

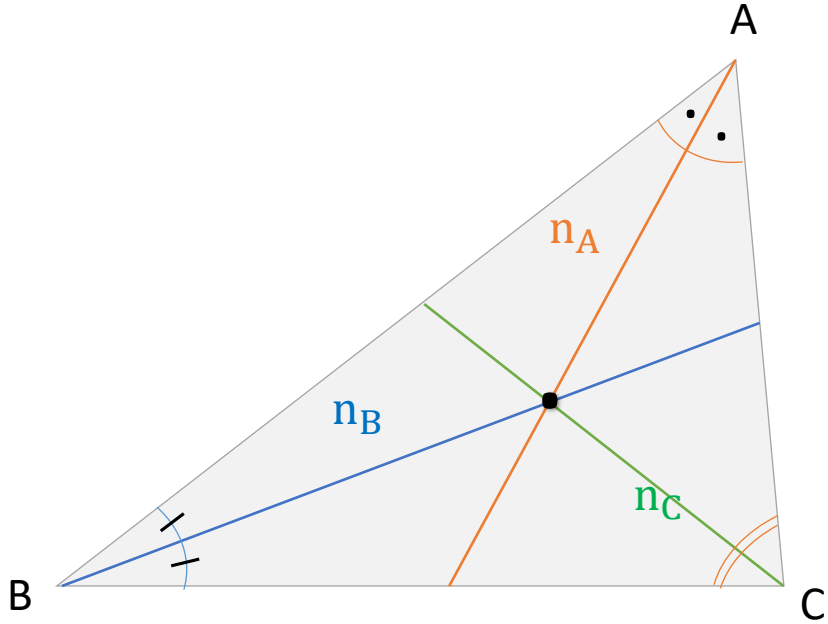
ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

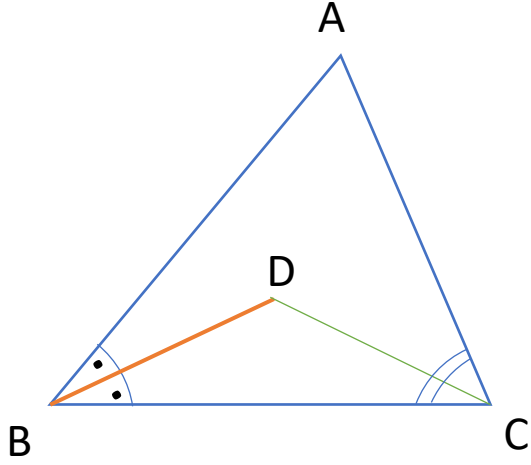
- Üçgende Açıortay
- Üçgende Kenarortay
- Üçgenin Kenar Orta Dikmeleri
- Üçgende Yükseklik

➤ Üçgende Açıortay

Üçgenin bir köşesine ait açıortayın karşı kenarı kestiği nokta ile bu köşe arasında kalan doğru parçasına üçgenin o açısına ait **iç açıortayı** denir.

Bir üçgende iç açıortaylar tek noktada kesişir.

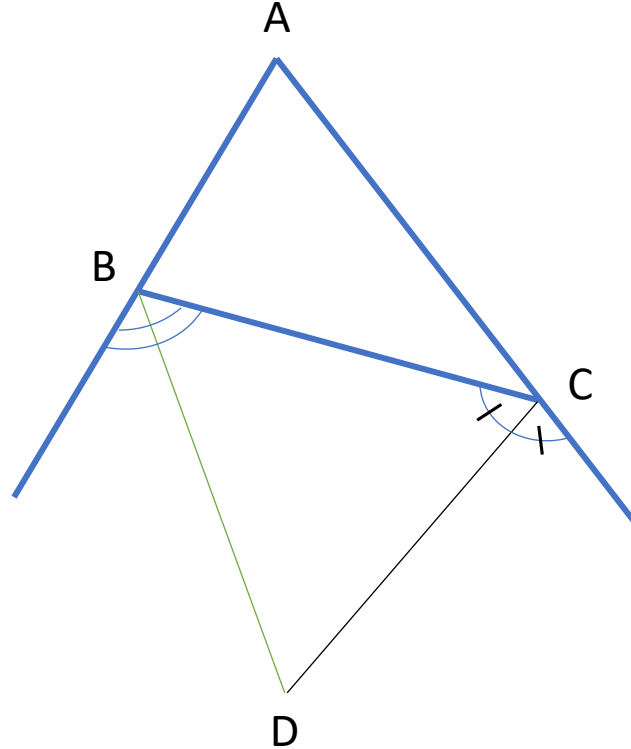




Şekildeki ABC üçgeninde B ve C köşelerine ait iç açıortaylar D noktasında kesişmiştir.

İç açıortaylar arasındaki açı $\widehat{BDC}$ olmak üzere

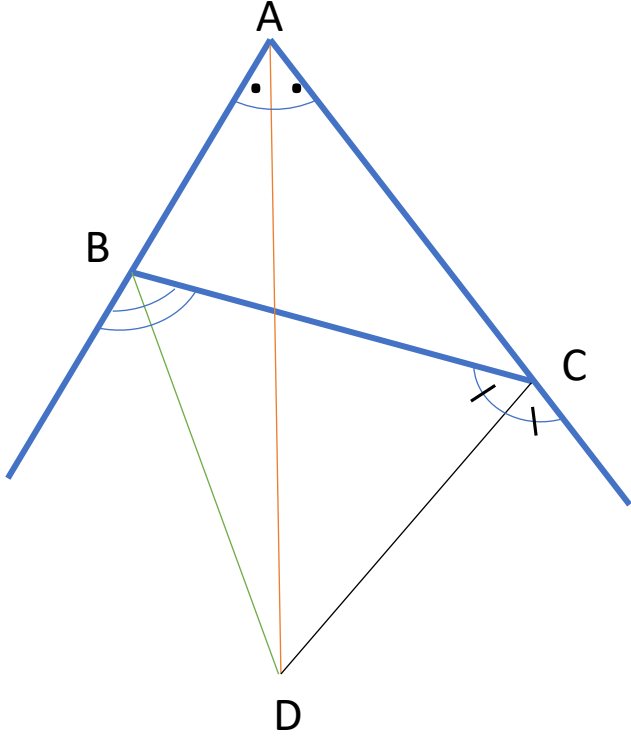
$$m(\widehat{BDC}) = 90^\circ + \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$



Şekildeki ABC üçgeninde B ve C köşelerine ait dış açıortaylar D noktasında kesişmiştir.

