

İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ

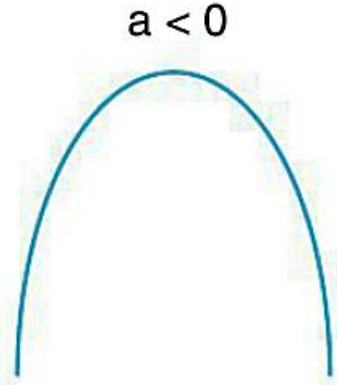
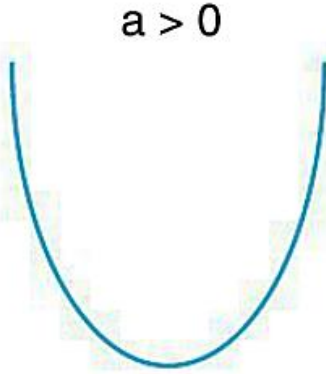
$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$

biçimindeki fonksiyonlara **ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon** denir.

İkinci dereceden fonksiyonların grafikleri **paraboller**dir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği

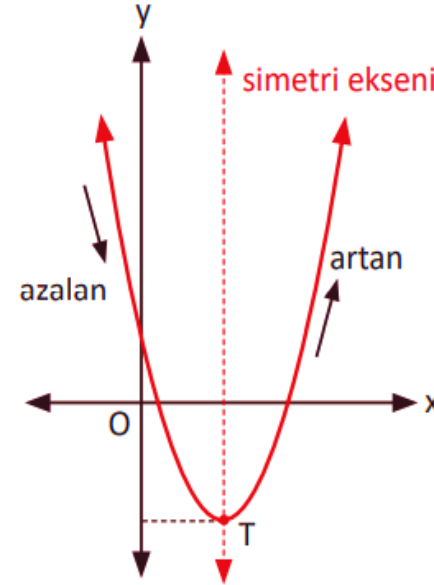
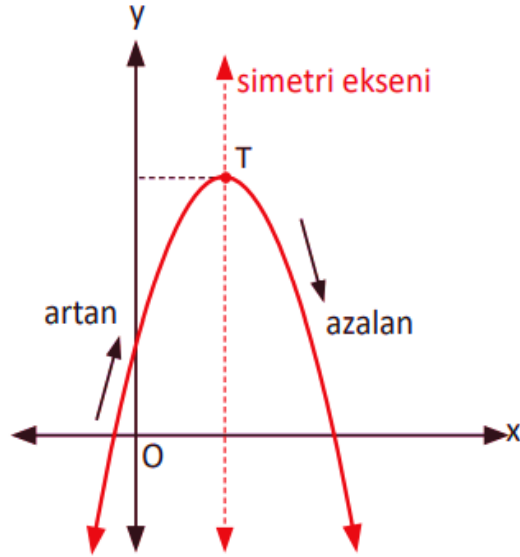
- $a > 0$ ise parabolün kolları **yukarı**,
- $a < 0$ ise parabolün kolları **aşğı** doğrudur.



Parabolde fonksiyonun artan olduğu aralıktan azalan olduğu aralığa geçtiği noktaya veya azalan olduğu aralıktan artan olduğu aralığa geçtiği noktaya **tepe noktası** denir.

Tepe noktası T ile gösterilir. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = y = ax^2 + bx + c$ olmak üzere

$a > 0$ iken fonksiyon **en küçük** değerini, $a < 0$ iken **en büyük** değerini tepe noktasının ordinatında alır.



$f(x) = y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğruya **simetri eksenı** denir.

