MATEMATİK Sınıf-12

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU ANALİTİK DÜZLEMDE TEMEL DÖNÜŞÜMLER İLE İLGİLİ KARMA ÖRNEKLER

DÖNÜŞÜMLER

ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜ

Analitik düzlemde verilen bir noktanın belli bir doğrultuda ve belli bir yönde yer değiştirmesine **öteleme** denir.

- Analitik düzlemde $A(x,y)$ noktası x ekseni boyunca pozitif yönde (sağa doğru) a birim ötelendiğinde $A'(x+a,y)$ noktası elde edilir.
- Analitik düzlemde , $B(x,y)$ noktası x ekseni boyunca negatif yönde (sola doğru) a birim ötelendiğinde $B'(x-a,y)$ noktası elde edilir.
- Analitik düzlemde $C(x,y)$ noktası y ekseni boyunca pozitif yönde (yukarı doğru) b birim ötelendiğinde $C'(x,y+b)$ noktası elde edilir.
- Analitik düzlemde $D(x,y)$ noktası y ekseni boyunca negatif yönde (aşağı doğru) b birim ötelendiğinde $D'(x,y-b)$ nokta elde edilir.

DÖNME DÖNÜŞÜMÜ

Bir noktanın sabit bir noktaya olan uzaklığı değişmeden bu sabit nokta etrafında hareket etmesine **dönme** denir.

$P(x,y)$ noktasının orijin etrafında pozitif yönde α açısı kadar döndürülmesi ile elde edilen P' noktası

$P'=R_\alpha(P)=(x\cos\alpha-y\sin\alpha, x\sin\alpha+y\cos\alpha)$ biçiminde bulunur.

Burada R_α ya dönme dönüşümü, α ya ise dönme açısı denir.

Herhangi bir (x, y) noktası orijin etrafında **pozitif yönde** $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ döndürüldüğünde aşağıdaki noktalar elde edilir.

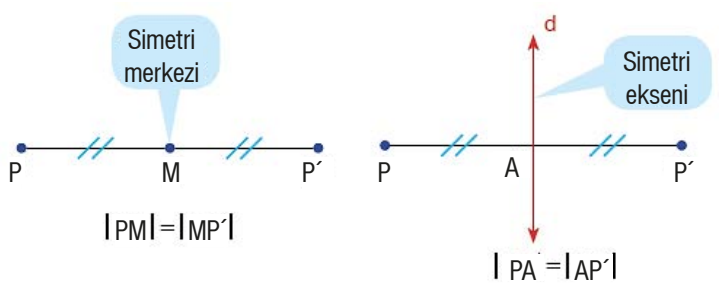
- $R_{90^\circ}(x,y)=(-y,x)$
- $R_{180^\circ}(x,y)=(-x,-y)$
- $R_{270^\circ}(x,y)=(y,-x)$
- $R_{360^\circ}(x,y)=(x,y)$

SİMETRİ DÖNÜŞÜMÜ

Simetri dönüşümü bir şeklin bütün noktalarının bir noktaya veya bir doğruya göre eşit uzaklıkta görüntülerinin alınması ile oluşan bir dönüşümdür.

Düzlemde P noktasının M noktasına göre simetriği P' noktası olsun. M noktasına **simetri merkezi** denir S_M ile gösterilir.

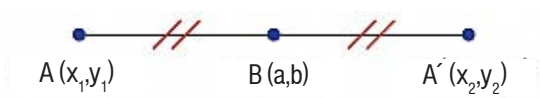
Eğer simetri dönüşümü bir d doğrusuna göre yapılıyor ise bu doğruya **simetri ekseni** denir ve S_d ile gösterilir.



Düzlemdeki bir nokta ile simetriği olan noktanın simetri eksenine uzaklıkları birbirine eşittir.

BİR NOKTANIN BAŞKA BİR NOKTAYA GÖRE SİMETRİĞİ

Bir A noktasının B noktasına göre simetriği A' dır.



NOT: $A(x,y)$ noktasının $O(0,0)$ noktasına (orijin) göre simetriği $A'(-x,-y)$ dır.

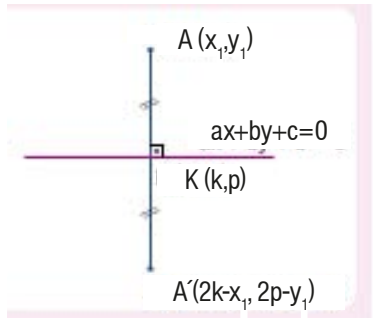
BİR NOKTANIN x VE y EKSENLERİNE GÖRE SİMETRİĞİ

$A(a,b)$ noktasının

- x eksenine göre simetriği $B(a,-b)$,
- y eksenine göre simetriği $C(-a,b)$ olur.