Dış açıortayların oluşturduğu açı $\widehat{BDC}$ olmak üzere

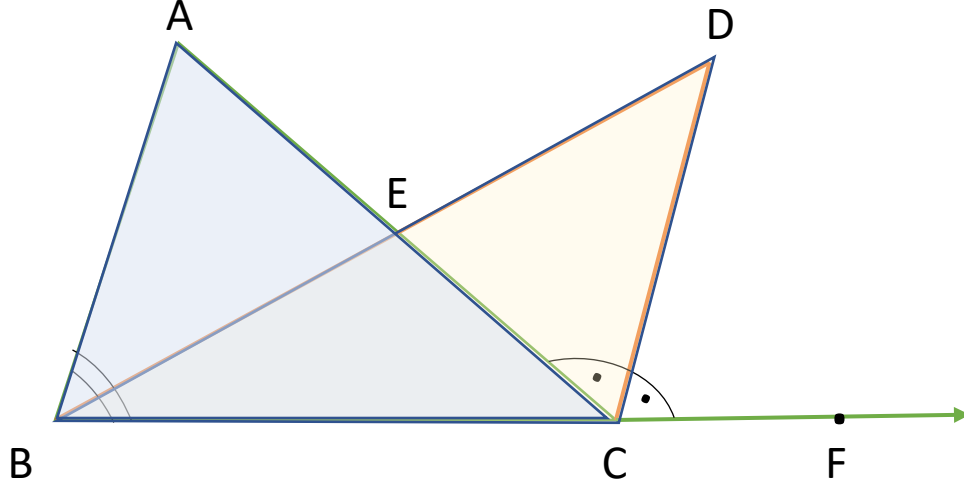
$$m(\widehat{BDC}) = 90^\circ - \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$



Üçgende herhangi iki köşeye ait dış açıortayların kesiştiği nokta D ise diğer köşeye ait iç açıortay da D noktasından geçer.

“Herhangi iki dış açıortayın kesiştiği noktaya diğer köşeden çizilen doğru parçası da açıortaydır.”

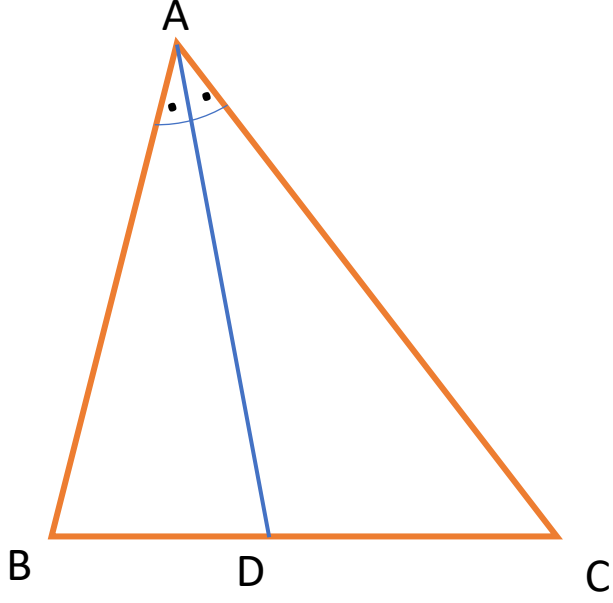
Soru



Şekilde ABC üçgeninde $[BD]$, B köşesine ait iç açıortay ve $[CD]$ ise C köşesine ait dış açıortaydır.

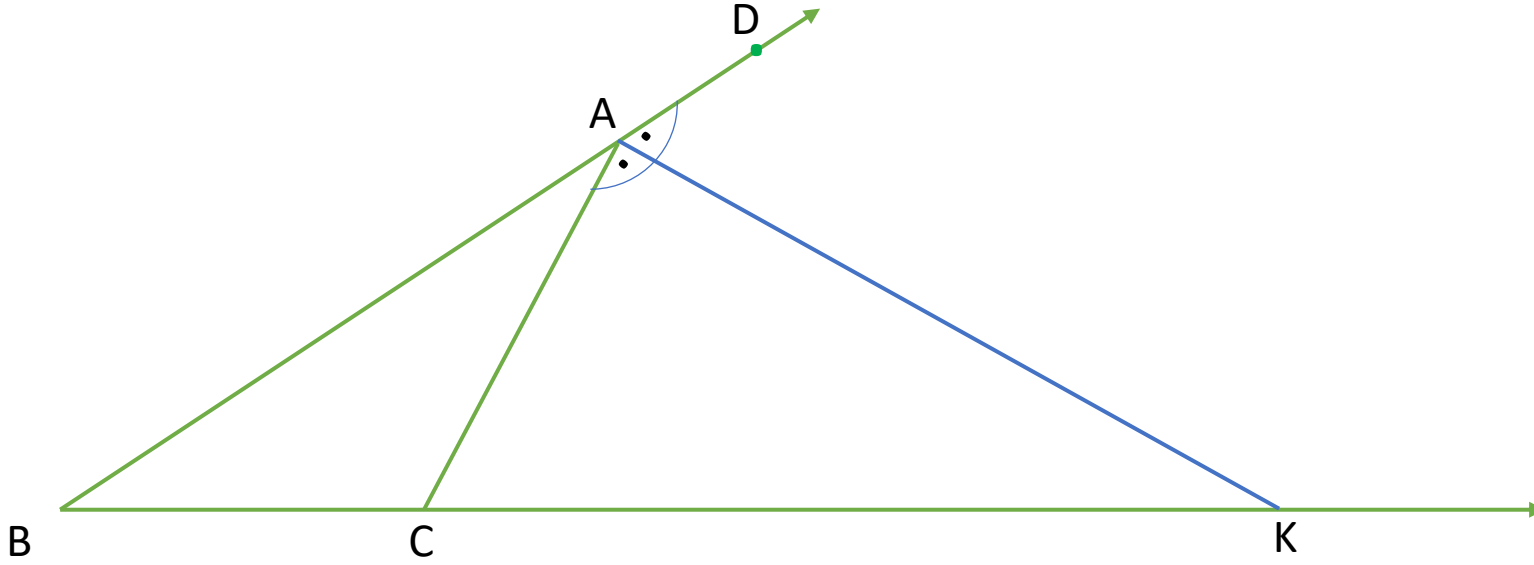
Buna göre $m(\widehat{D})$ ile $m(\widehat{A})$ arasındaki bağıntı nedir?

