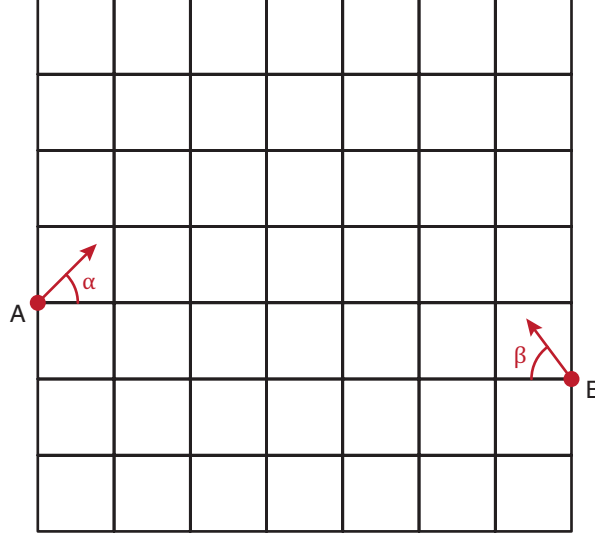




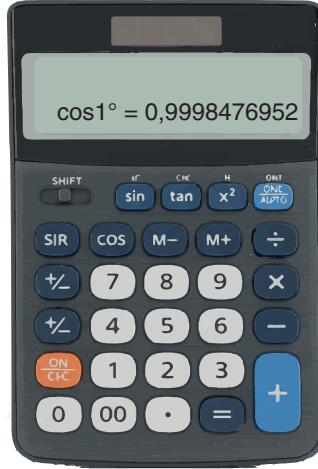
1. Aşağıdaki görselde dış kuvvetlerin ihmal edildiği nükleer bir fizik deneyine ait simülasyonun ekran görüntüsü verilmiştir.



Eş karelere ayrılmış zemin üzerindeki A ve B noktalarından çıkan parçacıklar, yatay olarak sırasıyla α ve β derecelik açılar yapacak şekilde doğrusal yollar izlemektedirler. Simülasyonda, A ve B noktalarından çıkan parçacıkların yollarının herhangi bir karenin köşesi olan C noktasında kesiştiği gözlemleniyor.

$\tan \alpha + \sin \beta = 1,55$ olduğuna göre C noktasının konumunu şekil üzerinde gösteriniz ve elde edilen sonucu yorumlayınız. (10 Puan)

2. Açık ölçülerinin trigonometrik değerleri bilimsel hesap makineleriyle hesaplanabilmektedir. Aşağıdaki görselde bunun bir örneği verilmiştir.



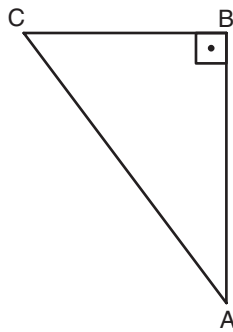
Bilimsel hesap makinesinin olmadığı durumlarda ise trigonometrik özdeşlikler kullanılarak cebirsel yöntemlerle de açı ölçülerinin trigonometrik değerleri bulunabilir.

$$S = \sin^2 1^\circ + \sin^2 3^\circ + \sin^2 5^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 89^\circ \text{ ve}$$

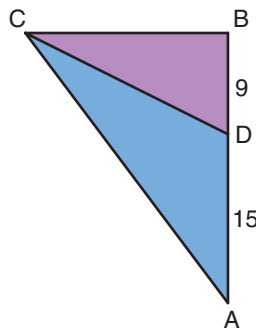
$$P = \tan 2^\circ \cdot \tan 4^\circ \cdot \tan 6^\circ \cdot \dots \cdot \tan 86^\circ \cdot \tan 88^\circ$$

olmak üzere $\frac{S}{P}$ değerini trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. (15 Puan)

3. Bir tasarımcı Şekil 1’de verilen üçgen şeklindeki kartondan bir süs yapacaktır. Önce [BC] ile [AC] kenarları çakışacak şekilde [CD] boyunca katlamıştır. Ardından kat izi sonucu oluşan iki üçgensel bölgeyi Şekil 2’deki gibi farklı renklere boyamıştır..



