MATEMATİK Sınıf-10

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU İKİ FONKSİYONUN BİLEŞKESİ VE BİR FONKSİYONUN TERSİ

FONKSİYONLARIN BİLEŞKESİ

A, B, C boş kümeden farklı birer küme olmak üzere f:A ➜ B ve g:B ➜ C fonksiyonları verilsin.

A kümesinin elemanlarını f ve g fonksiyonları yardımıyla C kümesinin elemanları ile eşleştiren fonksiyona f ile g fonksiyonlarının **bileşke fonksiyonu** denir.

(gof)(x) şeklinde gösterilir.

$(\text{gof})(\text{x}) = \{(\text{x},\text{y}) \mid \text{x} \in \text{A ve z} = \text{g(f(x))} \in \text{C}\}$

biçiminde gösterilebilir.

FONKSİYONLARDA BİLEŞKE İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

1) Bir f fonksiyonunun birim fonksiyon ile bileşkesi yine f fonksiyonudur.

$fo\text{I} = \text{Iof} = \text{f}$

2) Fonksiyonlarda bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

Yani herhangi iki f ve g fonksiyonları için $fog \neq gof$

3) Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

$fo(goh) = (fog)oh$

4) Uygun koşullarda tanımlı f, g ve h fonksiyonları için

- $(\text{f}^{-1})^{-1} = \text{f}$
- $(\text{fof}^{-1}) = (\text{f}^{-1}\text{of}) = \text{I}$
- $(\text{fog})^{-1} = \text{g}^{-1}\text{of}^{-1}$
- $\text{f} = \text{g}$ ise $foh = goh$ veya $hof = hog$

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f : A \to \text{B}$, $\text{y} = f(x)$ birebir ve örten fonksiyonu verilsin.

$\forall x \in A$ için $f(x) = y$ iken $f^{-1}(y) = x$

oluyorsa f^{-1} fonksiyonuna f **fonksiyonunun tersi** denir.

f(x) fonksiyonunun tersi de fonksiyon olur.

$f : A \to B$ ise f^{-1}:B→ A olur.

Bir fonksiyonun tersinin eşleştirme kuralını bulmak için

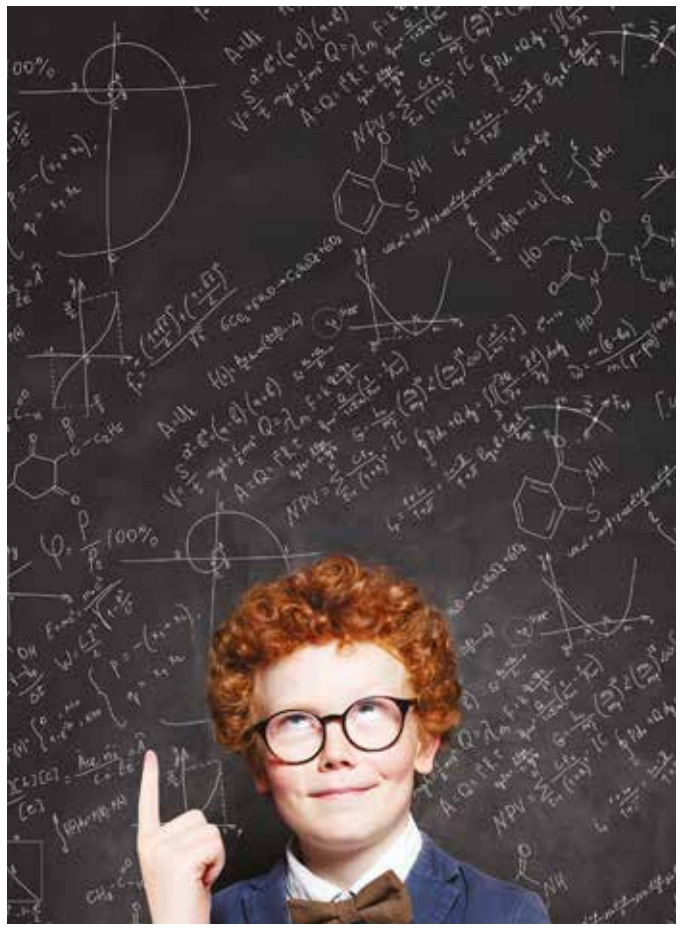
- y= $f(x)$ kuralında x yerine y,y yerine x yazılır.
- Elde edilen eşitlikte y yalnız bırakılır.
- Son eşitlikte y yerine $f^{-1}(x)$ yazılır.