Üçgende İç Açıortay Teoremi



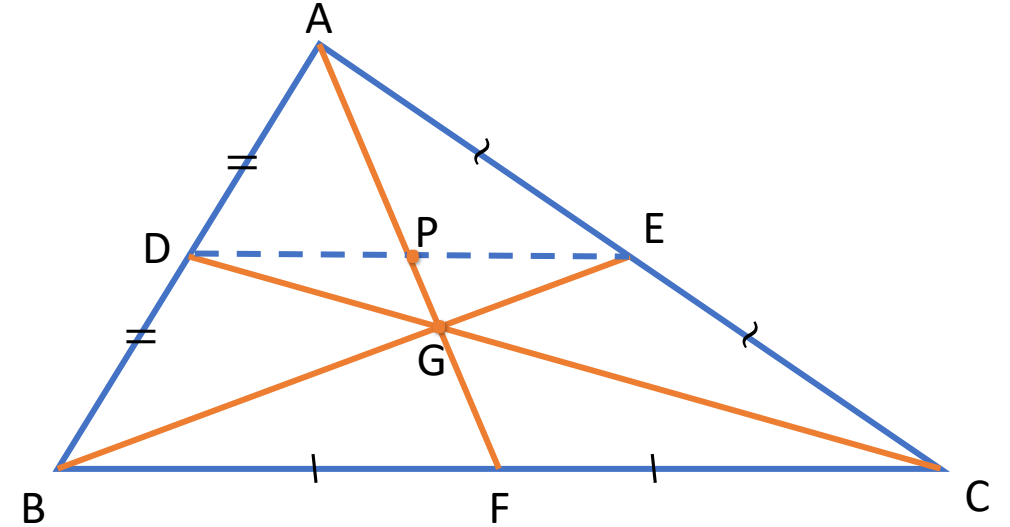
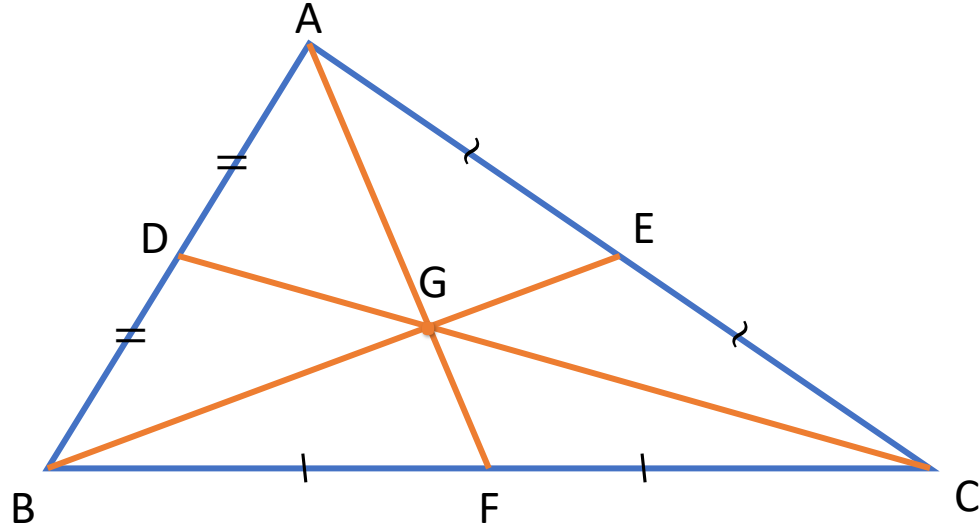
Üçgende Dış Açıortay Teoremi

Bir üçgenin bir dış açısını iki eş açıya ayıran ışına o üçgenin **dış açıortayı** denir.



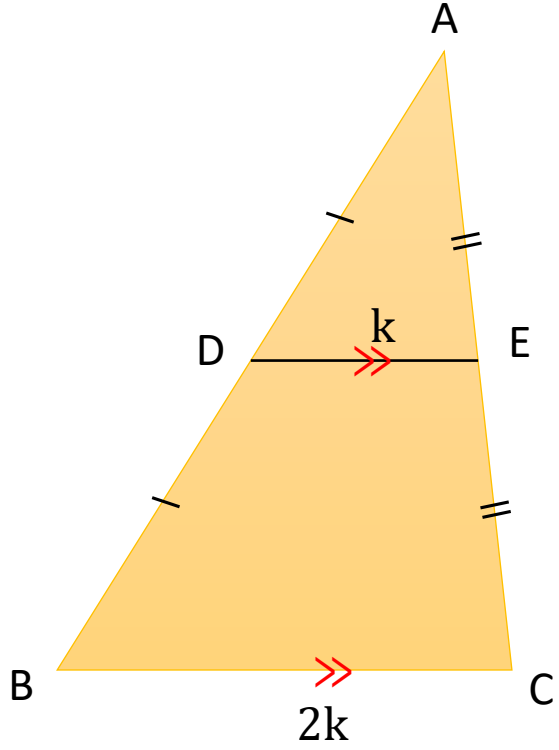
➤ Üçgende Kenarortay

- Üçgenin bir köşesinden karşı kenarın orta noktasına çizilen ve bu kenarı iki eşit uzunluğa bölen doğru parçasına **kenarortay** denir.
- Kenarortaylar üçgenin içinde bir noktada kesişir. Bu noktaya üçgenin **ağırlık merkezi** denir.



