Ortaöğretim

HAZIRLIK MATEMATİK

Ders Kitabı

YAZARLAR

Hülya KILIÇ
Kaya SATIŞ
Mehmet GÜNEŞ
Mehmet SEZİŞLİ

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI .....: 7036
YARDIMCI VE KAYNAK KİTAPLAR DİZİSİ.....: 1189

Her hakkı saklıdır ve Millî Eğitim Bakanlığına aittir. Kitabın metin, soru ve şekilleri kısmen de olsa hiçbir surette alınıp yayımlanamaz.

EDİTÖR
Prof. Dr. Hülya GÜR

DİL UZMANI
Züleyha TÜRKERİ BALTACI

ÖLÇME DEĞERLENDİRME UZMANI
Ahmet CANSIZ

PROGRAM GELİŞTİRME UZMANI
Doç. Dr. Hasan Hüseyin ŞAHAN
Doç. Dr. Erdoğan TEZCİ

REHBERLİK VE PSİKOLOJİK DANIŞMANLIK UZMANI
İlyas TİPİ

GÖRSEL TASARIM UZMANLARI
Mehmet ZEBER
Tufan Burhan İLERİ

ISBN 978-975-11-5000-4

Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 14.06.2017 gün ve 8947111 sayılı yazısı ile eğitim aracı olarak kabul edilmiştir.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

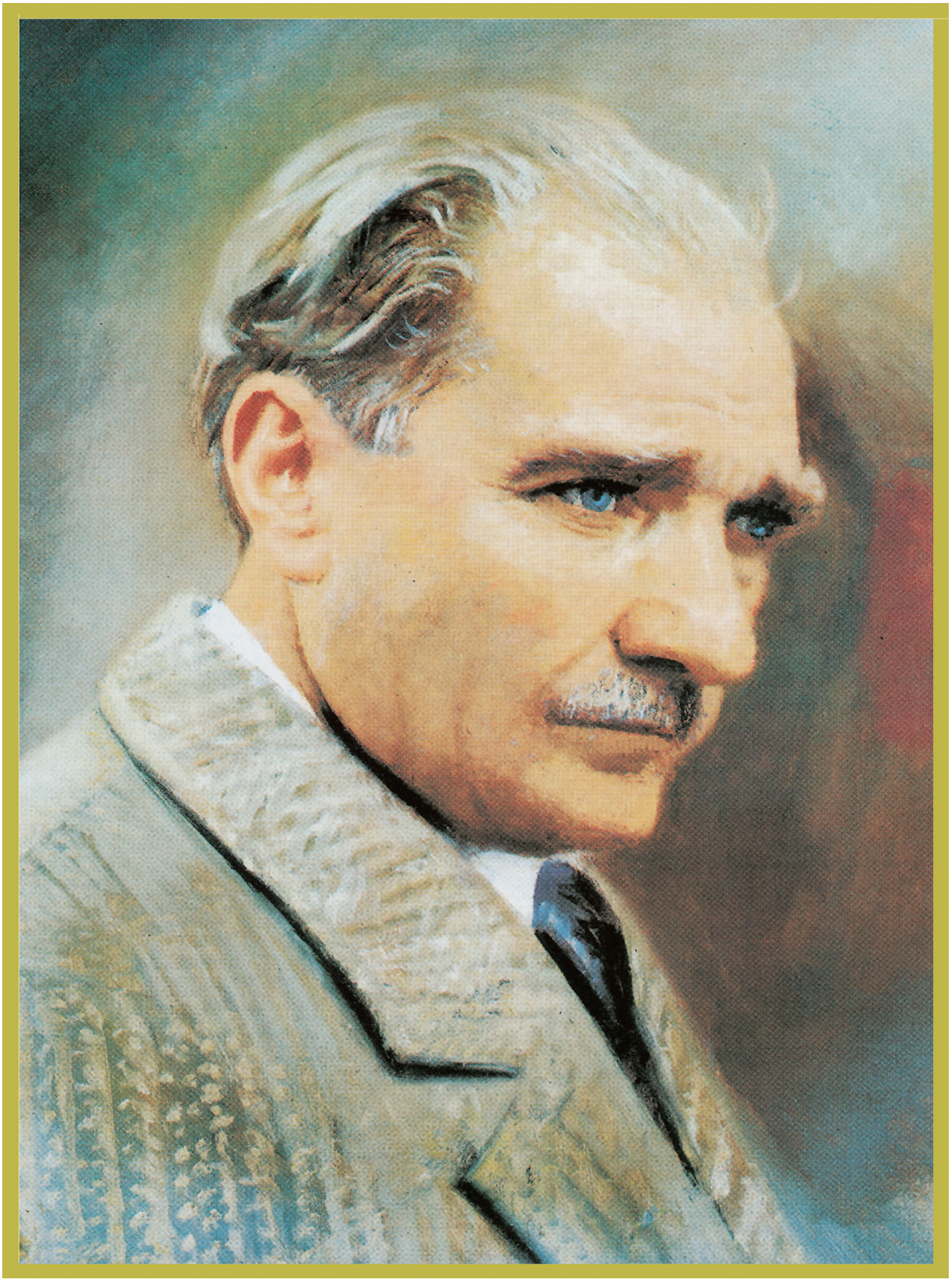
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