Şekil 1



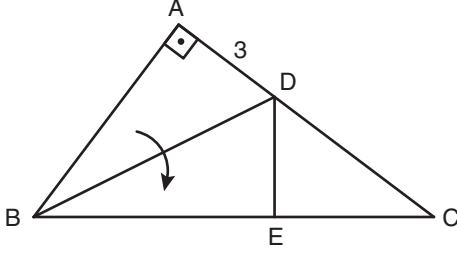
Şekil 2

$$\begin{aligned} m(\widehat{ABC}) &= 90^\circ \\ |BD| &= 9 \text{ cm} \\ |AD| &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

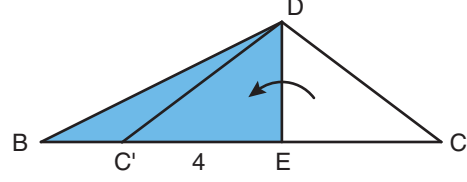
Tasarımcı hazırladığı süsü, tek bir noktadan tutturduğu ip ile tavana asacaktır. Süsün ABC üçgensel yüzeyinin yer düzlemine paralel olması istenilmektedir.

Buna göre süs üzerinde ipin tutturulduğu noktanın [AB] kenarına uzaklığının kaç santimetre olduğunu işlemlerinizi birlikte yazınız. (15 Puan)

4. Ön yüzü beyaz, arka yüzü mavi dik üçgen şeklindeki ABC kâğıdı, Şekil 1'deki gibi [BD] boyunca katlandığında A köşesi, [BC] üzerindeki E noktası ile çakışmaktadır.



Şekil 1



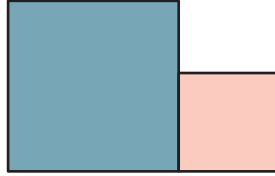
Şekil 2

Şekil 2'deki DBC üçgeni, [DE] boyunca C noktası C' noktası çakışacak şekilde katlanmıştır.

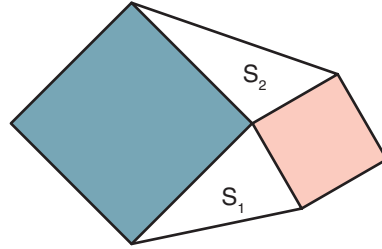
$E \in [BC]$, $C' \in [BC]$, $|AD| = 3$ birim, $|C'E| = 4$ birim ve $[BA] \perp [AC]$ tir.

ABC üçgeninin iç açıortaylarının kesişim noktası I olduğuna göre I noktasının [BC] na uzaklığının kaç birim olduğunu işlemlerinizi birlikte yazınız. (15 Puan)

5. Şekil 1'de verilen iki farklı kare bir kenar ve bir köşe noktaları çakışacak şekilde yerleştirilmiştir.



Şekil 1

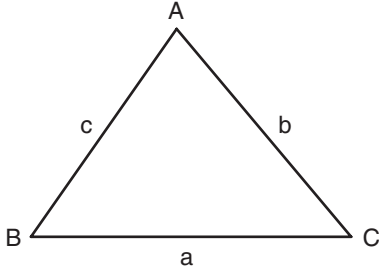


Şekil 2

Bu çokgenler ortak köşe noktaları etrafında sabitlenerek döndürülmüş ve Şekil 2'deki gibi diğer ikişer köşe noktaları birleştirilerek alanları S_1 ve S_2 olan üçgenler oluşturulmuştur.

Buna göre döndürülme açısındaki değişimin $\frac{S_1}{S_2}$ oranını nasıl etkilediğini açıklayarak $\frac{S_1}{S_2}$ oranını bulunuz. (10 Puan)

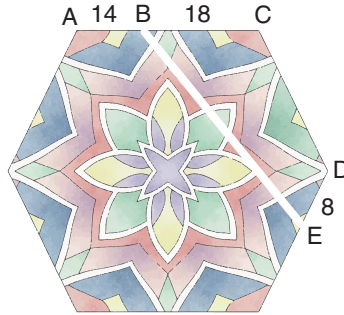
6. Aşağıdaki şekilde ABC bir üçgen, $|AB| = c$ birim, $|AC| = b$ birim ve $|BC| = a$ birimdir.



ABC üçgeninin çevresi 12 birim ve $\sin \widehat{A} + \sin \widehat{C} = 3 \cdot \sin \widehat{B}$ dir.