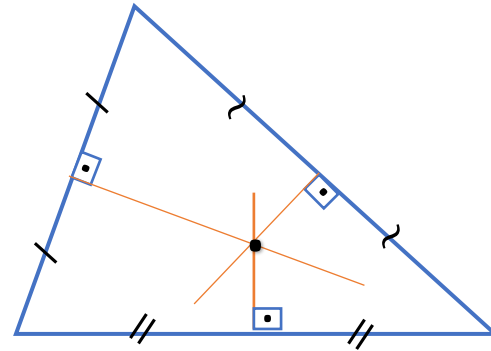
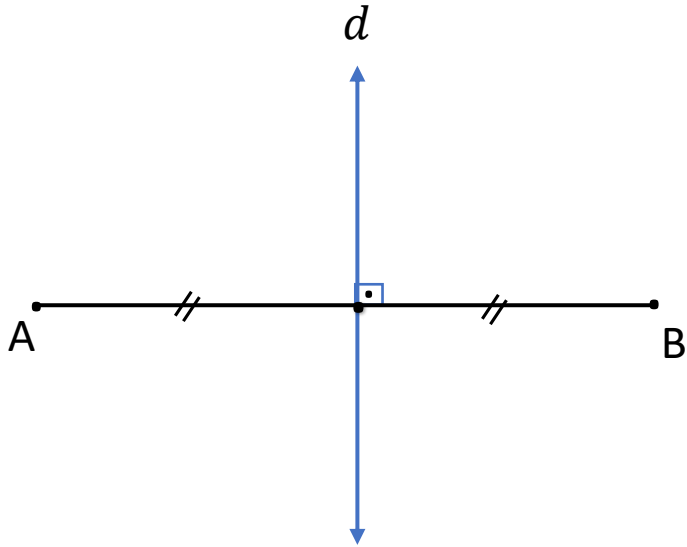
Orta Taban

Bir üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **orta taban** denir.



➤ Üçgende Kenar Orta Dikmeleri

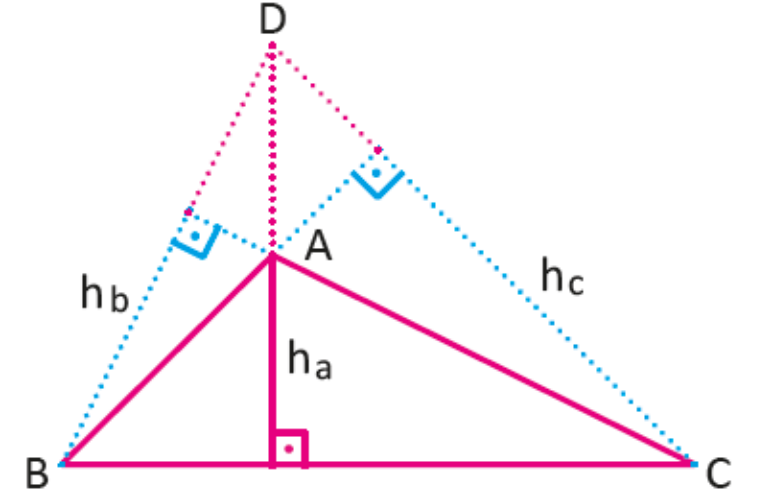
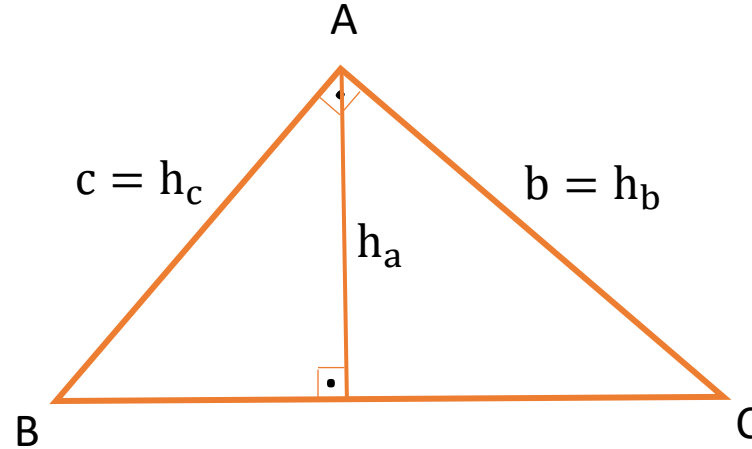
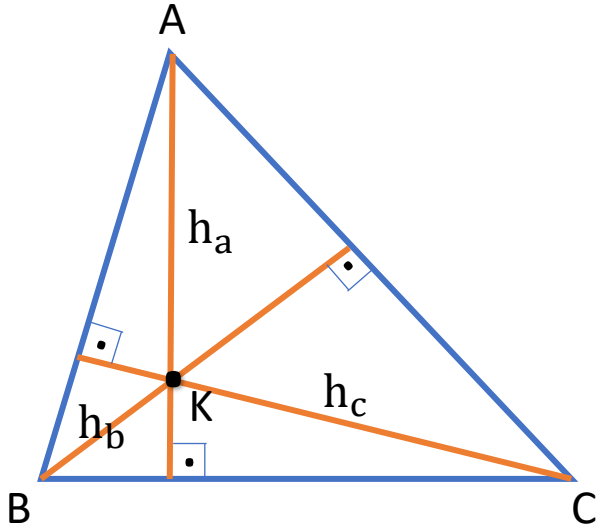
- Bir doğru parçasının orta noktasından geçen ve doğru parçasına dik olan doğruya **orta dikme doğrusu** denir.
- Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır ve bunun karşıtı da doğrudur.