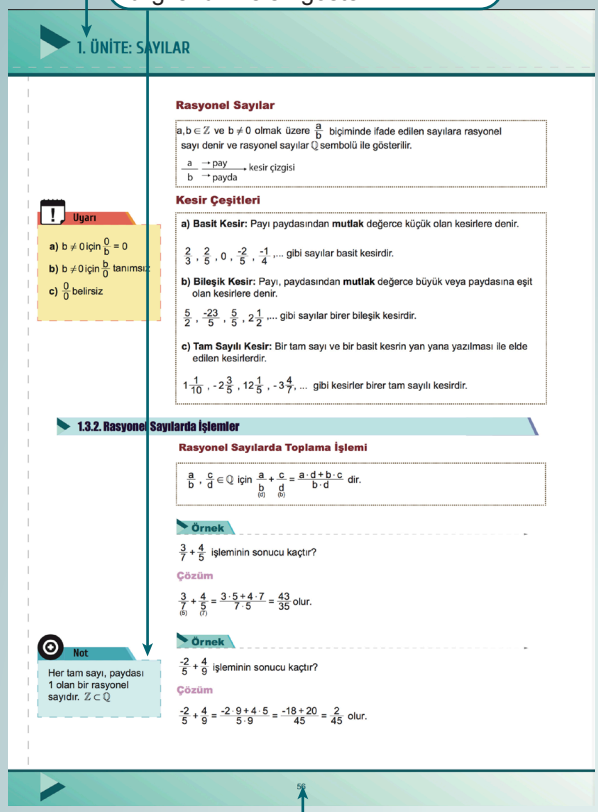
Kitabımızı Tanıyalım

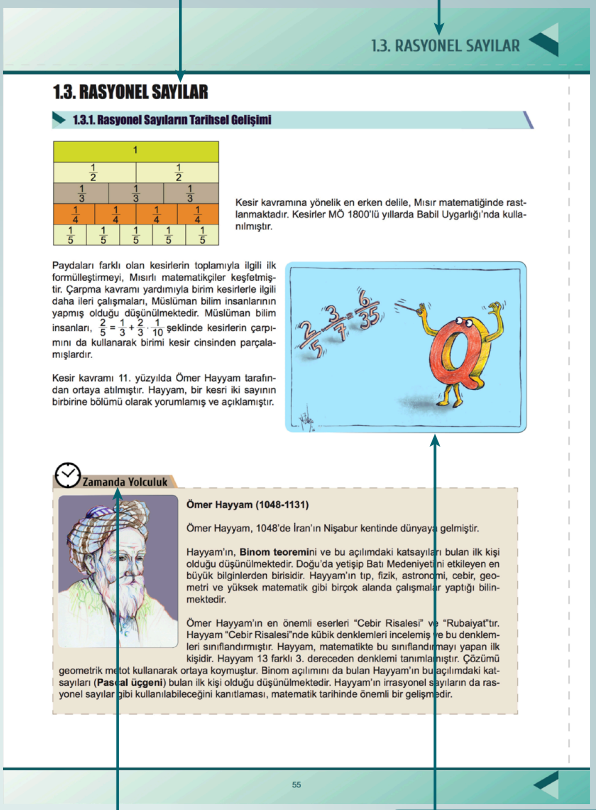
Ünite numaralarını ve adlarını gösterir.