Buna göre $|AC|$ nun kaç birim olduğunu işlemlerinizi birlikte yazınız. (10 Puan)

7. Türk - İslam sanatında geometrik süsleme çok önemli bir yere sahiptir. Özellikle düzgün altıgen şeklindeki çini karolar cami ve medrese duvar süslemelerinde tercih edilir. Düzgün altıgenin kenar uzunlukları birbirine eşit ve her bir iç açısının ölçüsü 120° dir.



Yukarıda görseli verilen düzgün altıgen şeklindeki çini, BE doğru parçası boyunca kırılmıştır.

$|AB| = 14$ cm, $|BC| = 18$ cm ve $|DE| = 8$ cm'dir.

Buna göre $|BE|$ nun kaç santimetre olduğunu işlemlerinizi birlikte yazınız. (10 Puan)

8. Faruk öğretmen, öğrencilerinin sosyal medyada günlük geçirdikleri süre ile matematik sınavından aldığı puanlar arasındaki ilişkiyi araştırmaktadır. Aşağıdaki tabloda 15 öğrenciye ait veriler yer almaktadır.

Öğrenci	Sosyal Medyada Geçirdiği Süre (saat)	Matematik Sınavından Aldığı Puan
1	2	85
2	5	72
3	7	40
4	3	65
5	6	38
6	1	90
7	8	25
8	4	55
9	9	20
10	2	88
11	6	42
12	7	33
13	3	70
14	5	60
15	8	28

İki kategorik değişkenden;

sosyal medyada geçirilen süre için 0 - 3 saat, 4 - 6 saat, 7 saat ve üzeri sınıflamalarını, matematik sınavından alınan puan için 0 - 25, 26 - 50, 51 - 75, 76 - 100 sınıflamalarını kullanarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

8.1. İki yönlü sıklık tablosu oluşturunuz. (5 puan)

8.2. Sosyal medyada geçirilen süreye göre matematik sınavından alınan puan için koşullu göreceli sıklık yüzdelerini hesaplayınız. (5 puan)

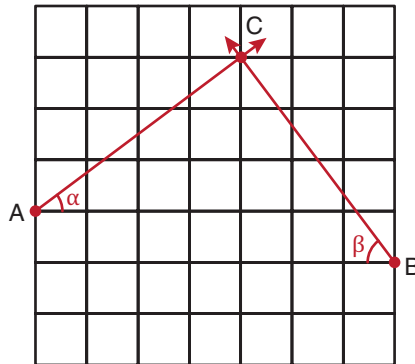
8.3. Sosyal medyada geçirilen süre ile matematik sınavından alınan puan arasındaki ilişkiyi inceleyerek yorumlayınız. (5 Puan)

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.10.4.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi (KB2.10. Çıkarım Yapma)
2	MAT.10.4.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi MAB2. Matematiksel Problem Çözme Becerisi (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme)
3	MAT.10.4.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi (KB2.4.Çözümleme)
4	MAT.10.4.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi (KB2.4.Çözümleme)
5	MAT.10.4.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme Becerisi (KB2.14.Yorumlama)
6	MAT.10.4.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB2. Matematiksel Problem Çözme Becerisi
7	MAT.10.4.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB2. Matematiksel Problem Çözme Becerisi MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme
8	MAT.10.6.1. İki kategorik değişkenli veri ile çalışabilme ve iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme	MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme (KB2.18. Tartışma) MAB3. Matematiksel Temsil Becerisi

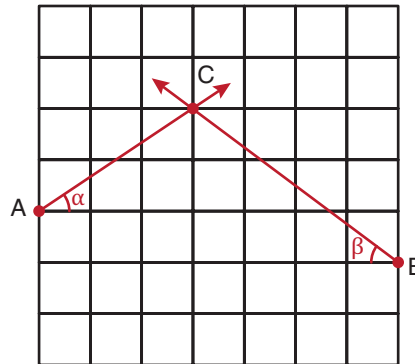
PUANLAMA TABLOSU										
1	2	3	4	5	6	7	8			TOPLAM
							8.1.	8.2.	8.3.	
10	15	15	15	10	10	10	5	5	5	100