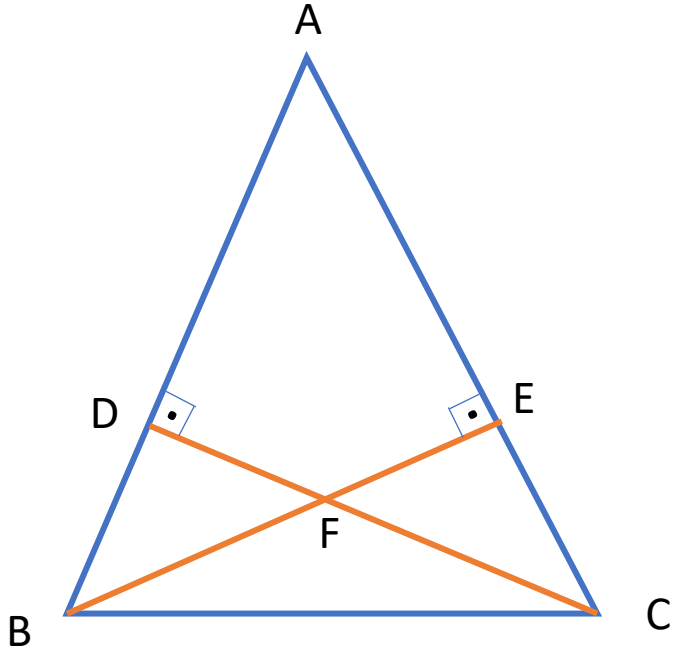


➤ Üçgende Yükseklik

- Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak indirilen doğru parçasına üçgenin o kenarına ait **yüksekliği** denir.
- Bir ABC üçgeninin $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$ kenarlarına ait üç yüksekliği vardır. Bir üçgende yükseklikler tek noktada kesişir. Bu noktaya üçgenin **diklik merkezi** denir.

Üçgenin çeşidine göre diklik merkezi için üç farklı durum vardır.



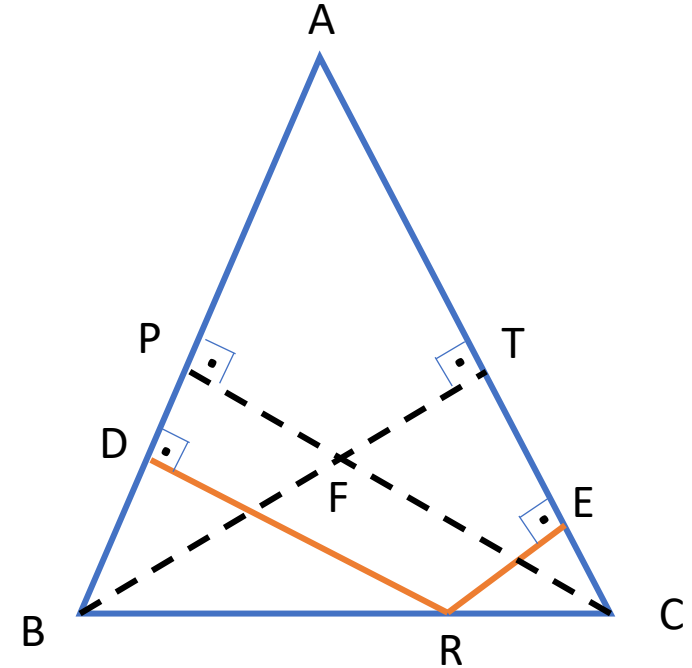


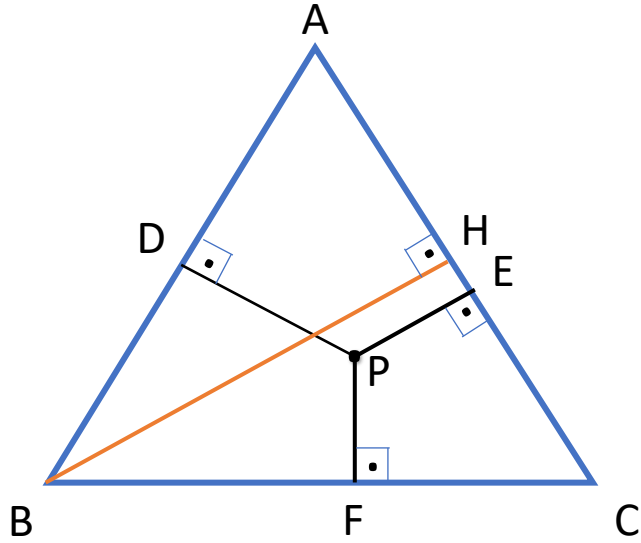
Şekildeki ABC ikizkenar üçgeninde
 $[BE] \cap [CD] = \{F\}$
 $|AB| = |AC|$ ve F noktası diklik merkezi ise
 $|FB| = |FC|$,
 $|FD| = |FE|$,
 $|BD| = |CE|$,
 $|BE| = |CD|$,
 $|AD| = |AE|$ eşitlikleri vardır.

İkizkenar üçgenin tabanında alınan bir noktadan diğer kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı, üçgenin eş olan kenarlarına ait yüksekliklerinin uzunluklarına eşittir.

$|AB| = |AC|$ olan şekildeki ikizkenar üçgen için

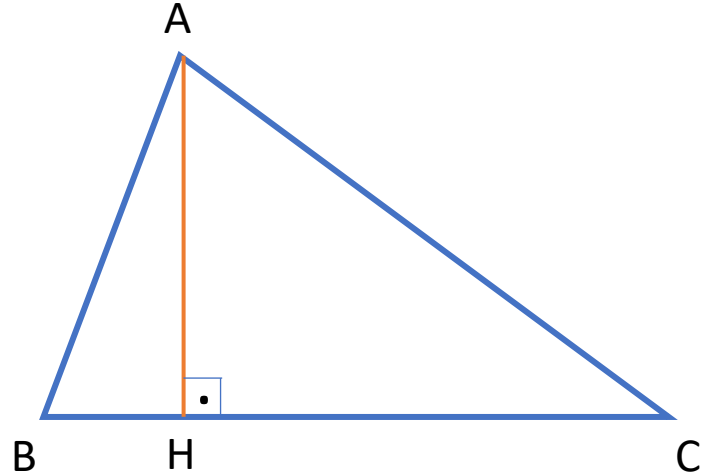
$$|RD| + |RE| = |BT| = |CP|$$





Eşkenar üçgen içinde alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı, eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir.