Yeni öğrenmelere yol açacak kısa bilgilendirmeleri gösterir.

Konu numaralarını ve adlarını gösterir.

Ana başlıkları gösterir.





Sayfa numaralarını gösterir.

Matematik tarihinde ün yapmış isimlerin tanıtıldığı bölümleri gösterir.

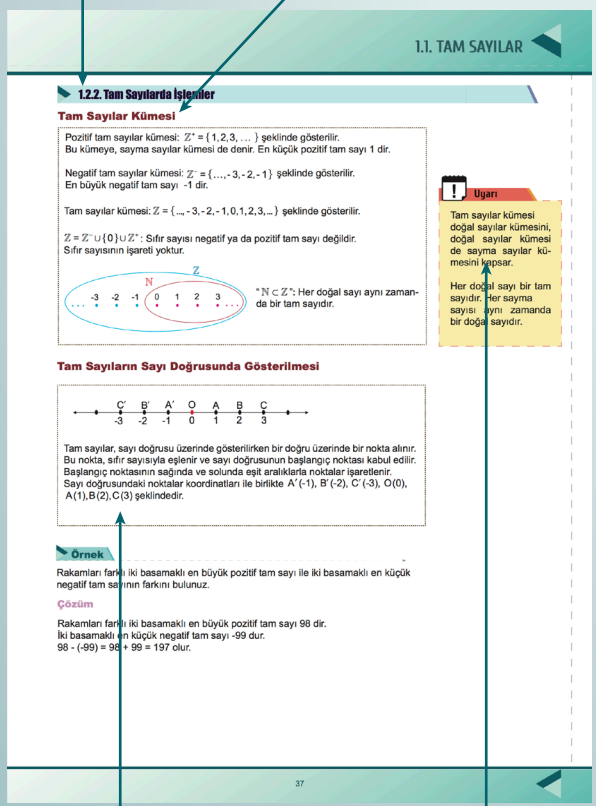
Konu ile ilgili görselleri gösterir.

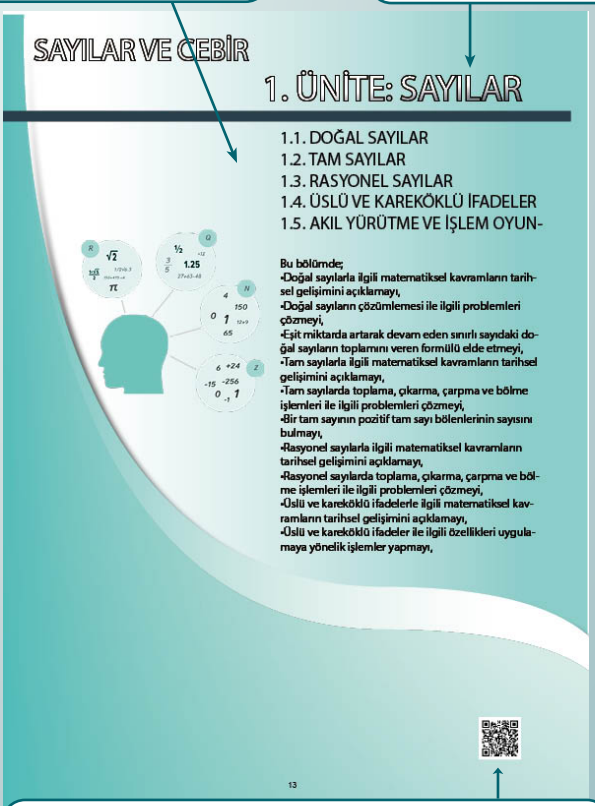
Alt başlıkları gösterir.

