MATEMATİK Sınıf-9

KONU ÜÇGENLERDE EŞLİK VE BENZERLİK

EŞLİK KAVRAMI

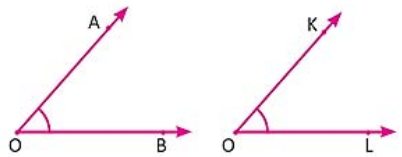
Eş şekillerde karşılıklı kenarlar ve açılar birbirine eştir. Eşlik "$\cong$"sembolü ile gösterilir.

- İki doğru parçasının uzunluğu eşit ise bu doğru parçaları eştir.



$|AB|=|CD|$ ise $[AB]\cong[CD]$ yazılır.

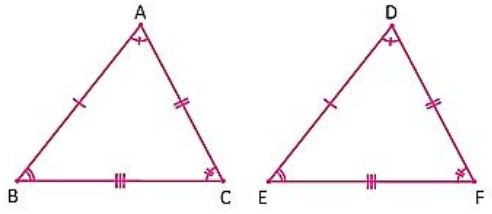
- Ölçüleri eşit olan iki açı eştir.



$m(\hat{AOB})=m(\hat{KOL})$ ise $\hat{AOB}\cong\hat{KOL}$ yazılır.

ÜÇGENLERDE EŞLİK

Karşılıklı kenarlarının uzunlukları ve karşılıklı açılarının ölçüleri eşit olan üçgenlere **eş üçgenler** denir. İki üçgen arasına "$\cong$"sembolü yazılır.



$\hat{ABC}$ ve $\hat{DEF}$ için $|AB|=|DE|$, $|BC|=|EF|$, $|AC|=|DF|$

ve $m(\hat{C})=m(\hat{F})$, $m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})$

eşitlikleri sağlanıyorsa ABC

yazılır. "ABC üçgeni eştir DEF üçgenine" diye okunur.
Eş iki üçgen yazılırken karşılıklı açıları eş olan köşelerin aynı sırayla yazılması gerekir.
İki üçgen arasında eşlik durumu yazıldığında köşelerin isimleri karşılıklı olarak yer değiştirirse eşlik bozulmaz.

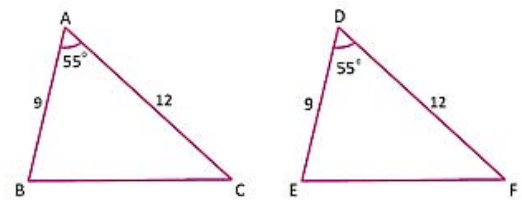
ÜÇGENLERDE EŞLİK KURALLARI

İki üçgenin eş olması için karşılıklı bütün açılarının ölçüleri ve karşılıklı bütün kenarlarının uzunlukları eşit olmalıdır. Üçgenlerde en az biri kenar olmak üzere üçer elemanının eş olması üçgenlerin eşliği için yeterlidir.
Üçgenlerde üç eşlik kuralı vardır.

- Kenar – Açı – Kenar (K.A.K.) Eşliği
- Açı – Kenar – Açı (A.K.A.) Eşliği
- Kenar – Kenar – Kenar (K.K.K.) Eşliği

KENAR – AÇI – KENAR (K.A.K.) EŞLİK KURALI

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer kenar uzunlukları ve bu kenarlar arasında kalan açı ölçüleri eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;

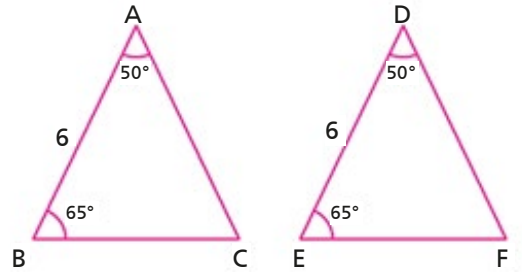


$|AB|=|DE|=9$ birim , $|AC|=|DF|=12$ birim ve

$m(\hat{A})=m(\hat{D})=55^\circ$ olduğundan ABC ~ dir.

AÇI – KENAR – AÇI (A.K.A.) EŞLİK KURALI

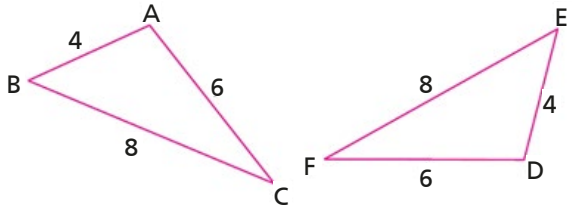
İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açının ölçüleri ve bu açılar arasında kalan kenar uzunlukları eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;



$m(\hat{A})=m(\hat{D})=50^\circ$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})=65^\circ$ ve

$|AB|=|DE|=6$ birim olduğundan ABC ~ dir.

KENAR – KENAR – KENAR (K.K.K.) EŞLİK KURALI



İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı bütün kenar uzunlukları eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Bu durumda üçgenlerin karşılıklı açıları da eştir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde; karşılıklı bütün kenar uzunlukları eşit olduğundan bu üçgenler eş üçgenlerdir.