- **PARABOLÜN TEPE NOKTASI**

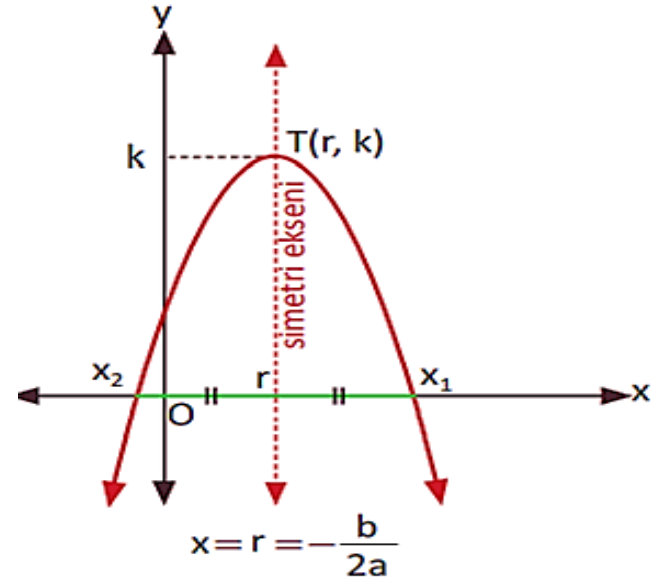
$y = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktasının koordinatları $T(r, k)$ olmak üzere $f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise tepe noktasının apsisi

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ olur.}$$

$$k = f(r) = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ olur.}$$

$T(r, k)$ tepe noktasının koordinatlarına göre düzenlenen ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon $a, b, r \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a(x - r)^2 + k$ biçimindedir.



SORU

Bir parabol x eksenini -2 ve m apsisli noktalarda kesmektedir.

Bu parabolün simetri eksenini $x = 1$ doğrusu olduğuna göre m değeri kaçtır?

SORU

$y = (m + 1) x^2 - 2mx + 10$ parabolünün simetri eksenini $x = -\frac{1}{2}$ doğrusu

olduğuna göre m değerini bulunuz.

SORU 1

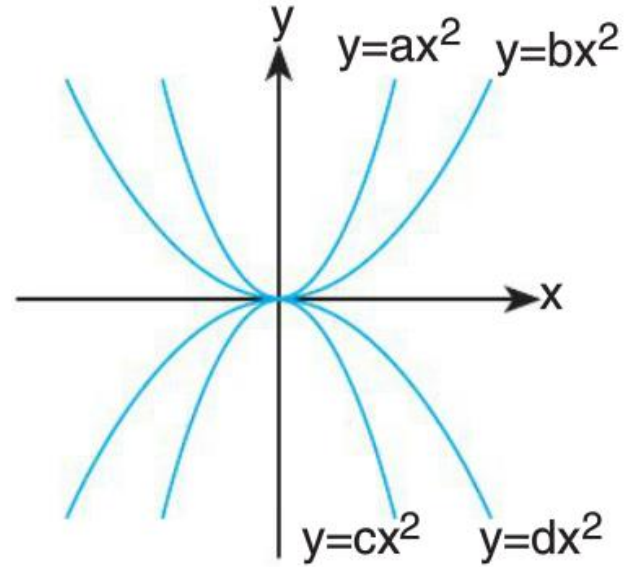
$f(x) = 3x^2 - 6x + 8$ fonksiyonunun en küçük değerini bulunuz.

SORU 2

$g(x) = -4x^2 - 24x + 9$ fonksiyonunun en büyük değerini bulunuz.

$y = ax^2$ PARABOLÜNÜN GRAFIĞİ

- $y = ax^2$ parabollerinde
- x^2 nin katsayısı mutlak değer olarak büyüdükçe parabolün kolları birbirine yaklaşır.
- x^2 nin katsayısı mutlak değer olarak küçüldükçe parabolün kolları birbirinden uzaklaşır.
- Parabolere göre, $b, c, d \in \mathbb{R}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



BİR PARABOLÜN GRAFİĞİ

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki fonksiyonun grafiğini (parabol) çizebilmek için parabolün eksenleri kestiği noktalar ve parabolün tepe noktası bulunur. Bu noktalar ardışık birleştirilerek parabolün grafiği çizilir.

Parabolün eksenleri kestiği noktalar

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = c$ olduğundan parabol, y eksenini $(0,c)$ noktasında keser.
- $y = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ olur. Bu durumda
 - $\Delta > 0$ ise parabol **x eksenini farklı iki noktada keser.**
 - $\Delta < 0$ ise parabol **x eksenini kesmez.**
 - $\Delta = 0$ ise parabol **x eksenine teğettir.**

SORU

$f : [-5,2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - ax + b$ fonksiyonunun grafiğinin simetri eksenini $x = -1$ doğrusudur.

Grafik y eksenini $(0, -10)$ noktasında kestiğine göre f fonksiyonunun en büyük değeri kaçtır?