Yan başlıkları gösterir.

Ünite konularını gösterir

Ünite adını gösterir



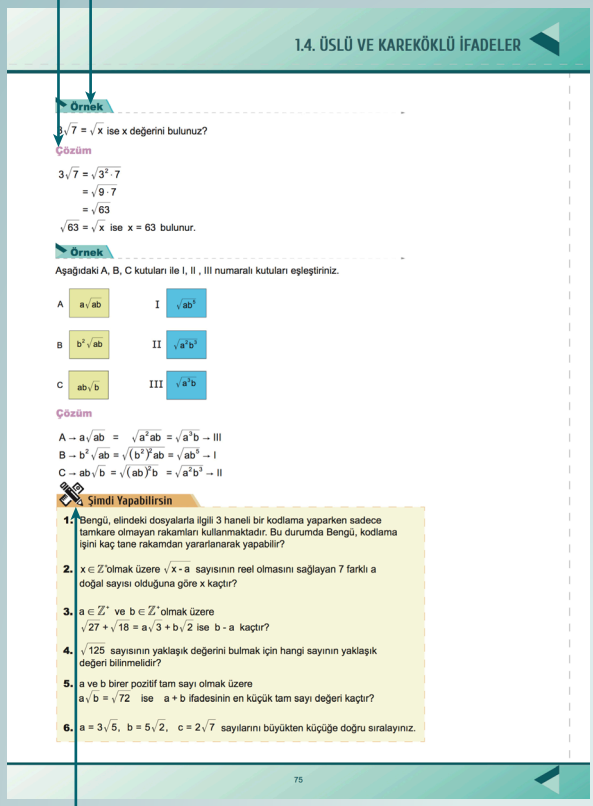


Konuya ait tanım ve özellikleri gösterir.

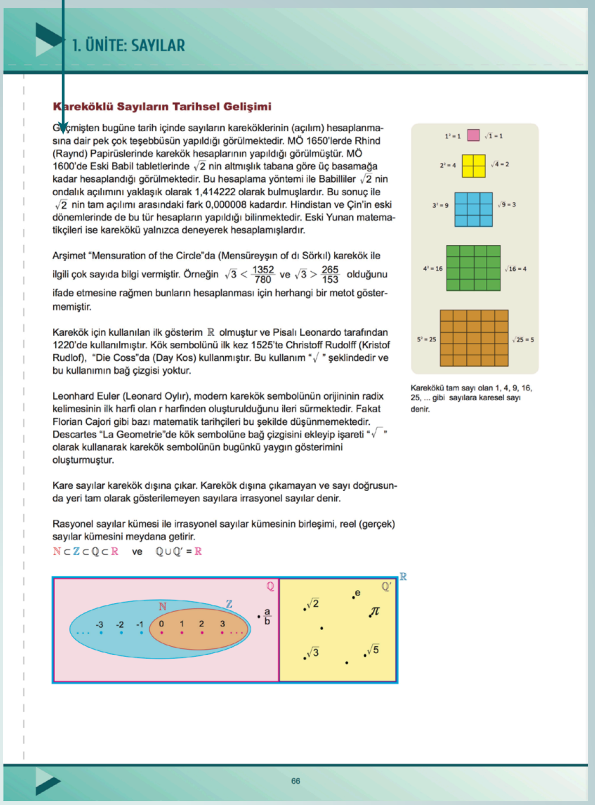
Önceki öğrenmeleri hatırlatan, dikkat edilmesi gereken noktaları gösterir.