ÇÖZÜMLER

1. C noktası herhangi bir karenin köşesine denk geldiğinden $\tan \alpha$ değeri kesinlikle rasyoneldir. $\tan \alpha$ ve $\tan \alpha + \sin \beta$ değerleri rasyonel olduğundan $\sin \beta$ değerinin rasyonel olması gerekmektedir. Bu durumda bir dar açısı β olan dik üçgenin kenar uzunluklarının tam sayı olduğu düşünülür. (3 puan)



1. durum



2. durum

1. durumda $\sin \beta = \frac{4}{5}$ ya da 2. durumda $\sin \beta = \frac{3}{5}$ gibi iki durum olabilir. (2 puan)

1. durumda $\sin \beta = \frac{4}{5}$ ve $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ olur. Bu durumda $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20} = 1,55$ olur. (3 puan)

C noktası 1. durumda verilen konumda olmalıdır. (2 puan)

2. Birbirini 90° ye tamamlayan açılarının sinüs ve kosinüs değerleri ile tanjant ve kotanjant değerleri birbirine eşittir. (1 puan)

$$\sin^2 89^\circ = \cos^2 1^\circ, \quad \sin^2 87^\circ = \cos^2 3^\circ, \dots \text{ (1 puan)}$$

$$S = \sin^2 1^\circ + \sin^2 3^\circ + \sin^2 5^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 89^\circ$$

$$S = \cos^2 1^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 5^\circ + \dots + \cos^2 87^\circ + \cos^2 89^\circ \text{ (1 puan)}$$

$$2S = \underbrace{\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ}_1 + \dots + \underbrace{\sin^2 87^\circ + \cos^2 87^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 89^\circ + \cos^2 89^\circ}_1 \text{ (3 puan)}$$

$$2S = 45$$

$$S = \frac{45}{2} \text{ (1 puan)}$$

$$\tan 88^\circ = \cot 2^\circ, \quad \tan 86^\circ = \cot 4^\circ, \dots \text{ (1 puan)}$$

$$P = \tan 2^\circ \cdot \tan 4^\circ \cdot \tan 6^\circ \cdot \dots \cdot \tan 86^\circ \cdot \tan 88^\circ$$

$$P = \cot 2^\circ \cdot \cot 4^\circ \cdot \cot 6^\circ \cdot \dots \cdot \cot 86^\circ \cdot \cot 88^\circ \text{ (1 puan)}$$

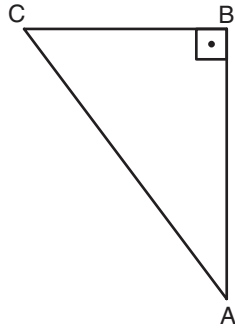
$$P^2 = \underbrace{\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ}_1 \cdot \underbrace{\tan 4^\circ \cdot \cot 4^\circ}_1 \cdot \underbrace{\tan 6^\circ \cdot \cot 6^\circ}_1 \cdot \dots \cdot \underbrace{\tan 86^\circ \cdot \cot 86^\circ}_1 \cdot \underbrace{\tan 88^\circ \cdot \cot 88^\circ}_1 \text{ (3 puan)}$$

$$P^2 = 1 \text{ (1 puan)}$$

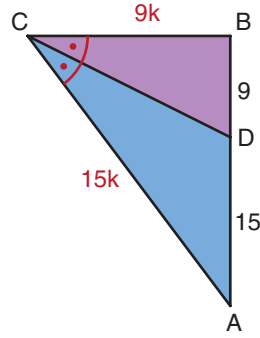
$$P = 1 \text{ (1 puan)}$$

$$\frac{S}{P} = \frac{45}{2} \text{ olur. (1 puan)}$$

3.



Şekil 1



Şekil 2

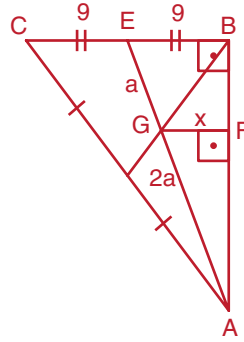
$$\begin{aligned} m(\widehat{ABC}) &= 90^\circ \\ |BD| &= 9 \text{ cm} \\ |AD| &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Katlamadan dolayı $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DCA})$ olur. $[CD]$ iç açıortay olduğundan ABC üçgeninde iç açıortay teoremi uygulandığında

$$\frac{|BC|}{|BD|} = \frac{|CA|}{|AD|} \text{ olur. Buradan } \frac{|BC|}{9} = \frac{|CA|}{15} \text{ olduğundan } |BC| = 9k \text{ ise } |AC| = 15k \text{ olur. (4 puan)}$$

ABC üçgeni 3 - 4 - 5 özel dik üçgeni olduğundan $|AB| = 12k = 24 \text{ cm}$ olduğundan $k = 2 \text{ cm}$ 'dir.

