MATEMATİK Sınıf-12

KONU TÜREV - KARMA ÖRNEKLER - TÜREV TANIMI

$A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \to \mathbb{R}$ ve $a \in A$ için f sürekli ise

$\lim\limits_{x \to a^-} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim\limits_{x \to a^+} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ise $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

limitine f fonksiyonunun $x=a$ **noktasındaki türevi** denir. $f'(a)$ ile gösterilir.

TÜREV ALMA KURALLARI

1) $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$f(x)=c$ ise $f'(x)=0$ olur.

2) $a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere

$f(x)=a \cdot x^n$ ise $f'(x)=a \cdot n \cdot x^{n-1}$ olur.

1) Bir fonksiyon bir $x=a$ apsisli noktada sürekli değilse $x=a$ apsisli noktada türevli de değildir.

2) Bir fonksiyon türevli olduğu her noktasında süreklidir.

3) Bir fonksiyonun kırılma noktalarında türevi yoktur.

İKİ FONKSİYONUN TOPLAMININ VE FARKININ TÜREVİ

$f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere;

1) $\dfrac{d}{dx}\big((f+g)(x)\big)=\big(f(x)+g(x)\big)'=f'(x)+g'(x)$

2) $\dfrac{d}{dx}\big((f-g)(x)\big)=\big(f(x)-g(x)\big)'=f'(x)-g'(x)$ olur.

İKİ FONKSİYONUN ÇARPIMININ VE BÖLÜMÜNÜN TÜREVİ

$f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere;

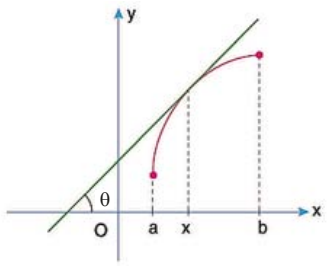
1) $\dfrac{d}{dx}\big((f \cdot g)(x)\big)=\big(f(x) \cdot g(x)\big)'=f'(x) \cdot g(x)+g'(x) \cdot f(x)$

2) $\dfrac{d}{dx}\left(\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)\right)=\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'=\dfrac{f'(x) \cdot g(x)-g'(x) \cdot f(x)}{[g(x)]^2}$

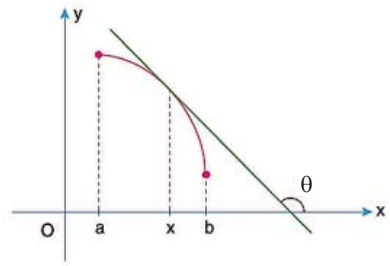
$(g(x) \neq 0)$ olur.

BİR FONKSİYONUN ARTAN VEYA AZALAN OLDUĞU ARALIKLAR

f fonksiyonu $[a,b]$ nda artan ise bu aralığın her noktasında teğetinin eğimi pozitif (θ dar açı), azalan ise teğetinin eğimi negatiftir (θ geniş açı).



θ dar açı olduğundan m= tan θ pozitiftir.)



(θ geniş açı olduğundan m= tan θ negatiftir.)

SONUÇ:

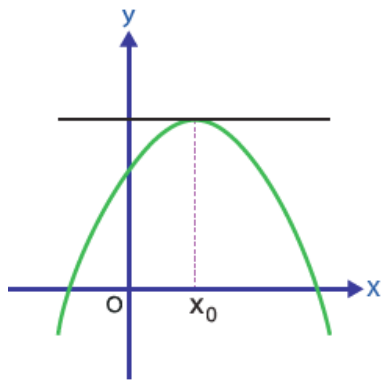
$f: A \to \mathbb{R}$ $y=f(x)$ fonksiyonu (a,b) nda türevlenebilir olsun.

$\forall x \in (a,b)$ için

1) $f'(x)>0 \Rightarrow y=f(x)$ artan fonksiyondur.

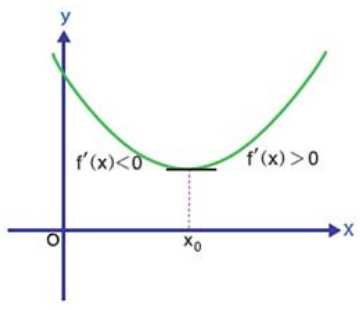
2) $f'(x)<0 \Rightarrow y=f(x)$ azalan fonksiyondur.

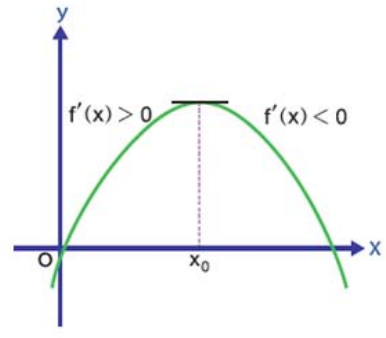
3) $f'(x)=0 \Rightarrow y=f(x)$ sabit fonksiyondur.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonun x_0 apsisli noktasında bir ekstremum noktası vardır. Bu noktada çizilen teğet x eksenine paralel olacağından bu teğetin eğimi sıfırdır.

Bu yüzden $f'(x)=0$ olur.



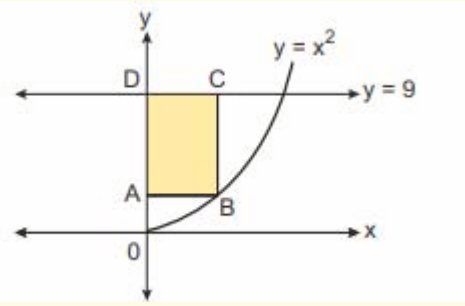


- Bir fonksiyonun türevinin sıfır olduğu noktanın ekstremum noktası olabilmesi için fonksiyonun türevinin o noktada işaret değiştirmesi gerekir.
- Bir fonksiyonun azalanlıktan artanlığa geçtiği noktaya **yerel minimum noktası** denir.
- Bir fonksiyonun artanlıktan azalanlığa geçtiği noktaya **yerel maksimum noktası** denir.

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

SORULAR

SORU 1:



Yukarıdaki $y = x^2$ parabolü ile $y = 9$ doğrusu ve B köşesi parabol, C köşesi doğru üzerinde olan ABCD dikdörtgeni verilmiştir.

Buna göre ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

Cevap: E

SORU 2:

$f(x)=-x2+3x-5$ parabolü üzerindeki bir P noktasının koordinatları toplamının alabileceği en büyük değer için apsisi kaç olur?

A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

Cevap: D

SORU 3:

Bir ABCD dikdörtgenin A ve B köşeleri x ekseni, C ve D köşeleri ise $y = x^2$ parabolü üzerindedir.

Buna göre ABCD dikdörtgeninin alanı en büyük olduğuna göre parabol üzerindeki köşelerin koordinatlarının apsisleri çarpımı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 4 E) 6

Cevap: A

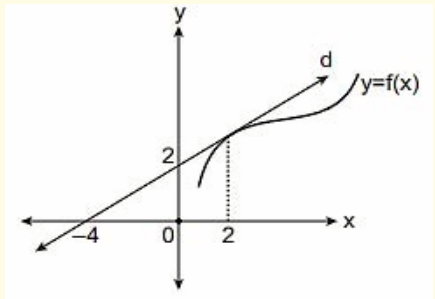
SORU 4:

Taban yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 8 cm olan bir dik koninin içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin yarıçapı kaç santimetredir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

Cevap: D

SORU 5:



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonuna d doğrusu apsisli noktada teğettir.

Buna göre $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f^2(x)-f^2(2)}{x-2}$ **değeri kaçtır?**

A) 6 B) 3 C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Cevap: B