

PINAR KARAKUYU

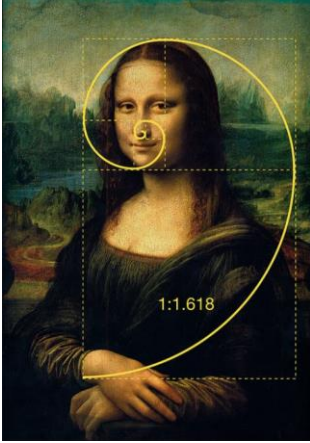
**DERSİME
HOŞGELDİNİZ**



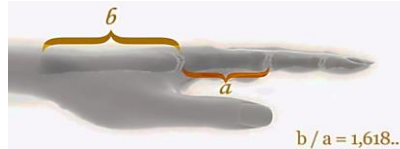
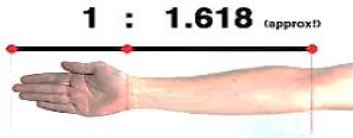
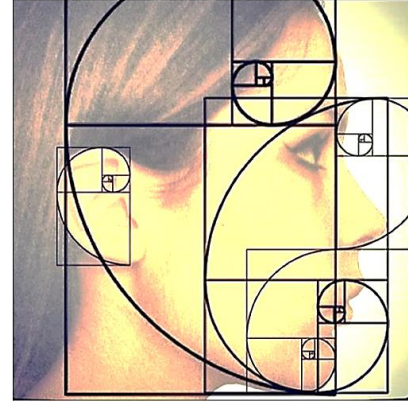
ORAN-ORANTI

**YKS
KAMPI
TYT KONU
ANLATIMI**

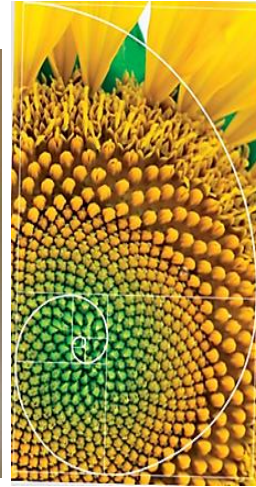
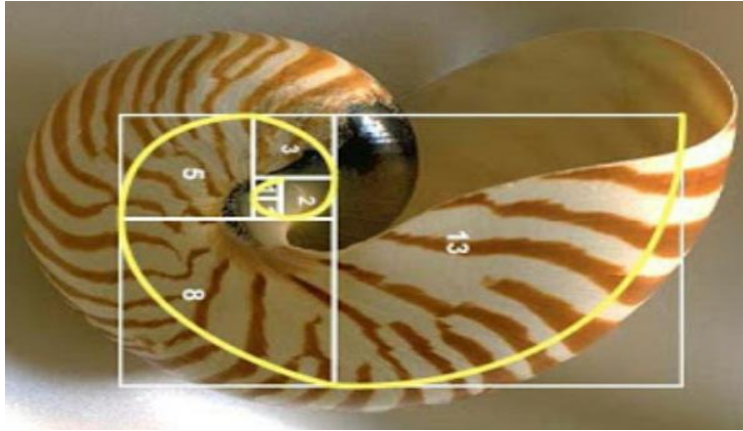
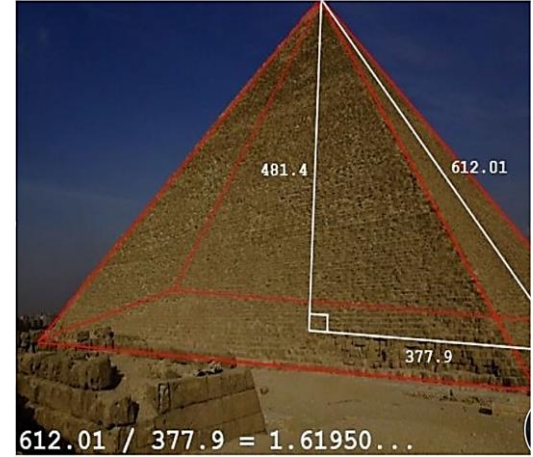
ALTIN ORAN



Etrafımızdaki canlı ve cansız birçok varlığın yapısında, vücudumuzda ve sanat eserlerinde bulunan, mekân dekorasyonunda da kullanılan estetik, yani göze hoş gelen en mükemmel orana **altın oran** denir.



Bütünün parçaları arasındaki uyum, altın oran dengesine ne kadar yakınsa o kadar estetik görünmektedir. Evrende var olan her şey **altın oran** dengesi üzerine kurulmuştur. Evrenin var oluşundan bu yana tutarlı olarak bütün varlıklarda bu oranın bulunması, dünyaca ünlü matematikçilerin de hayranlıkla incelediği ve kendi çalışmalarında kullandıkları bir konu alanı olmuştur.

