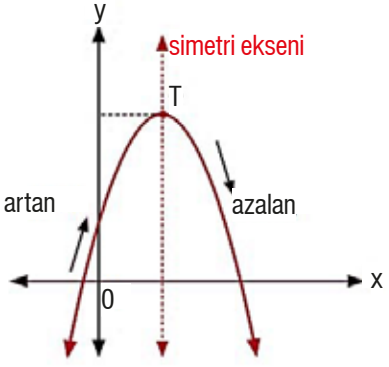
MATEMATİK Sınıf-11

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

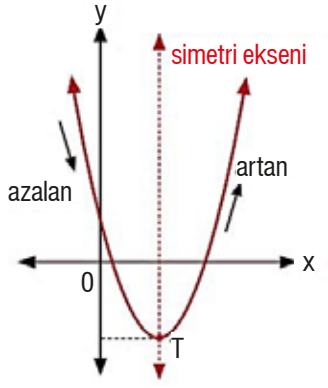
KONU İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ

KARMA ÖRNEKLERİN ÇÖZÜMÜ

Parabolde fonksiyonun artan olduğu aralıktan azalan olduğu aralığa geçtiği noktaya veya azalan olduğu aralıktan artan olduğu aralığa geçtiği noktaya **tepe noktası** denir.



Tepe noktası T ile gösterilir. olmak üzere fonksiyon **en küçük** ya da **en büyük** değerini tepe noktasında alır. $f(x)=y=ax^2+bx+c$ parabolünün tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğruya **simetri ekseni** denir.



BİR PARABOLÜN GRAFİĞİ

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$ biçimindeki fonksiyonun grafiğini (parabol) çizebilmek için parabolün eksenleri kestiği noktalar ve parabolün tepe noktası bulunur. Bu noktalar ardışık birleştirilerek parabolün grafiği çizilir.

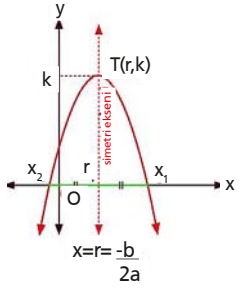
- $a>0$ ise parabolün kolları yukarı,
- $a<0$ ise parabolün kolları aşağı doğrudur.
- Parabolün eksenleri kestiği noktalar $x=0\Rightarrow f(0)=c$ olduğundan parabol, y eksenini $(0,c)$ noktasında keser.
- $y=0\Rightarrow ax^2+bx+c=0$ olur. Bu durumda
  - $\Delta>0$ ise parabol **x eksenini farklı iki noktada keser.**
  - $\Delta<0$ ise parabol **x eksenini kesmez.**
  - $\Delta=0$ ise parabol **x eksenine teğettir.**

PARABOLÜN TEPE NOKTASI

$y=ax^2+bx+c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktasının koordinatları $T(r,k)$ olmak üzere

$$r=-\frac{b}{2a}=\frac{x_1+x_2}{2}$$ ve

$$k=f(r)=f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{4ac-b^2}{4a}$$ olur.



PARABOLÜN DENKLEMİNİ YAZMA

Parabolün grafiğine bağlı olarak denklem üç farklı duruma göre yazılabilir.

1. Biri y ekseni üzerinde olmak üzere parabolün herhangi üç noktası $f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonunda yerine yazılarak a, b, c katsayıları bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
2. $f(x)=ax^2+bx+c$ fonksiyonu için $f(x)=0$ denkleminin kökleri X_1 ve X_2 olsun. Bu durumda parabol denklemi $y=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ şeklinde yazılır. $(x_1,0)$; $(x_2,0)$ noktaları dışında parabol üzerinde verilen üçüncü bir nokta yardımıyla a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.
3. Tepe noktasının koordinatları $T(r,k)$ olsun. Parabolün üzerinde tepe noktası dışında ikinci bir nokta bilindiğinde bu noktalar $y=a\cdot(x-r)^2+k$ denkleminde yerine yazılarak a değeri bulunur ve parabol denklemi elde edilir.

BİR DOĞRU İLE PARABOLÜN DURUMU

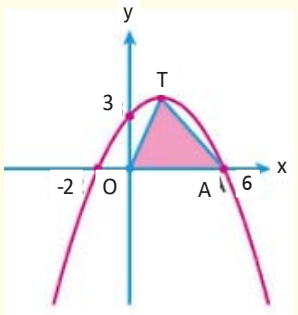
$y=ax^2+bx+c$ parabolü ile $y=mx+n$ doğrusunun durumları incelenirken denklemlerin ortak çözümü yapılır. Bunun için her iki denklemde y değerleri birbirine eşitlenir.

$ax^2+bx+c=mx+n\Rightarrow ax^2+(b-m)x+c-n=0$ olur.

İki denklemin ortak çözümüyle ulaşılan denkleme ortak çözüm denklemi denir. Bulunan ortak çözüm denkleminin diskriminantı (Δ) için

- $\Delta<0$ ise ortak çözüm denkleminin kökü yoktur. O hâlde parabol ile doğru kesişmez.
- $\Delta=0$ ise ortak çözüm denkleminin birbirine eşit iki kökü vardır. O hâlde doğru, parabole teğettir.

SORULAR



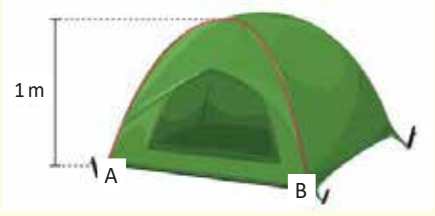
SORU 1:

X eksenini A(6,0) ve (-2,0) noktasında kesen ve tepe noktası T olan parabolün grafiği verilmiştir.
Buna göre *TOA* üçgeninin **alanı kaç birimkaredir?**

A) 6 B) 8
C) 10 D) 12 E) 18

Cevap: D

SORU 2:



Şekildeki kamp çadırında kırmızı ile gösterilen eğri parabol biçimindedir ve bu parabol $f(x)=-x^2+ax-3$ fonksiyonu ile modellenmektedir.
Bu çadırın en yüksek noktası yerden 1 metre yükseklikte olduğuna göre çadırın genişliği kaç metredir?

A) 2,7 B) 2,4 C) 2 D) 1,4 E) 1

Cevap: C

SORU 3: Gerçek sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu $f(x)=x^2-2x-24$ biçiminde tanımlanıyor.
Buna göre
I. f fonksiyonunun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık 10 birimdir.
II. f fonksiyonunun en küçük değeri -25 tir.
III. f fonksiyonunun grafiğinin simetri ekseni x =5 doğrusudur. **ifadelerinden hangileri doğrudur?**

A) Yalnız B) Yalnız C) I-II D) I- III E) I-II-III

Cevap: C

SORU 4: $f:[-5,2]\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-ax+b$ fonksiyonunun grafiğinin simetri ekseni x= -1 doğrusudur.
Grafik y eksenini (0,-10) noktasında kestiğine göre f fonksiyonunun <u>en büyük</u> değeri kaçtır?

A) -12 B) 6 C) 10 D) 20 E) 32

Cevap: D

SORU 5:

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x)=ax^2+3x+a$ fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmemektedir. **Buna göre a gerçek sayısının alabileceği <u>en büyük</u> negatif tam sayı değeri kaçtır?**

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1 **Cevap: C**