SORU

$y = x^2 - ax - 2x + 4a + 1$ fonksiyonunun grafiği x eksenine pozitif tarafta teğet olduğuna gore a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

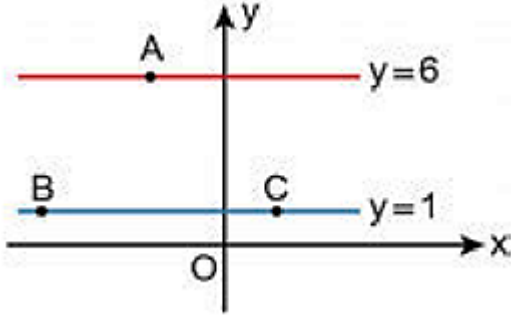
SORU

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü $y = 1$ doğrusuyla B ve C noktalarında,

$y = 6$ doğrusuyla ise sadece A noktasında kesişmektedir.

Dik koordinat düzleminde A, B ve C noktalarının yerleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Buna göre a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir? AYT/2020

A) +, -, -

B) +, +, -

C) -, +, +

D) -, +, -

E) -, -, +

SORU

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = ax^2 + 3x + a$ fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmemektedir.

Buna göre a gerçək sayısının alabileceği en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

PARABOLÜN DENKLEMİNİ YAZMA

Parabolün grafiğine bağı olarak denklem üç farklı duruma göre yazılabilir.

1. Biri y ekseninde olmak üzere parabolün herhangi üç noktası $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda yerine yazılarak a , b , c katsayıları bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
2. $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu için $f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Bu durumda parabol denklemi $y = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ şeklinde yazılır. $(x_1, 0)$; $(x_2, 0)$ noktaları dışında parabol üzerinde verilen üçüncü bir nokta yardımıyla a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
3. Tepe noktasının koordinatları $T(r, k)$ olsun. Parabolün üzerinde tepe noktası dışında ikinci bir nokta bilindiğinde bu noktalar $y = a \cdot (x - r)^2 + k$ denkleminde yerine yazılarak a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.

SORU

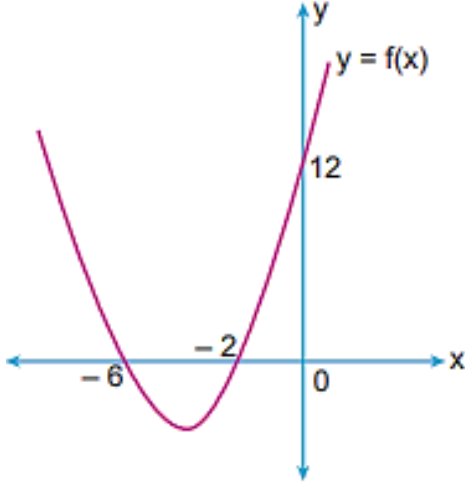
$(0, 3)$, $(-1, 4)$ ve $(2, 19)$ noktalarından geçen parabol denklemini bulunuz.

SORU

İkinci dereceden bir f fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası $T(2,10)$ dur.

$f(5) = 1$ olduğuna göre $f(-2)$ değeri kaçtır?