Buradan $|BC| = 9k = 18 \text{ cm}$ ve $|AC| = 15k = 30 \text{ cm}$ 'dir. (3 puan)



ABC üçgensel yüzeyinin yer düzlemine paralel olması için üçgenin ağırlık merkezinden asılması gerekir.

ABC üçgeninin kenarortaylarının kesişim noktası G noktasıdır.

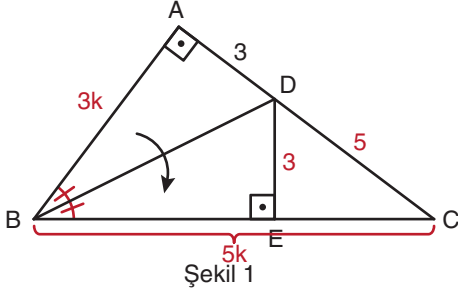
$[AE]$, ABC üçgeninin kenarortaylarından biri olduğundan $|BE| = |EC| = 9 \text{ cm}$ olur. (3 puan)

Ayrıca $|AG| = 2|GE|$ olur. Buradan $|AG| = 2a$ ise $|GE| = a$ olur. (2 puan)

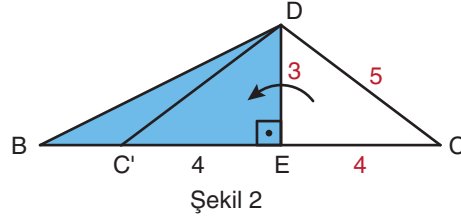
G noktasının $[AB]$ kenarına uzaklığı $|GF| = x$ olmak üzere AEB üçgeninde temel orantı teoremi uygulandığında

$$\frac{|AG|}{|AE|} = \frac{|GF|}{|BE|} \text{ olur. Buradan } \frac{2a}{3a} = \frac{x}{9} \text{ olduğundan } x = 6 \text{ cm'dir. (3 puan)}$$

4.



Şekil 1



Şekil 2

Katlamalardan ötürü $|C'E| = |EC| = 4$ birim,

$|AD| = |DE| = 3$ birim, $|AB| = |BE|$ ve $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$ olur. **(2 puan)**

Buradan EDC üçgeni 3 - 4 - 5 özel dik üçgeni olduğundan $|DC| = 5$ birimdir. **(1 puan)**

ABC üçgeninde [BD] iç açıortay olduğundan $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|DC|}$ olur.

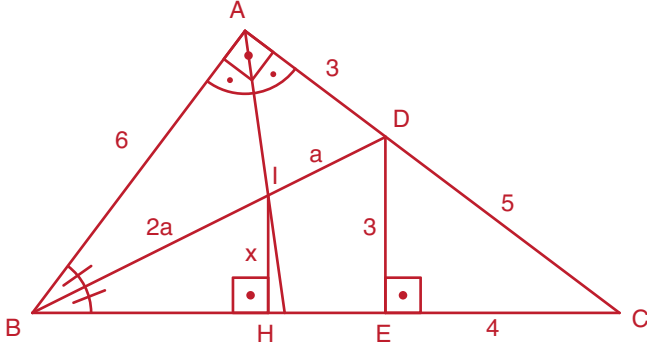
Buradan $|AB| = 3k$ ve $|BC| = 5k$ olur. **(2 puan)**

ABC üçgeni 3k - 4k - 5k özel dik üçgeni olduğundan

$$|AC| = 4k = 8$$

$k = 2$ birim olur.

Buradan $|AB| = 6$ birim ve $|BC| = 10$ birim olur. **(2 puan)**



ABC üçgeninde iç açıortay çizildiğinde kesişim noktaları I olur.