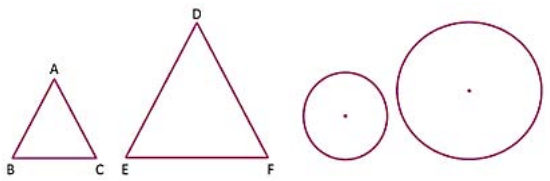
$|AB|=|DE|=4$ birim , $|BC|=|EF|=8$ birim ,

$|AC|=|DF|=6$ birim olduğundan ABC ~ dir.

Bu durumda $m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})$, $m(\hat{C})=m(\hat{F})$ olur.

BENZERLİK KAVRAMI

Belli oranda büyültülmüş veya küçültülmüş şekillere benzer şekiller denir.

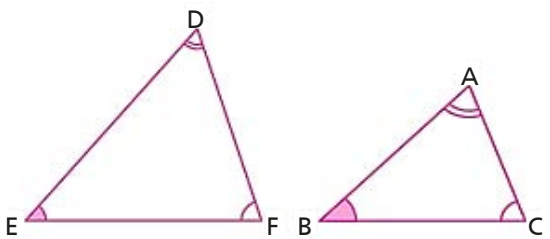


Herhangi iki eş kenar üçgen birbirine benzerdir.

Herhangi iki çember birbirine benzerdir.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı açıları eş veya karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılı olan üçgenlere **benzer üçgenler** denir. Benzerlik durumu "~" sembolü ile gösterilir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;



$m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})$, $m(\hat{C})=m(\hat{F})$

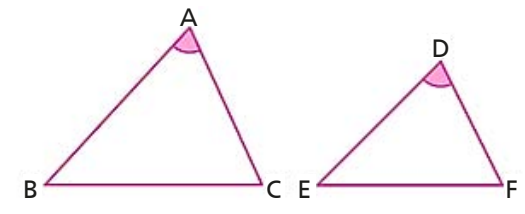
olduğundan ABC ve DEF üçgenleri benzerdir denir.
ABC ~DEF şeklinde gösterilir.
Bu durumda üçgenlerin karşılıklı kenarları orantılıdır.

$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|BC|}{|EF|}=\frac{|AC|}{|DF|}=k$ ise k ya **benzerlik oranı** denir.
k = 1 ise üçgenler eştir.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK TEOREMLERİ

KENAR – AÇI – KENAR (K.A.K.) BENZERLİK TEOREMİ

İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarlarının uzunlukları orantılı ve bu orantılı kenarlar arasındaki açıları eş olan bu iki üçgen benzerdir. Bu benzerliğe **Kenar – Açı – Kenar (K.A.K.) Benzerliği** denir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;

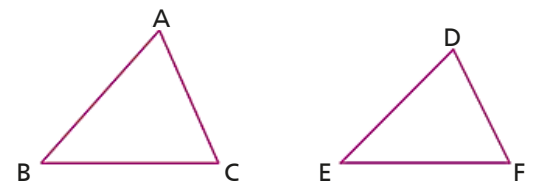


$m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|AC|}{|DF|}$ ise ABC~DEF

veya $\frac{|AB|}{|DF|}=\frac{|AC|}{|DE|}$ ise ABC~DEF olur.

KENAR – KENAR – KENAR (K.K.K.) BENZERLİK TEOREMİ

İki üçgenin karşılıklı bütün kenar uzunlukları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir Bu benzerliğe **Kenar – Kenar – Kenar (K.K.K.) Benzerliği** denir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;

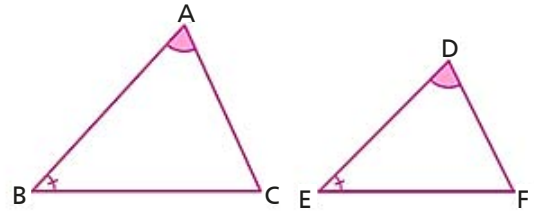


$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|BC|}{|EF|}=\frac{|AC|}{|DF|}$ ise ABC~ DEF olur. Bu durumda

$m(\hat{A})=m(\hat{D})$, $m(\hat{B})=m(\hat{E})$, $m(\hat{C})=m(\hat{F})$ olur.

AÇI – AÇI (A.A.) BENZERLİK TEOREMİ

İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açısı eş ise üçgenler benzerdir. Bu benzerliğe **Açı –Açı(A.A.) Benzerliği** denir.
Şekildeki ABC ve DEF üçgenlerinde;

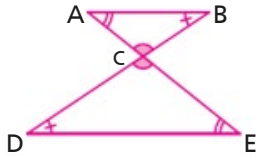


$m(\hat{B})=m(\hat{E})$ ve $m(\hat{A})=m(\hat{D})$ ise ABC~DEF olur.

Dolayısıyla k orantı sabiti ise

$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|BC|}{|EF|}=\frac{|AC|}{|DF|}=k$ olur.

NOT:



$[AB]\,//\,[DE]$ olduğundan A.A. benzerliğinden ABC ~ EDC olur. Bu benzerliğe **kelebek benzerliği** denir.