MATEMATİK Sınıf-11

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

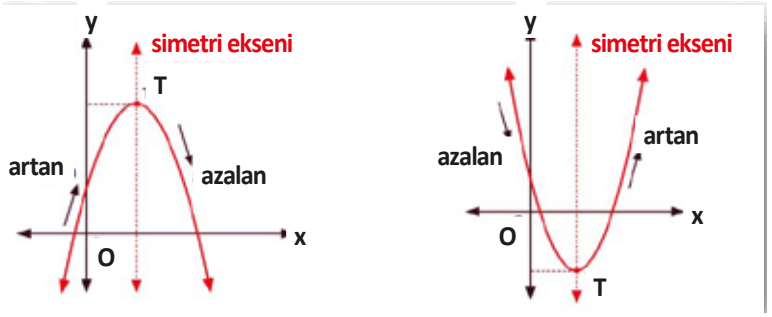
KARMA ÖRNEKLERİN ÇÖZÜMÜ-I

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$ biçimindeki fonksiyonlara **ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon** denir.

Bu fonksiyonları sağlayan (x, y) nin analitik düzlemde oluşturduğu noktalar kümesine **ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonların grafiği** denir. Bu tür fonksiyonların grafikleri **parabol**lerdir.

Parabolde fonksiyonun artan olduğu aralıktan azalan olduğu aralığa geçtiği noktaya veya azalan olduğu aralıktan artan olduğu aralığa geçtiği noktaya **tepe noktası** denir.

Tepe noktası T ile gösterilir. olmak üzere fonksiyon **en küçük** ya da **en büyük** değerini tepe noktasında alır.



$f(x)=y=ax^2+bx+c$ parabolünün tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğruya **simetri ekseni** denir.

PARABOLÜN DENKLEMİNİ YAZMA

Parabolün grafiğine bağlı olarak denklem üç farklı duruma göre yazılabilir.

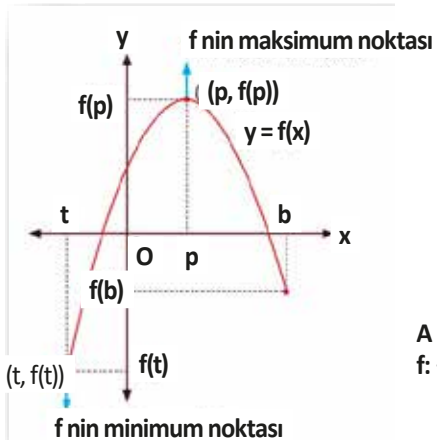
1. Biri y ekseni üzerinde olmak üzere parabolün herhangi üç noktası $f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonunda yerine yazılarak a, b, c katsayıları bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
2. $f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonu için $f(x)=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
   Parabol denklemi $y=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ şeklinde yazılır.
   Parabol üzerinde verilen üçüncü bir nokta yardımıyla a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
3. Tepe noktasının koordinatları $T(r,k)$ olsun. Parabolün üzerinde tepe noktası dışında ikinci bir nokta bilindiğinde bu noktalar $y=a\cdot(x-r)^2+k$ denkleminde yerine yazılarak a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.

PARABOLÜN TEPE NOKTASI

$y=ax^2+bx+c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktasının koordinatları $T(r,k)$ olmak üzere

$r=-\frac{b}{2a}=\frac{x_1+x_2}{2}$ ve $k=f(r)=f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{4ac-b^2}{4a}$ olur.

MAKSİMUM VE MİNİMUM NOKTALARI



A ⊆ R olmak üzere
f: → A R bir fonksiyon olsun

- Her $x \in A$ için $f(x) \leq f(p)$ olacak şekilde bir $p \in A$ sayısı varsa $(p, f(p))$ noktasına f nin **maksimum noktası**, $f(p)$ ye f nin **maksimum değeri** denir.
- Her $x \in A$ için $f(x) \geq f(t)$ olacak şekilde bir $t \in A$ sayısı varsa $(t, f(t))$ noktasına f nin **minimum noktası**, $f(t)$ ye f nin **minimum değeri** denir.

TEK VE ÇİFT FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİNİN SİMETRİ ÖZELLİKLERİ

- Çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktir.
- Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.