SORU



Şekilde gerçek sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre

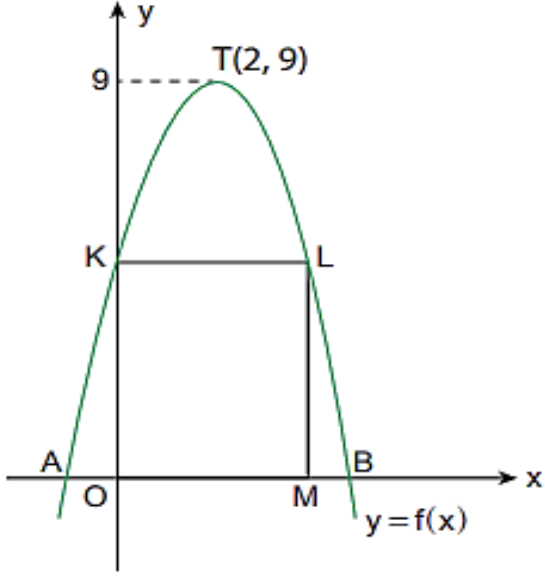
I. $a + b = 10$

II. $a \cdot c = 12$

III. $f(a) = 21$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

SORU

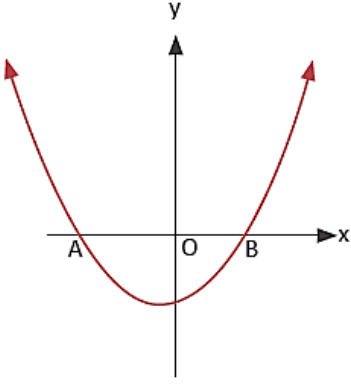


Analitik düzlemde verilen parabolün tepe noktasının koordinatları $T(2,9)$ dur. Parabol x eksenini A ve B noktalarında, y eksenini K noktasında kesmektedir.

$|OB| = 5|OA|$ ve L noktası parabolün üzerinde olduğuna göre

KLMO dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

SORU



Yukarıda $y = x^2 + x + 2a - 4$ parabolünün grafiği verilmiştir. $|AB| = 5$ birim olduğuna göre a değerini bulunuz.

BİR DOĞRU İLE PARABOLÜN DURUMU

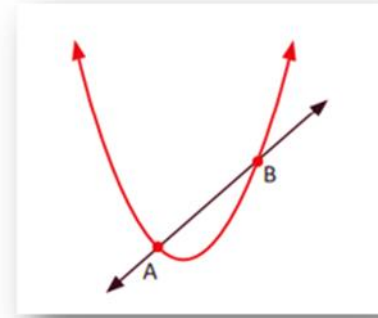
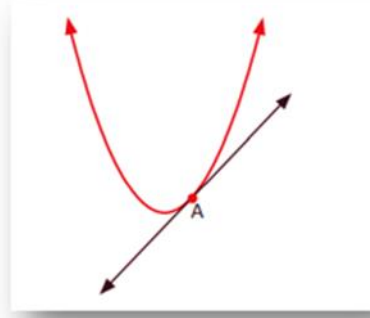
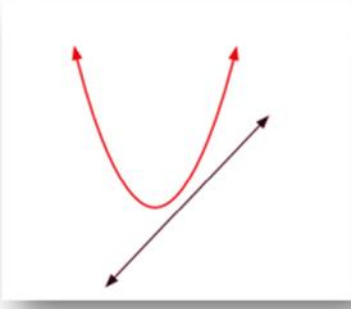
$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun durumları incelenirken denklemlerin ortak çözümü yapılır.

Bunun için her iki denklemde y değerleri birbirine eşitlenir.

$$ax^2 + bx + c = mx + n \Rightarrow ax^2 + (b - m)x + c - n = 0 \text{ olur.}$$

İki denklemin ortak çözümüyle ulaşılan denkleme ortak çözüm denklemi denir.

Bulunan ortak çözüm denkleminin diskriminantı(Δ) için



- $\Delta < 0$ ise ortak çözüm denkleminin kökü yoktur. O hâlde parabol ile doğru kesişmez.
- $\Delta = 0$ ise ortak çözüm denkleminin birbirine eşit iki kökü vardır. O hâlde doğru, parabole teğettir.
- $\Delta > 0$ ise ortak çözüm denkleminin farklı iki reel kökü vardır. O hâlde parabol ile doğru farklı iki noktada kesişir.

SORU

$y = x^2 - ax + 1$ parabolü ile $y = 2x + a$ doğrusunun kesişmemesi için a nın alabileceği değer aralığını bulunuz.

SORU

Analitik düzlemde $y = 4x^2 + 2x + 5$ parabolü ile $y = mx + 4$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

SORU

$y = x^2 - 7x + 5$ parabolü ile $y = x - 2$ doğrusu K ve L noktalarında kesişmektedir.

Buna göre [KL] nın orta noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

SORU

Bir top, yerden yukarıya doğru belli bir hızla (m/sn) atılıyor. Topun yerden yüksekliğini (h) zamana (t) bağlı olarak veren ilişki, $h(t) = -16t^2 + 96t$ şeklinde modelleniyor.

Buna göre topun yerden en fazla kaç metre yüksekliğe ulaşacağını ve atıldıktan kaç saniye sonra yere düşeceğini bulunuz.