MATEMATİK Sınıf-10

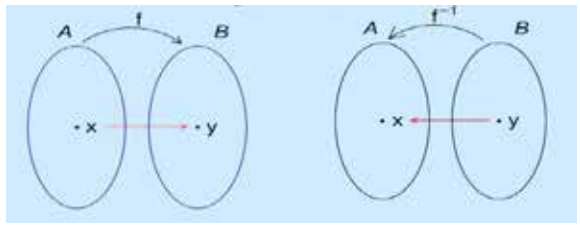
OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU İKİ FONKSİYONUN BİLEŞKESİ VE BİR FONKSİYONUN TERSİ

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f : A \to B$, $y = f(x)$ birebir ve örten fonksiyonu verilsin.

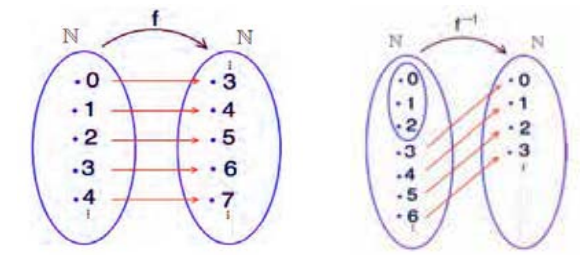
$\forall x \in A$ için $f(x) = y$ iken $f^{-1}(y) = x$ oluyorsa f^{-1} fonksiyonuna **f fonksiyonunun tersi** denir.



f^{-1}, B kümesinden A kümesine tanımlı bir fonksiyondur.

ÖRNEĞİN;

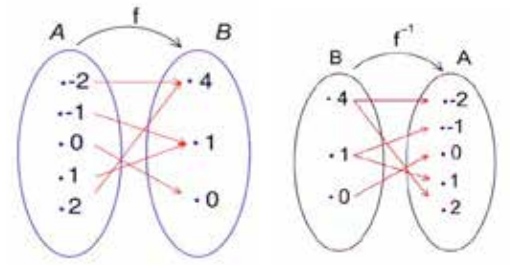
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) = 3 + x$ fonksiyonu örten bir fonksiyon olmadığı için bu fonksiyonun tersi bir fonksiyon değildir.



$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ye örten olmayan bir fonksiyon olduğu görülür.

ÖRNEĞİN;

A={ -2, -1,0,1,2 } ve B={ 0,1,4 }, f:A→B , f(x)= x^2 fonksiyonu bire bir fonksiyon olmadığı için bu fonksiyonun **tersi fonksiyon değildir.**



$f : A \to B$ ye birebir fonksiyon olmadığı görülür.

f:A→B ye olmak üzere y=f(x) bire bir ve örten ise f(x) fonksiyonunun tersi de fonksiyon olur

$f : A \to B$ ise f^{-1}:B→ A olur.

Bir fonksiyonun tersinin eşleştirme kuralını bulmak için

- $y = f(x)$ kuralında x yerine y,y yerine x yazılır.
- Elde edilen eşitlikte y yalnız bırakılır.
- Son eşitlikte y yerine $f^{-1}(x)$ yazılır.

Uygun tanım aralıklarında verilen fonksiyonlar için

$$f(x) = ax \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

SORULAR

SORU 1:

f gerçek sayılarda tanımlı bir doğrusal fonksiyondur.

$f(2) = 7$ **ve** $f^{-1}(5) = 1$ **ve olduğuna göre** $(fof)(0)$ **değeri kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 9 D) 16 E) 24

Cevap: C

SORU 2:

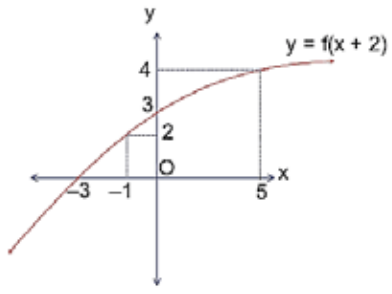
f, g *ve* h gerçek sayılarda tanımlı bire bir ve örten fonksiyonlardır.

$f^{-1}(3x-2) = g(x+4) = h\left(\frac{x-1}{2}\right)$ **olmak üzere** $(fog)(5) + (g^{-1}oh)(0)$ **değeri kaçtır?**

A) -3 B) -1 C) 3 D) 5 E) 6

Cevap: E

SORU 3:



Yukarıda y= $f(x+2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

f bire bir örten fonksiyon olduğuna göre

$f(7) + f^{-1}(3) + f(1)$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) -3 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

Cevap: E

SORU 4:

$f : \mathbb{R} - \{a\} \to \mathbb{R} - \{b\}$

$f(x) = \frac{3x-a}{2x-1}$ bire bir ve örten fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(b)$ **değeri kaçtır?**

A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

Cevap: D

SORU 5:

Uygun koşullarda tanımlı bire bir ve örten f ve g fonksiyonları veriliyor.

$f(x-1) = 2x + 1$ **ve** $g^{-1}(x+1) = \frac{1}{x}$

olduğuna göre $(f^{-1}o\ g)(2)$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

Cevap: B

SORU 6:

$\mathbb{Z}$ tamsayılar kümesi olmak üzere $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ fonksiyonu $f(x) = 2x - 1$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre

I. f bire bir fonksiyondur.
II. (fof) örten fonksiyondur.
III. f fonksiyonunun tersi tanımlıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I − II
D) II − III E) I − II − III

Cevap: A

SORU 7:

f **ve** g **fonksiyonları için**

$f(x) = 2x - 5, (fogog)(x) = 2x + 1$ **ve** $g^{-1}(1) = 5$

olduğuna göre $g(1)$ **değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Cevap: E