyon** denir.



BİRE BİR FONKSİYON

Bir fonksiyonunun tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsü tanım kümesindeki diğer elemanların görüntülerinden farklı ise bu fonksiyona **bire bir fonksiyon** denir.



SORU: LYS-2012

\mathbb{Z} tam sayılar kümesi olmak üzere, $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

I. f bire birdir.

II. f örtendir.

III. f 'nin görüntü kümesi $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

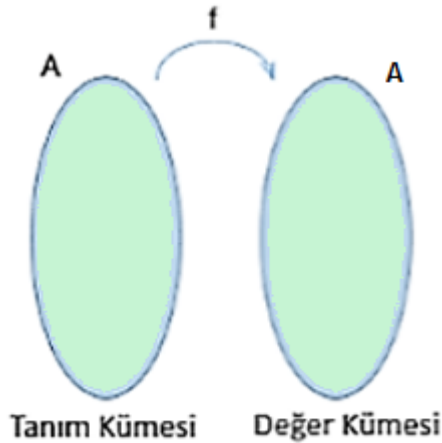
D) I ve II

E) I ve III

BİRİM (ÖZDEŞLİK) FONKSİYON

A boş olmayan bir küme ve $f: A \rightarrow A$ bir fonksiyon olmak üzere $\forall x \in A$ için

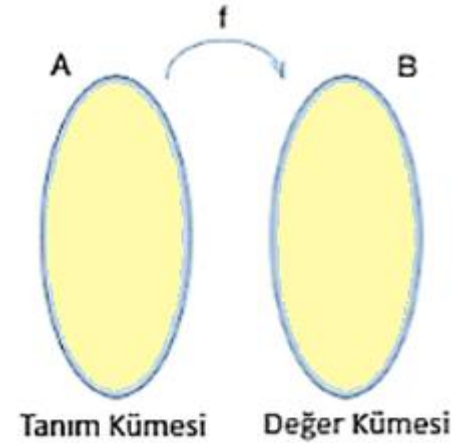
$f(x) = x$ ise f fonksiyonuna **birim fonksiyon** denir ve **I** ile gösterilir.



SABİT FONKSİYON

A ve B boş olmayan kümeler ve $k \in B$ olmak üzere $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu verilsin.

$\forall x \in A$ için **$f(x) = k$** oluyorsa f fonksiyonuna **sabit fonksiyon** denir.



SORU:

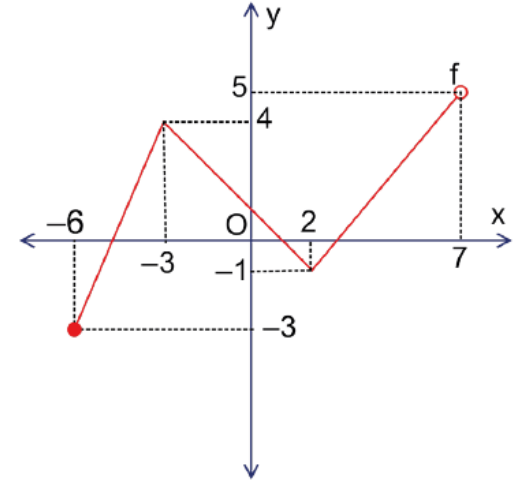
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f **birim fonksiyon** ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 g **sabit fonksiyon** olmak üzere,

$$f(x + 3) + g(x) = x + 12 \text{ ise}$$

$f(2) + g(22)$ ifadesinin değeri kaçtır?

BİR FONKSİYONUN GRAFIĞİ

$f: A \rightarrow B, y = f(x)$ fonksiyonuna ait bütün noktaların koordinat sisteminde gösterilmesiyle oluşan noktalar kümesine **f fonksiyonunun grafiği** denir.



Fonksiyon grafikleri çizilirken **tanım kümesinin elemanları yatay** ekseninde, **değer kümesinin elemanları ise düşey** ekseninde gösterilir.