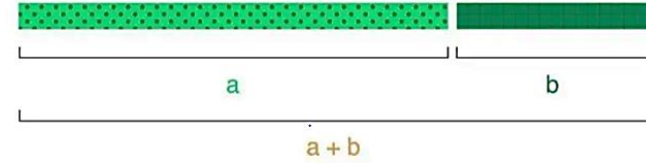


ALTIN ORANIN SAYISAL DEĞERİ

İki sayının toplamını büyük sayıya böldüğünüzde çıkan oran ile büyük sayının küçük sayıya oranı birbirine eşitse, buna **altın oran** denir.

Altın oran, Fi (phi) sayısı olarak bilinir.

Φ ile gösterilir. $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618\dots$



$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = 1.618\dots = \Phi_{(Phi)}$$

! Altın oranın çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{\Phi} = 0,618\dots$ dir
yani kendisinin 1 eksiğine eşittir.

! Altın oranın karesi $\Phi^2 = (1,618\dots)^2 = 2,618\dots$ dir
yani kendisinin 1 fazlasına eşittir.

Fi sayısı, İtalyan matematikçi **Leonardo Fibonacci** tarafından bulunmuştur.

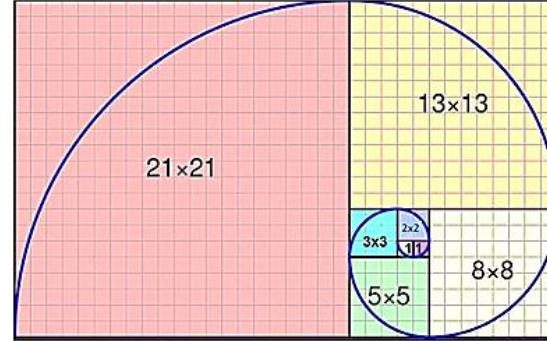
Fibonacci, 1202 yılında belli bir kuralı olan ve sonraları kendi adıyla anılan bir sayı dizisi buldu.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

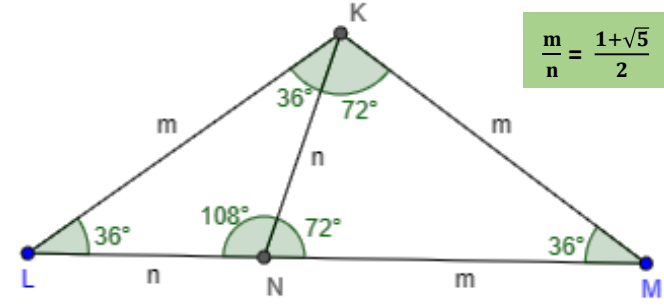
Bu dizideki kural, peş peşe gelen iki sayının toplamının bir sonraki sayıyı vermesidir. Ve sayılar büyüdükçe ardışık iki Fibonacci sayısı arasındaki oran tanıdık bir sayıya giderek yaklaşır: 1,618...



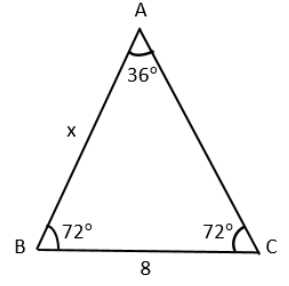
Pisa'lı Leonardo, "Fibonacci"



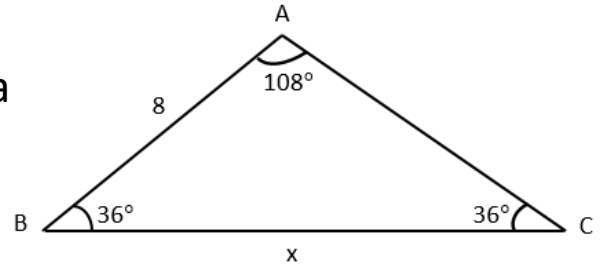
Uzun kenarının kısa kenarına oranı
altın orana eşit olan ikizkenar
üçgenlere **altın üçgen** denir.
36° 36° 108° ve 36° 72° 72°
ikizkenar üçgenleri altın üçgenlerdir.



SORU:

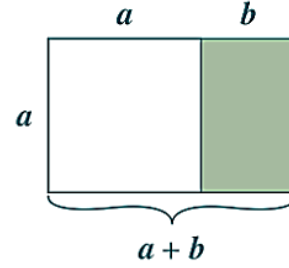


ya da

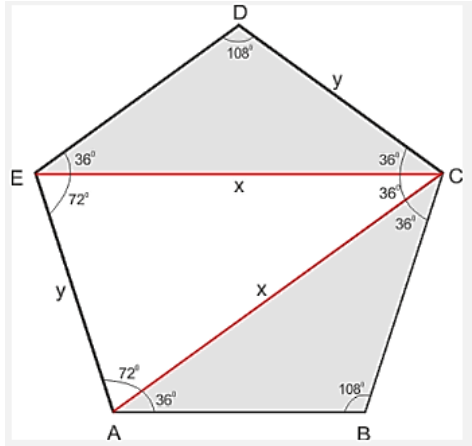


x=?