BİR DOĞRU İLE PARABOLÜN DURUMU

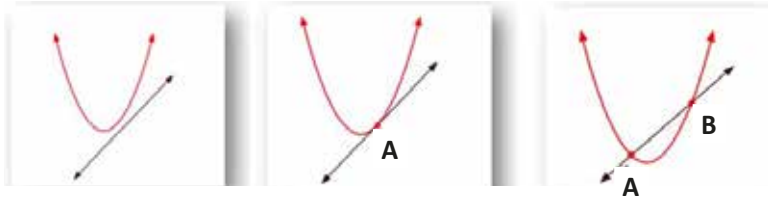
$y=ax^2+bx+c$ parabolü ile $y=mx+n$ doğrusunun durumları incelenirken denklemlerin ortak çözümü yapılır.

Bunun için her iki denklemde y değerleri birbirine eşitlenir.

$ax^2+bx+c=mx+n \Rightarrow ax^2+(b-m)x+c-n=0$ olur.

İki denklemin ortak çözümüyle ulaşılan denkleme ortak çözüm denklemi denir.

Bulunan ortak çözüm denkleminin diskriminantı (Δ) için



- $\Delta<0$ ise ortak çözüm denkleminin kökü yoktur. O hâlde parabol ile doğru kesişmez.
- $\Delta=0$ ise ortak çözüm denkleminin birbirine eşit iki kökü vardır. O hâlde doğru, parabole teğettir.
- $\Delta>0$ ise ortak çözüm denkleminin farklı iki reel kökü vardır. O hâlde parabol ile doğru farklı iki noktada kesişir.

SORULAR

SORU 1:

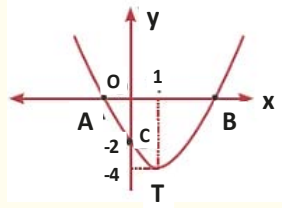
f fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.
$f(x)=(a^2-1)x^3+(a-2)x^2-(b+1)x-2a-b$ **olduğuna göre** f(1) **in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) -4 B) -3 C) -2 D) 0 E) 2

Cevap: C

SORU 2:

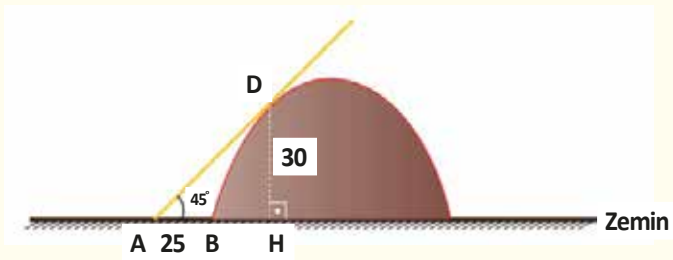
Yanda verilen y = f(x) **fonksiyonunun tepe noktası** T(1,-4) **olduğuna göre fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $y=x^2-4x+2$ B) $y=2x^2+4x-2$ C) $y=2x^2-4x-2$
D) $y=2x^2+4x+2$ E) $y=2x^2-4x+1$

Cevap: C

SORU 3:



Şekildeki tümsekte kırmızı ile gösterilen eğri parabol biçimindedir. Bu tümsekten |AB|=25 cm uzakta zeminle 45° lik açı yapacak şekilde lazer ışığı tutulduğunda tümseğe zeminden 30 cm yukarıda olacak şekilde teğet geçiyor.

Tümseğin taban uzunluğu |BC|=11 cm olduğuna göre tümseğin en yüksek noktasının zeminden yüksekliği kaç santimetredir?

A) 32 B) $\frac{121}{4}$ C) $\frac{123}{4}$ D) 30 E) $\frac{125}{4}$

Cevap: B

SORU 4:

x eksenini -6 ve 2 noktalarında kesen ve A(0,12) **noktasından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = x^2 + 4x - 12$ B) $y = x^2 - 4x - 12$ C) $y = -x^2 + 4x - 12$
D) $y = -x^2 - 8x + 4$ E) $y = -x^2 - 4x + 12$

Cevap: E

SORU 5:

$f(x) = ax^2 - 4x + 2a - 2$ **parabolü x eksenine teğet olduğuna göre a aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) -3 B) -2 C) -1 D) 3 E) 6

Cevap: C