BIR NOKTANIN BİR DOĞRUYA GÖRE SİMETRİĞİ

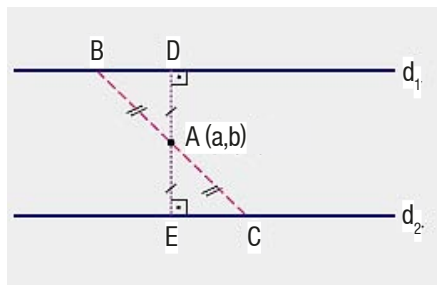
$A(x_1,y_1)$ noktasının $ax+by+c=0$ doğrusuna göre simetriğini bulmak için aşağıdaki adımlar sırasıyla uygulanır.



- Doğrunun eğimi $m=-\frac{a}{b}$ bulunur.
- $[AA']$ ile $ax+by+c=0$ doğrusu birbirine dik olduğundan $[AA']$ nın eğimi $m=\frac{b}{a}$ olur.
- Eğimi $m=\frac{b}{a}$ olan ve $A(x_1,y_1)$ noktasından geçen AA' doğrusunun denklemi $y-y_1=\frac{b}{a}\cdot(x-x_1)$ ifadesinden elde edilir.
- $ax+by+c=0$ doğrusunun denklemi ile yeni bulunan AA' doğrusunun denklemi ortak çözülerek $K(k,p)$ kesim noktası bulunur.
- $A(x_1,y_1)$ noktasının $K(k,p)$ noktasına göre simetriği alınarak $A'(2k-x_1,2p-y_1)$ noktası elde edilir.

  Bu nokta $A(x_1,y_1)$ noktasının $ax+by+c=0$ doğrusuna göre simetriği olan noktadır.

BİR DOĞRUNUN BİR NOKTAYA GÖRE SİMETRİĞİ



d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği d_2 doğrusu ise $d_1 // d_2$, $|AD|=|AE|$ ve $|AB|=|AC|$ olur.

d_1 doğrusu üzerindeki bir $B(x,y)$ noktasının $A(a,b)$ noktasına göre simetriği olan $C(2a-x,2b-y)$ noktası d_2 doğrusu üzerindedir.

d_2 doğrusunun denklemini bulmak için d_1 doğrusunun denkleminde x yerine **2a-x** ve y yerine **2b-y** yazılarak d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği olan d_2 doğrusu elde edilir.

SORULAR

SORU 1:

Analitik düzlemde $A(-4\sqrt{2}+2, 3\sqrt{2}-1)$ noktası x ekseni boyunca negatif yönde 2 birim ve y ekseni boyunca pozitif yönde 1 birim öteleniyor.

Elde edilen noktanın orjin etrafında pozitif yönde 315° döndürülmesiyle oluşan nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-7,-1) B) (-1,7) C) (-3,7) D) (-6,2) E) (-2,-1)

Cevap: B

SORU 2:

Analitik düzlemde bir A(x,y) noktası orjin etrafında , saat yönünün tersine 90° döndürülerek A'(3,2) noktası elde ediliyor.

Buna göre A noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-3,2) B) (3,2) C) (2,-3) D) (-2,-3) E) (-3,-2)

Cevap: C

SORU 3:

(2,4) noktasının orjin etrafında, saat yönünün tersine 30° döndürülmesi ile elde edilen nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{3},-\sqrt{3})$ B) $(\sqrt{3}-2, 2\sqrt{3}+1)$

C) $(\sqrt{3}+1, \sqrt{3}-1)$ D) $(2-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3})$

Cevap: B

SORU 4:

Analitik düzlemde A(-1,3) noktasının x=2 doğrusuna göre simetriği olan nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (5,3) B) (-1,1) C) (3,-1) D) (-5,3) E) (2,-3)

Cevap: A

SORU 5:

Analitik düzlemde A(-5,7) noktasının orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülmesi ile elde edilen nokta A' noktasıdır.

Buna göre A' noktasının y=x doğrusuna göre simetriği olan noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-5,-7) B) (5,7) C) (7,5) D) (-5,7) E) (5,-7)

Cevap: B

SORU 6:

Analitik düzlemde (-1,-3) noktasının (2,-4) noktasına göre yansıması aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-1,1) B)(2,-1) C)(5,0) D) (-5,5) E) (5,-5)

Cevap: E

SORU 7:

Analitik düzlemde A(2,-2√3) noktasının orijin etrafında pozitif yönde 510° döndürülmesiyle elde edilen noktanın koordinatları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2 **Cevap: C**