$$|PD| + |PE| + |PF| = |BH|$$

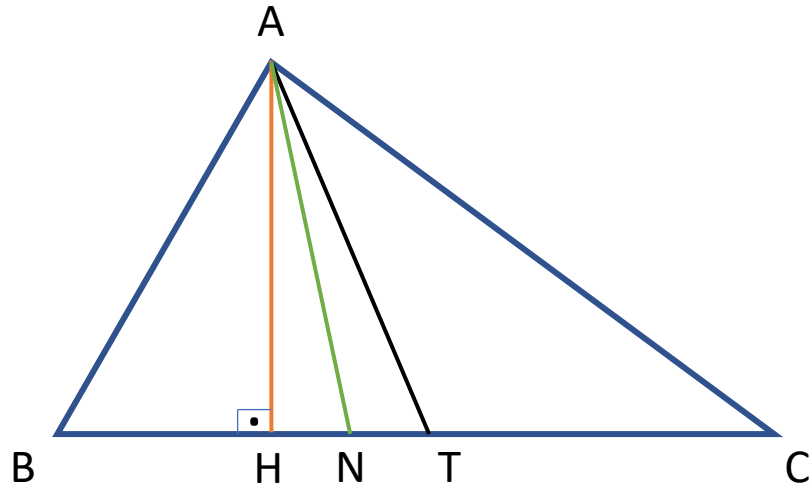


Üçgenin bir köşesinden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına indirilen dikme ayağı, diğer köşelerdeki büyük açıya daha yakındır.

$$m(\hat{B}) > m(\hat{C}) \Rightarrow |HB| < |HC|$$

Herhangi bir üçgende kenar uzunlukları arasındaki sıralama ile bu kenara ait yükseklikler arasındaki sıralama ters orantılıdır. Büyük kenara ait yükseklik, küçük kenara ait yükseklikten daha küçüktür.

Bir ABC üçgeni için $a \leq b \leq c \Rightarrow h_a \geq h_b \geq h_c$ olur.



Bir üçgenin herhangi bir köşesine ait olan yükseklik, açıortay ve kenarortay uzunlukları arasında $h \leq n \leq V$ bağıntısı vardır.

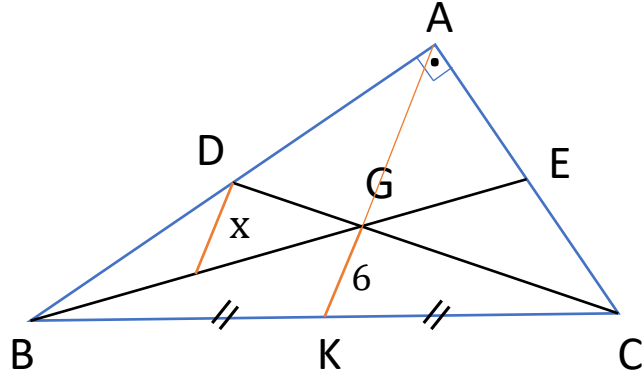
Şekildeki ABC üçgeni için $h_a = |AH|$, $n_A = |AN|$ ve $V_a = |AT|$ olmak üzere

$$h_a \leq n_A \leq V_a$$

- ABC üçgeni çeşitkenar üçgen ise $h_a < n_A < V_a$ olur.
- ABC üçgeni için $|AB| = |AC|$ ise $h_a = n_A = V_a$ olur.

Soru

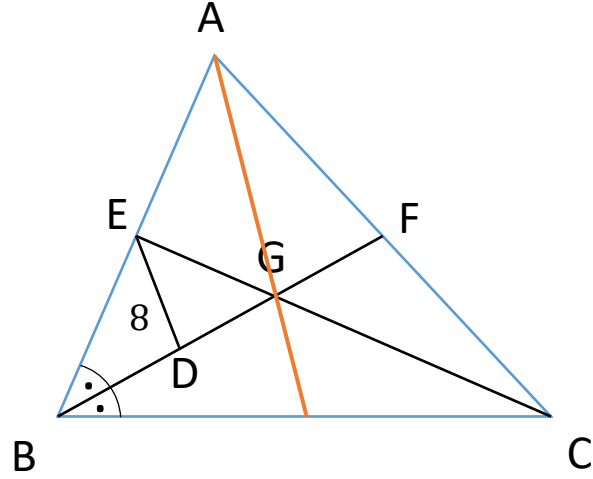
ABC üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır. $[BA] \perp [AC]$, $[BE] \cap [CD] = \{G\}$, $[DF] \parallel [GK]$, $|BK| = |KC|$ ve $|GK| = 6$ santimetredir.



Verilenlere göre $|DF| = x$ kaç santimetredir?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Soru



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi,

$$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBC}),$$

$$[BF] \cap [CE] = \{G\},$$

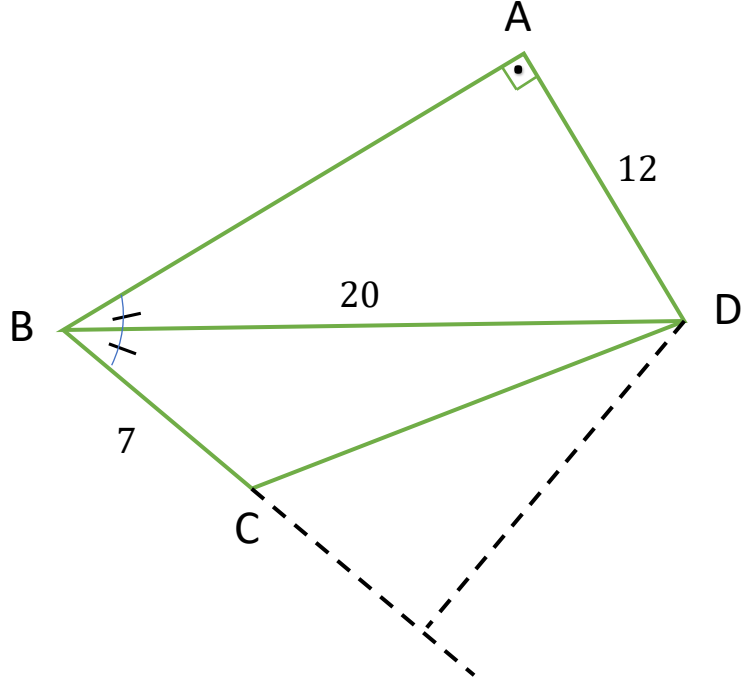
$$|BD| = |GD| \text{ ve}$$

$$|ED| = 8 \text{ birimdir.}$$

Verilenlere göre $|EC|$ kaç birimdir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