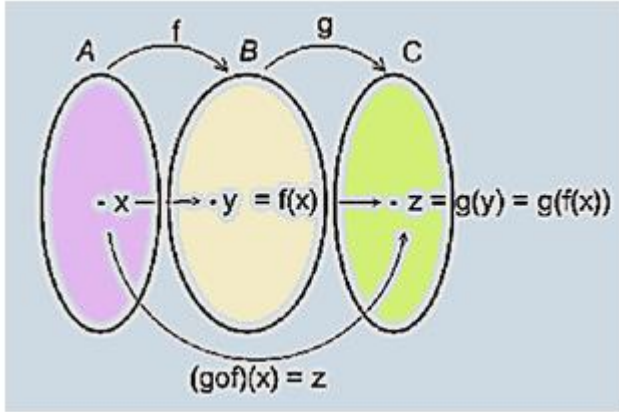
FONKSİYONLARDA BİLEŞKE İŞLEMİ

A, B, C boş kümeden farklı birer küme olmak üzere

$f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin.

A kümesinin elemanlarını C kümesinin elemanları ile eşleştiren fonksiyona

f ile g fonksiyonlarının bileşke fonksiyonu denir
ve **$(g \circ f)(x)$** ile gösterilir.



➤ Burada f nin **değer kümesi** ile g nin **tanım kümesi** birbirine eşittir.

SORU:

YGS-2015

Pozitif gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı

f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

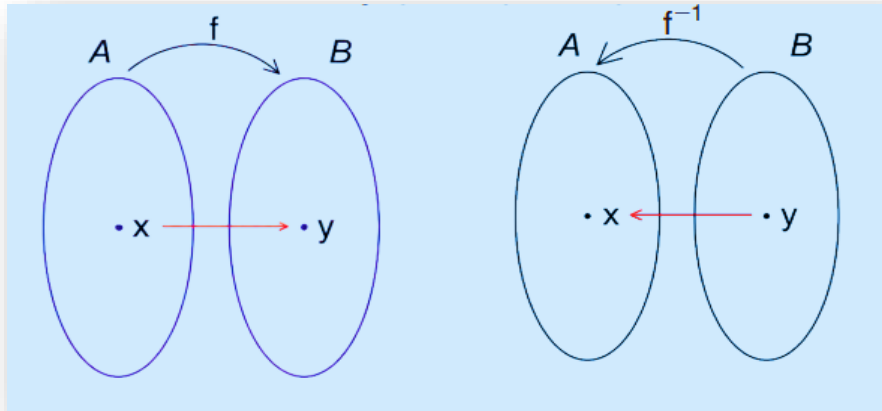
$$f(x) = 2x + 3$$

olduğuna göre, $g(1)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ bire bir ve örten fonksiyonu verilsin.
 $\forall x \in A$ için $f(x) = y$ iken $f^{-1}(y) = x$ oluyorsa
 f^{-1} fonksiyonuna f fonksiyonunun tersi denir.



f^{-1} , B kümesinden A kümesine tanımlı bir fonksiyondur.

SORU: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 5,$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x - 1$ olmak üzere
 $(g \circ f^{-1})(-3)$ değerini bulalım.

SORU: f fonksiyonunun grafiği
şekildeki gibidir.