Uzun kenarının kısa kenarına oranı altın orana eşit olan dikdörtgenlere **altın dikdörtgen** denir.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



Düzgün beşgenin iki köşegeni çizildiğinde altın üçgenler oluşur.


Bir düzgün beşgenin, bir köşegen uzunluğunun bir kenar uzunluğuna oranı **altın oran** dır. Düzgün beşgene altın beşgen de denir.


$$\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

ORAN-ORANTI

Aynı türden iki çokluğun bölme yoluyla karşılaştırılmasına oran denir.

En az biri sıfırdan farklı a ve b gerçek sayıları için a'nın b'ye oranı, $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilir.

Efe'nin boyunun uzunluğu 

Ata'nın boyunun uzunluğu
Ata'nın parası
Arda'nın yaşı 

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **oranti** denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliği bir oranti belirtir.

Sabit bir k değeri için $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ eşitliğindeki k değerine **oranti sabiti** denir.

$$\frac{12}{24} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

ORANTININ ÖZELLİKLERİ

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında b ile c ye içler, a ile d ye dışlar denir. ($a : b = c : d$)

- İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $a.d = b.c$ olur.
- İçler yer değiştirirse eşitlik bozulmaz. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ olur.
- Dışlar yer değiştirirse eşitlik bozulmaz. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ olur.
- Orantıda paylar toplanıp paya yazılır ve paydalar toplanıp paydaya yazılırsa orantı sabiti değişmez. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise $\frac{a+c}{b+d} = k$ olur.
- Orantıda iki oranın çarpımı, orantı sabitinin karesi olur.
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise $\frac{a.c}{b.d} = k^2$ olur.

SORU

a, b, c, d, e ve f gerçek sayılar olmak üzere

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3} \text{ orantısında}$$

$2a + 3c - e = 24$ ve $3d - f = 12$ olduğuna göre b değerini bulunuz.

SORU

c negatif bir sayı olmak üzere;

$$\frac{a}{b} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{3}{5}$$

$a+b+c = -46$ ise a kaçtır?

SORU

$\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{y}{z}$ ve $\frac{x+t}{y+z} = 10$ olduğuna göre $\frac{x+z}{y}$ oranı kaçtır?

SORU

k iki basamaklı pozitif tam sayıdır.

$$\frac{a_1 + 1}{a_2 - 1} = \frac{a_2 + 1}{a_3 - 1} = \frac{a_3 + 1}{a_4 - 1} = \dots = \frac{a_k + 1}{a_{k+1} - 1} = k$$

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k = 60$ olduğuna göre

$a_{k+1} - a_1$ farkının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

DOĞRU ORANTI- TERS ORANTI

İki çokluktan **biri artarken diğeri de** aynı oranda **artıyorsa** veya biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklara **doğru orantılı** çokluklar denir.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & & b \\ & \searrow & / \\ c & & d \end{array} \begin{array}{c} + \\ + \end{array} \\ \hline a \cdot d = b \cdot c \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & & b \\ & \searrow & / \\ c & & d \end{array} \begin{array}{c} - \\ - \end{array} \\ \hline a \cdot d = b \cdot c \end{array}$$

! Doğru orantıda çapraz çarpımlar eşittir.

! x ile y doğru orantılı ise $\frac{x}{y} = k$ şeklinde yazılır.

! 'x ile y orantılıdır' denildiğinde 'x ile y doğru orantılıdır' denildiği anlaşılmalıdır.

İki çokluktan **biri artarken diğeri** aynı oranda **azalıyorsa** veya biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu çokluklara **ters orantılı** çokluklar denir.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & \longrightarrow & b \\ & & \\ c & \longrightarrow & d \end{array} \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \\ \hline a \cdot b = c \cdot d \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & \longrightarrow & b \\ & & \\ c & \longrightarrow & d \end{array} \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \\ \hline a \cdot b = c \cdot d \end{array}$$

! Ters orantıda yan çarpımlar eşittir.

! x ile y ters orantılı ise $x \cdot y = k$ şeklinde yazılır.

SORU: Eşit miktarda iş yapabilen 4 işçi bir günde 12 çift ayakkabı üretirse bu işçilerden 3 ü aynı sürede kaç çift ayakkabı üretir?

SORU: Özdeş olan 25 adet güneş panelinin 12 günde ürettiği elektriği, aynı şartlarda 100 adet güneş panelinin kaç günde üretebileceğini bulunuz.