Soru

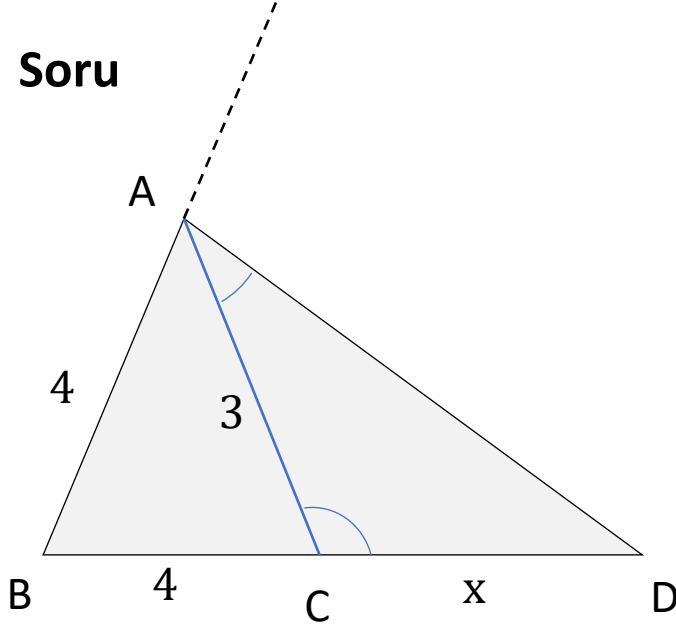


ABCD bir dörtgen,
 $[AB] \perp [AD]$,
 $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$,
 $|AD| = 12$ birim,
 $|BD| = 20$ birim ve
 $|BC| = 7$ birimdir.

Verilenlere göre $|DC|$ kaç birimdir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Soru

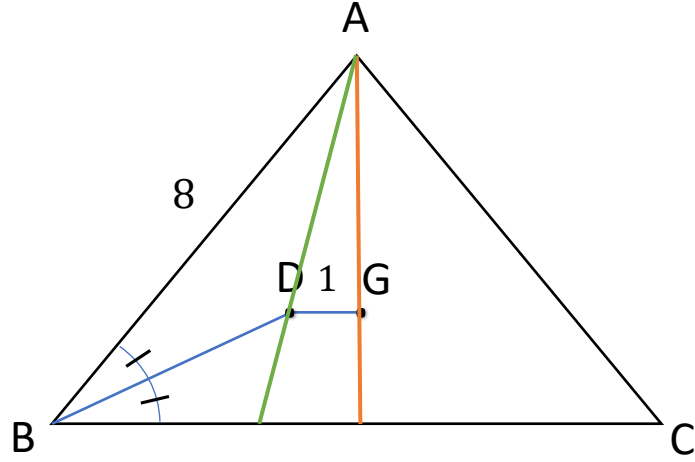


ABD bir üçgen,
 $m(\widehat{ACD}) = 2 \cdot m(\widehat{CAD})$,
 $|AB| = |BC| = 4$ cm ve
 $|AC| = 3$ cm'dir.

Verilenlere göre $|CD| = x$ kaç santimetredir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

Soru



G noktası ABC üçgeninin
ağırlık merkezi,

$[DG] \parallel [BC]$,

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$,

$|GD| = 1$ birim ve

$|AB| = 8$ birimdir.

Verilenlere göre $|BC|$ kaç birimdir?

A) 7

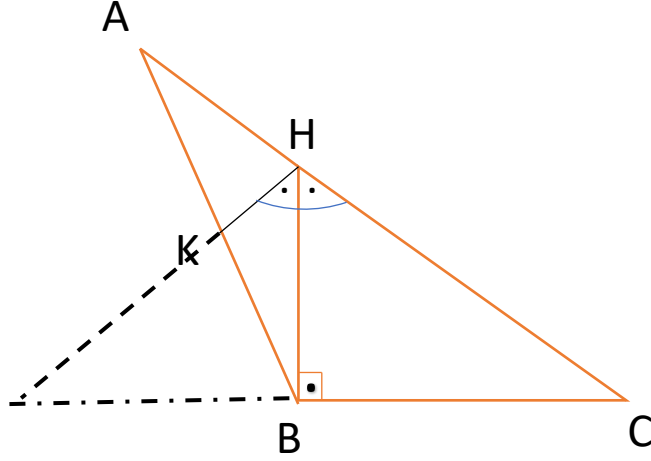
B) 11

C) 12

D) 14

E) 16

Soru



ABC üçgen,

$[BH] \perp [AC]$,

$m(\widehat{KHB}) = m(\widehat{BHC})$,

$|AB| = 2 \cdot |KB|$ ve

$|KH| = 5$ birimdir.

Verilenlere göre $|HC|$ kaç birimdir?