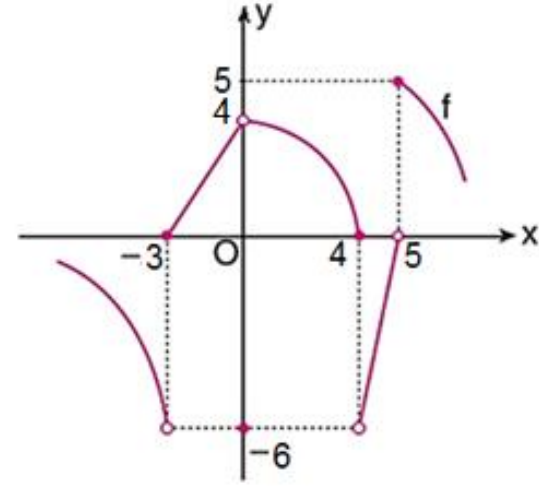
Buna göre,

I. $f(-3) + f(4) = 0$

II. $(f \circ f)(4) = -6$

III. $(f \circ f)(5) = 5$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?



A) Yalnız I

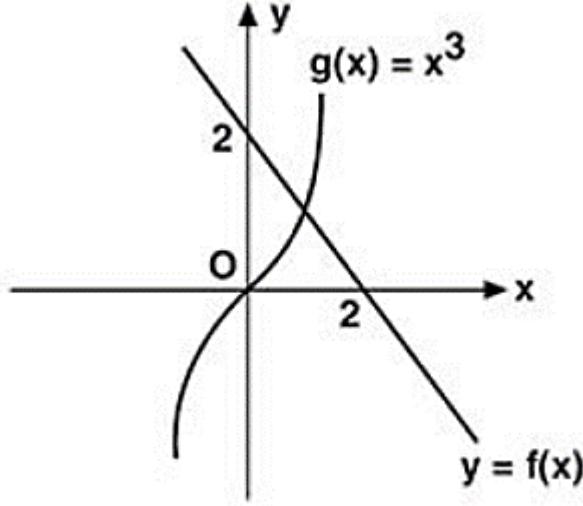
B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III

SORU:



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonu ile $g(x) = x^3$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.

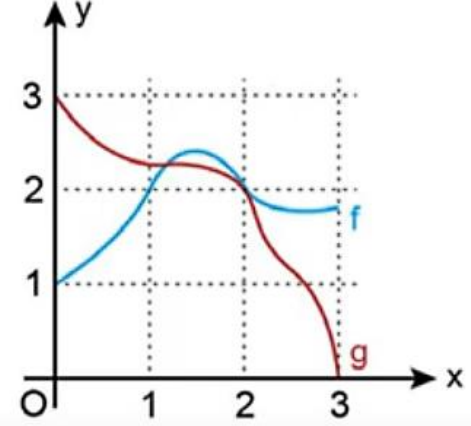
Buna göre, $(f \circ g^{-1})(1) + (g \circ f)(0)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 16

SORU: TYT-2019

Dik koordinat düzleminde $[0,3]$ aralığında tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.

Bir $a \in (0,1)$ sayısı için
 $b = (f \circ g)(a)$
 $c = (g \circ f)(a)$
olarak belirleniyor.



Buna göre, a, b ve c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

SORU: $(f \circ g)(x) = 2x + 4$
 $(h \circ g)^{-1}(x) = x + 5$

olduğuna gore, $(h \circ f^{-1})^{-1}(-3)$ kaçtır?

A) 12

B) 11

C) 10

D) 9

E) 8

SORU: TYT- 2019

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları

$$f(x) = ax - b$$

$$g(x) = bx - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f + g)(1) = f(1)$$

$$(f + g)(2) = g(2)$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

A) 2

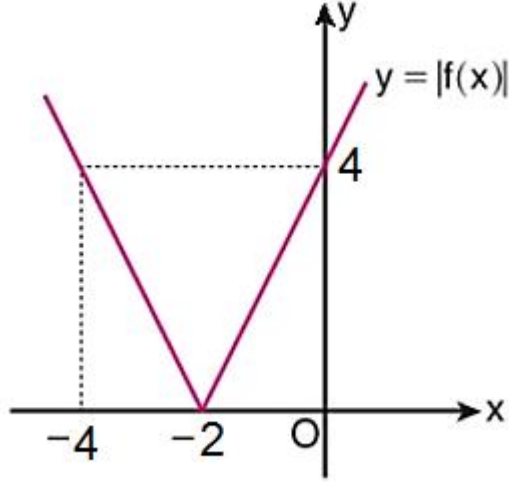
B) 4

C) 6

D) 8

E) 10

SORU: Aşağıda bir f doğrusal fonksiyonunun mutlak değerinin grafiği verilmiştir.



$f(1) = -6$ olduğuna göre, $(f \circ f)(2)$ kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20