[AI], ABD üçgeninin iç açıortayı olduğundan iç açıortay teoremi uygulandığına

$$\frac{|AB|}{|BI|} = \frac{|AD|}{|DI|} \Rightarrow \frac{6}{|BI|} = \frac{3}{|DI|} \text{ olur.}$$

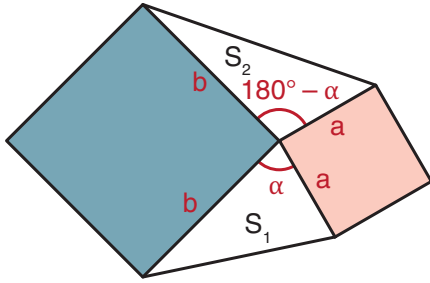
Buradan $|BI| = 2a$ ise $|DI| = a$ olur. **(4 puan)**

BDE üçgeninde temel orantı teoremi uygulandığında

$$\frac{|IH|}{|DE|} = \frac{|BI|}{|BD|} \text{ olur. Yani } \frac{x}{3} = \frac{2a}{3a} \text{ olur.}$$

Buradan $x = 2$ birimdir. **(4 puan)**

5. Oluşan üçgenlerin birer iç açıları α ve $180^\circ - \alpha$ olur. (2 puan)



Şekil 2

Üçgenlerin alanları sinüs alan teoremi kullanılarak bulunursa

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(180^\circ - \alpha) \text{ (3 puan)}$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha \text{ dır.}$$

$$\text{Buradan } S_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha \text{ ve } S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha \text{ olur.}$$

$$\text{Yani } S_1 = S_2 \text{ olur. (2 puan)}$$

Ortak köşeleri sabit tutulduğunda karelerin köşe açıları 90° olduğundan, oluşan S_1 ve S_2 üçgenlerinin tepe açıları α ve $180^\circ - \alpha$ olur. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ olduğundan dönme hareketi ile üçgenlerin alanları arasındaki oran değişmez. (3 puan)

6. Çevre($\widehat{ABC}$) = 12 birim ve $\sin \widehat{A} + \sin \widehat{C} = 3 \cdot \sin \widehat{B}$ verildiğinden

$$\text{ABC üçgeninde } \frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} \text{ sinüs teoremi uygulanır. (2 puan)}$$

$$\text{Sinüs teoreminde orantı kuralları uygulandığında } \frac{a+c}{\sin \widehat{A} + \sin \widehat{C}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} \text{ olur. (2 puan)}$$

$$a + b + c = 12 \text{ olduğundan } a + c \text{ yerine } 12 - b \text{ ve } \sin \widehat{A} + \sin \widehat{C} \text{ yerine } 3 \cdot \sin \widehat{B} \text{ yazıldığında}$$

$$\frac{12-b}{3 \sin \widehat{B}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} \text{ elde edilir. (3 puan)}$$

$$\text{Buradan } 12 - b = 3b$$

$$4b = 12$$

$$b = 3 \text{ birim olur. (3 puan)}$$

8.

8.1. (5 puan)

Matematik Sınavından Aldığı Puan	0 - 25	26 - 50	51 - 75	76 - 100	Toplam
Sosyal Medyada Geçirilen Süre					
0 - 3 saat	0	0	2	3	5
4 - 6 saat	0	2	3	0	5
7 ve üzeri saat	2	3	0	0	5
Toplam	2	5	5	3	15

8.2. (5 puan)

0 - 3 saat ve 51 - 75 puan göreceli sıklık yüzdesi % 40

0 - 3 saat ve 76 - 100 puan göreceli sıklık yüzdesi % 60

4 - 6 saat ve 26 - 50 puan göreceli sıklık yüzdesi % 40

4 - 6 saat ve 51 - 75 puan göreceli sıklık yüzdesi % 60

7 ve üzeri saat ve 0 - 25 puan göreceli sıklık yüzdesi % 40

7 ve üzeri saat ve 26 - 50 puan göreceli sıklık yüzdesi % 60

8.3. (5 puan)

Sosyal medyada günlük geçirilen süreleri; 0 - 3 saat aralığında olan öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanlar 76 - 100 aralığında daha fazla, 4 - 6 saat aralığında olan öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanlar 51 - 75 aralığında daha fazla, 7 saat ve üzeri olan öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanlar 26 - 50 aralığında daha fazla olduğu gözlemlenmektedir.