A) 10

B) 12

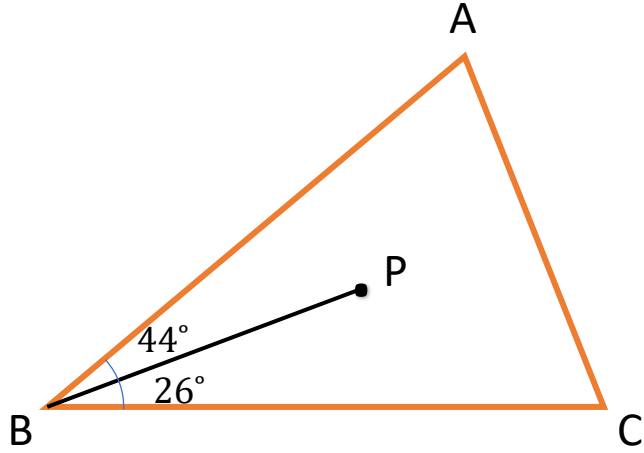
C) 16

D) 18

E) 20

Soru

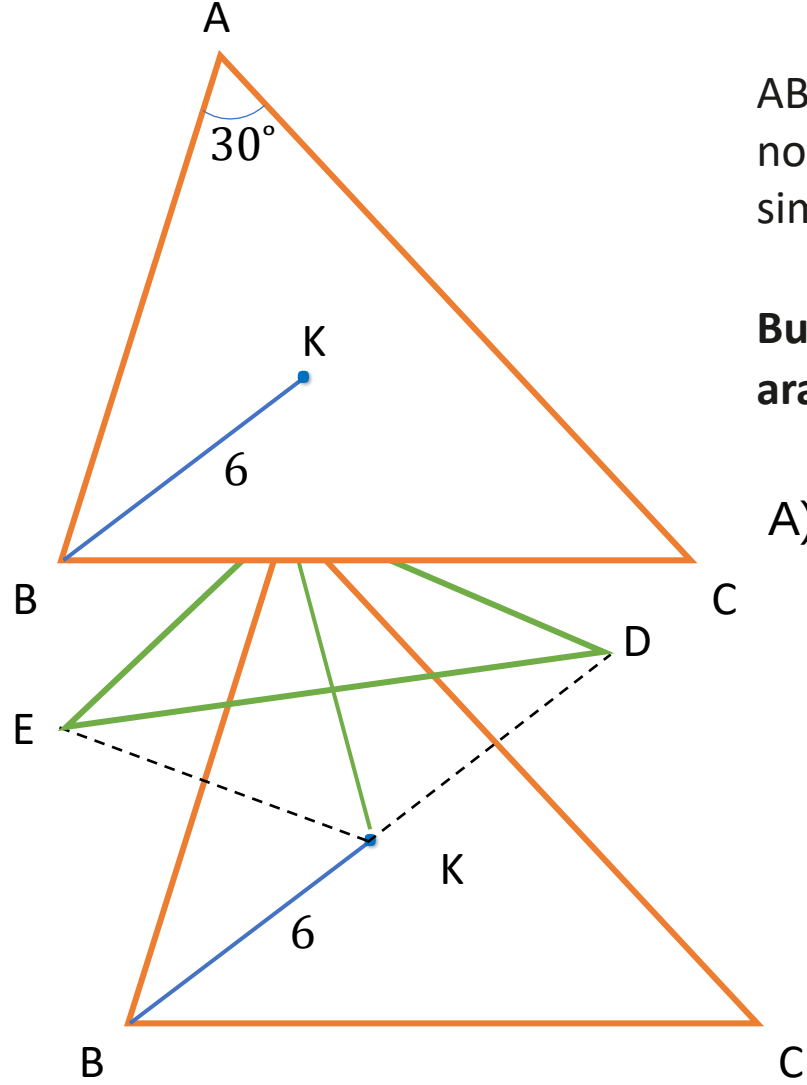
P noktası ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.



Verilenlere göre $m(\hat{C})$ kaç derecedir?

- A) 35 B) 42 C) 46 D) 53 E) 64

Soru



ABC üçgeninde K noktası, kenar orta dikmelerinin kesişim noktasıdır. K noktasının $[AC]$ göre simetriği D, $[AB]$ göre simetriği E noktasıdır.

Buna göre $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$ ve $|BK| = 6$ cm ise D ve E noktaları arasındaki uzaklık kaç santimetredir?

A) 3

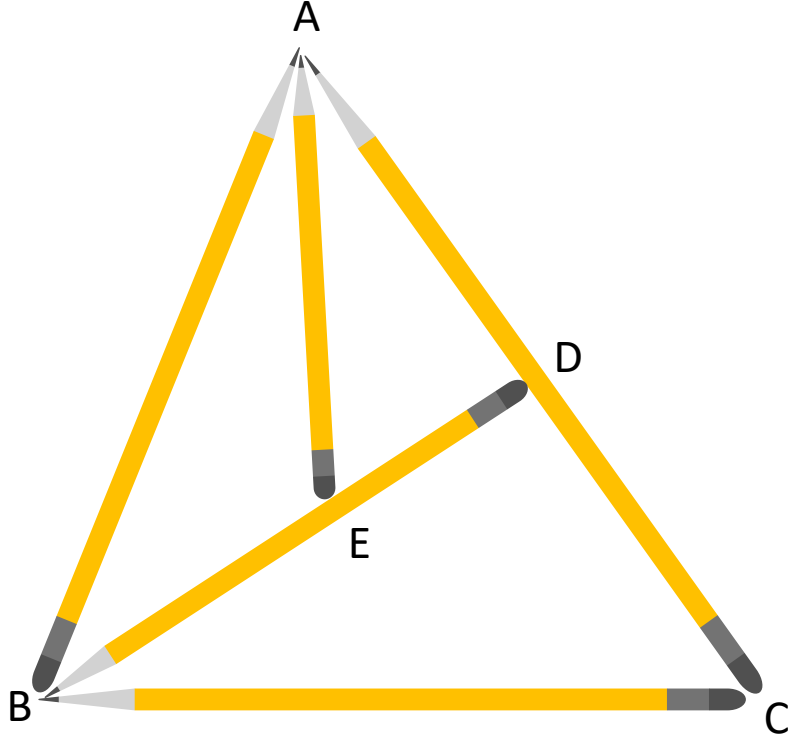
B) 4

C) 5

D) 6

E) 8

Soru



Yusuf elinde bulunan çeşitli uzunluklardaki kurşun kalemleri uç uca birleştirerek yandaki şekilde görünen üçgenleri elde etmiştir.

$$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EAD}), m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}), |DA| \leq 4 \text{ cm}$$

$$|EB| = 3 \text{ cm}, |ED| = 2 \text{ cm} \text{ ve } |DC| = 8 \text{ cm'dir.}$$

Buna göre Yusuf'un en uzun kalemi kaç santimetredir?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12