SORU

a sayısı; b ile doğru, c ile ters orantılıdır.

a sayısı 2 kat artırılıp b sayısı üçte iki oranında azaltılırsa orantı sabitinin değişmemesi için c sayısındaki değişim nasıl olmalıdır?

- A) Aynı kalmalıdır.
- B) $\frac{1}{9}$ oranında azalmalıdır.
- C) $\frac{1}{6}$ oranında artmalıdır.
- D) 3 kat azalmalıdır.
- E) $\frac{8}{9}$ oranında azalmalıdır.

SORU

10 kişilik bir takımın oyuncularına 1 den 10 a kadar forma numarası verilmiştir. 1 galibiyet karşılığı 955 TL para takıma şu şekilde dağıtılacaktır.

- » 955 TL paranın bir kısmı tüm oyunculara forma numaralarıyla orantılı olarak dağıtılacaktır.
- » Kalan para ise her oyuncuya eşit miktarda dağıtılacaktır.

Buna göre 1 numaralı oyuncu en çok kaç TL alabilir?

ARİTMETİK ORTALAMA- GEOMETRİK ORTALAMA

n tane sayının aritmetik ortalaması bu n sayının toplamının n ye bölümüdür. Buna göre, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının aritmetik ortalaması;

$$AO = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ dir.}$$

2 ve 8 sayılarının aritmetik ortalaması

$$AO = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

n tane sayının geometrik ortalaması bu sayıların çarpımının n. dereceden köküdür.

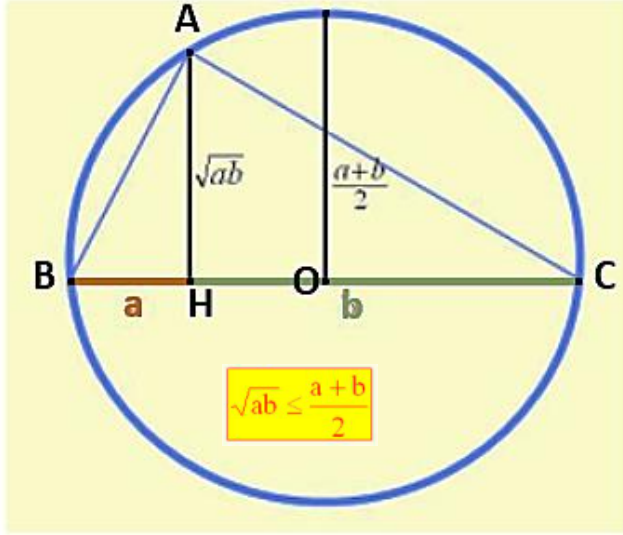
Buna göre, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının geometrik ortalaması ;

$$GO = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n} \text{ dir.}$$

2 ve 8 sayılarının geometrik ortalaması

$$GO = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

İSPAT:



Uzunluğu a ve b olan doğru parçaları uç uca eklenerek oluşan bir doğru parçasını çap kabul eden bir çember çizilirse;

- Bu çemberin yarıçap uzunluğu, a ile b nin **aritmetik ortalamasını** verir.
- Çemberden (A noktasından), bu doğru parçalarının birbirlerine eklendikleri noktaya (H noktasına) çizilen dikme,
- a ile b nin **geometrik ortalamasını** verir.

! Geometrik ortalama her zaman aritmetik ortalamadan küçüktür veya ona eşittir.

! Aritmetik ortalaması ile geometrik ortalaması eşit olan iki sayı birbirine eşittir.

SORU

$x, y \in \mathbb{R}$ için

$$A = 2x + 3y - 8$$

$$B = x + 2y + 20$$

A ve B sayılarının aritmetik ortalaması ile geometrik ortalaması birbirine eşit ise x ile y nin aritmetik ortalaması kaçtır?

SORU

$$x, y \in \mathbb{R} \quad \text{ve} \quad x^2 + 3xy + 9y^2 = 81$$

olduğuna göre $x.y$ nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

“Geometrinin iki büyük hazinesi vardır. Bunlardan birisi Pisagor Bağıntısı, diğeri ise bir çizginin altın oranda bölünmesidir. Birincisini bir ölçek altınla kıyaslayabilir, ikincisine de değerli bir mücevherdir diyebiliriz.”

Johannes Kepler (1571-1630)

Doęa, içinde bir geometri olduęu için güzeldir.

Oran, orantı, denge, uyum, birliktelik ve düzen matematiğin biçimsel ve ruhsal araçlarıdır. Bunlardan yararlanılarak yola çıkılan ve erişilen geometrik şekil insan beyninde güzellik duygusu yaratır.

Güzellik denetimlenmiş geometridir.

DERSİMİ
DİNLEDİĞİNİZ
İÇİN

HOŞÇAKALIN
SAĞLIKLA KALIN

TEŞEKKÜR
EDERİM