Uygun tanım aralıklarında verilen fonksiyonlar için

$\text{f(x)} = \text{ax} \Rightarrow \text{f}^{-1}(\text{x}) = \frac{\text{x}}{\text{a}}$

$\text{f(x)} = \text{ax} + \text{b} \Rightarrow \text{f}^{-1}(\text{x}) = \frac{\text{x}-\text{b}}{\text{a}}$

$\text{f(x)} = \frac{\text{ax}+\text{b}}{\text{cx}+\text{d}} \Rightarrow \text{f}^{-1}(\text{x}) = \frac{-\text{dx}+\text{b}}{\text{cx}-\text{a}}$



SORULAR

SORU 1:

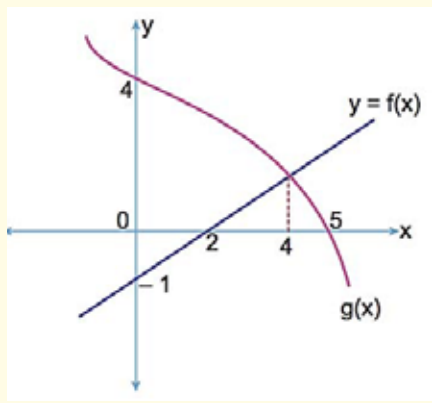
$f : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{2\}$

$f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$ ve $g(x) = x - 2$ fonksiyonları veriliyor.

$f^{-1}(0) + g^{-1}(-1) = (fog)^{-1}(a)$ **olduğuna göre a değeri kaçtır?**

A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 3

Cevap: D



SORU 2:

Yanda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre

$\frac{(gof^{-1})^{-1}(4)+f(2)}{f^{-1}(1)-g^{-1}(0)}$

işleminin değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1
D) 1 E) 4 **Cevap: D**

SORU 3:

f, g ve h gerçek sayılarda tanımlı bire bir ve örten fonksiyonlar.

$\text{f}^{-1}(3\text{x}-2) = \text{g}(\text{x}+4) = \text{h}\left(\frac{\text{x}-1}{2}\right)$ **olmak üzere**

$(\text{fog})(5) + (\text{g}^{-1}\text{oh})(0)$ **toplamının değeri kaçtır?**

A) -3 B) -1 C) 3 D) 5 E) 6 **Cevap: E**

SORU 4:

$f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{2\}$ olmak üzere $f(x) = \frac{ax+b}{x-a}$ fonksiyonu veriliyor. $\underbrace{(fofofo \ldots\ldots of)}_{15 \text{ tane}}(6) = 5$ **olduğuna göre b değeri kaçtır?**

A) 8 B) 4 C) 0 D) -4 E) -8 **Cevap: A**

SORU 5:

Gerçek sayılarda tanımlı f fonksiyonu, $f(x^3-7)=2x-1$ biçiminde tanımlanmıştır. $f^{-1}(7)=k$ **olduğuna göre k değeri kaçtır?**

A) 20 B) 23 C) 57 D) 64 E) 67 **Cevap: C**

SORU 6:

f **bire bir ve örten olmak üzere** $\text{f(x)} = \frac{2\text{mx}+5}{4\text{x}+\text{m}-3}$ **fonksiyonu için** (fof)(x)=x **olduğuna göre m değeri kaçtır?**

A) -3 B) -1 C) 1 D) 3 E) 5 **Cevap: C**