

İKİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

- $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ biçimindeki denklemlere **ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem**,
- a, b, c gerçekte sayılarına bu **denklemin katsayıları**,
- Denklemi sağlayan x sayılarına **denklemin kökleri**,
- Köklerin oluşturduğu küme ise denklemin **çözüm kümesi** denir.

İKİNCİ DERECEDEEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümelerini bulurken;

çarpanlarına ayırma yöntemleri; Bu yöntemde $ax^2 + bx + c = 0$

denklemini çözerken $ax^2 + bx + c$ ifadesi çarpanlarına ayrılır.

Her bir çarpan sıfıra eşitlenerek denklemin kökleri bulunur.

özdeşlikler (tam kare özdeşliği, iki kare farkı özdeşliği vb.) ; Bu yöntemde verilen ifadeler özdeşlikler kullanılarak çarpanlarına ayrılır ve böylece gerekli işlemler yapılarak denklemin kökleri bulunur.

SORU :

$x^2 + 5x - 7 = 0$ denkleminin bir kökü m olsun buna göre

$m^2 + \frac{49}{m^2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

SORU

$x^2 + 6x + 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

İKİNCİ DERECEDEEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİNİ VEREN FORMÜL VE DİSKRİMİNANT KAVRAMI

$a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel kökünün olup olmadığı ve köklerinin sayısı delta ile bulunur.

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \text{ olur.}$$

Burada Δ ya diskriminant denir.

➤ $\Delta > 0$ ise denklemin iki reel sayı kökü vardır.

$\Delta > 0$ durumunda denklemin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere bu kökler;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ile bulunur.}$$

➤ **$\Delta=0$ ise denklemin çakışık iki kökü vardır.**

$\Delta = 0$ durumunda denklemin kökleri $x_1 = x_2$ olacaktır.

Bu durumda bu kök ;

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \text{ ile bulunur.}$$

➤ **$\Delta < 0$ ise denklemin reel sayılarda çözüm kümesi \emptyset olur.**

SORU

$x^2 + 4x - 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

SORU

$x^2 - 2(a + 1)x + 4 = 0$ denkleminin farklı iki gerçel kökü olduğuna göre a nın değer aralığını bulunuz.

SORU

$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

İKİNCİ DERECEDEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ İLİŞKİ

$a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ olmak üzere}$$

Bu durumda denklemin;

- Kökler toplamı: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$,
- Kökler çarpımı: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$,
- Kökler farkının mutlak değeri: $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ ile bulunur.

SORU

AYT/2020

a ve b pozitif gerçek sayılar olmak üzere

$2ax^2 - 5bx + 8b = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre $a+b$ toplamının değeri kaçtır?

SORU

$x^2 - 3x + 2p + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$4x_2 - x_1 = 7$ ise p değeri kaçtır?

SORU

$x^2 - (m + 4)x + 5m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{6x_1}{x_2} = x_1 - 6$ olduğuna göre m değeri kaçtır?

KARMAŞIK SAYILARDA İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

$a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$ ise bu denklemin \mathbb{R} de (gerçek sayılarda) çözüm kümesi yoktur. Fakat denklemin karmaşık sayılar kümesinde çözümü vardır. Denklemin

kökleri $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ve $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ile bulunur.

$\Delta < 0$ ise bu denklemin gerçek sayılar kümesini de kapsayan yeni bir sayı kümesine ihtiyacı vardır. Bu yeni sayı kümesine karmaşık sayılar kümesi denir ve karmaşık sayıların kümesi \mathbb{C} ile gösterilir.

BİR KARMAŞIK SAYININ $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) BİÇİMİNDE İFADE EDİLMESİ

$a, b \in \mathbb{R}$ ve i sanal sayı birimi ($i^2 = -1$) olmak üzere $z = a + bi$ şeklindeki sayılara **karmaşık sayılar**,

bu sayıların oluşturduğu kümeye ise **karmaşık sayılar kümesi** denir ve \mathbb{C} sembolü ile gösterilir. Karmaşık sayılar kümesi

$\mathbb{C} = \{z: z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}, i = \sqrt{-1}\}$ şeklindedir.

Her gerçek sayı aynı zamanda bir karmaşık sayıdır, $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$ olur.

$\sqrt{-1} = i$ sayısına **sanal sayı birimi** denir.

SORU

$x^2 + 4x + 13 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

***i* SANAL SAYI BİRİMİNİN KUVVETLERİ**

➤ $i^0 = 1$

➤ $i^1 = i$

➤ $i^2 = -1$

➤ $i^3 = i \cdot i^2 = -i$

➤ $i^4 = 1$

şeklinde devam eder. Bu döngü her 4 seferde bir başa döner.

SORU

$i^2 = -1$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere

$\frac{i^{8n-2} \cdot i^{24n+3}}{i^{48n+47} \cdot i^{16n-17}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $z = a + bi$ karmaşık sayısının sanal kısmının işareti değiştirilerek oluşturulan $a - bi$ karmaşık sayısına $a + bi$ karmaşık sayısının **eşleniği** denir ve

$\bar{z} = a - bi$ ile gösterilir.

SORU

$i^2 = -1$ ve $z = (1 - i)(1 - 2i)(1 - 3i)(1 - 4i)$ olduğuna göre $\text{Im}(\bar{z})$ değeri kaçtır?

NOT: $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denkleminde $\Delta < 0$ ise denklemin sanal kökleri vardır.

$\Delta < 0$ ise denklemin sanal köklerinden biri $a + bi$ karmaşık sayısı olduğunda diğer sanal kök bu kökün eşleniği yani $a - bi$ karmaşık sayısı olur.

KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECE DENKLEMİ ELDE ETME

$a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denklemi

$x^2 - (\text{Kökler toplamı}) \cdot x + (\text{Kökler çarpımı}) = 0$ yani

$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + (x_1 \cdot x_2) = 0$ şeklinde yazılabilir.

SORU

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere ikinci dereceden bir bilinmeyenli gerçak katsayılı bir denklemin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = -1 - i$ olduğuna göre köklerinden biri $x_2 - 2$ olan denklemini bulunuz.

SORU

$x^2 - 2ax - 9b = 0$ denkleminin kökleri $x^2 - ax + a - b = 0$

denkleminin köklerinden 2 şer fazla olduğuna göre a.b çarpımının değeri kaçtır?