Karekod okuyucu ile taratarak resim, video, animasyon, soru ve çözümleri vb. ilave kaynaklara ulaşabileceğiniz barkod. Detaylı bilgi için http://kitap.eba.gov.tr/karekod

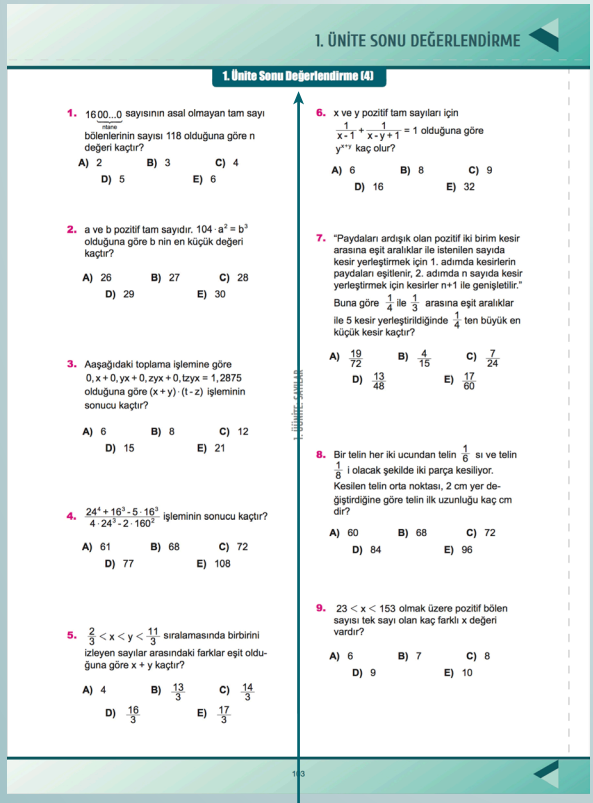
Konu anlatımından sonra bilgileri adım adım yapılandıracak nitelikteki örnek ve çözümlerin yer aldığı bölümleri gösterir.



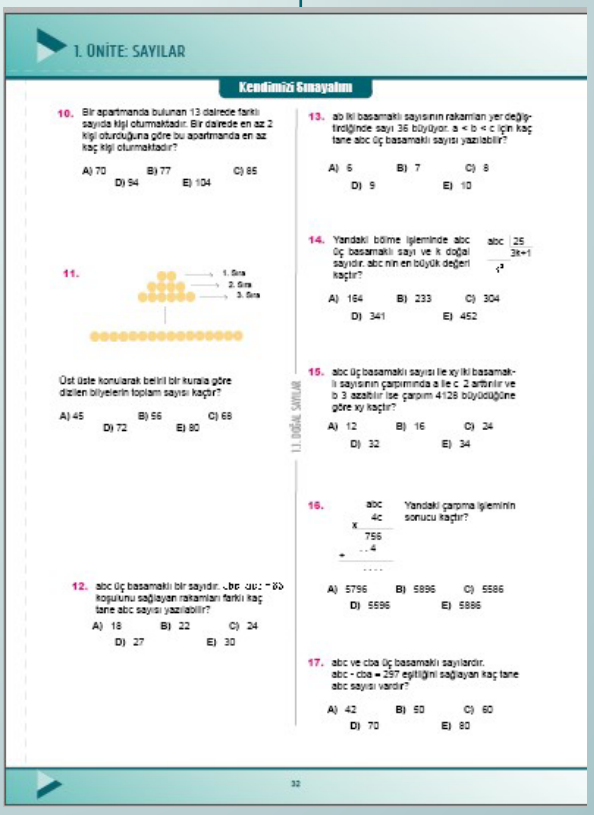
Konuyla ilgili metinlerin yer aldığı bölümleri gösterir.



Edinilen bilgiler ışığında konunun zihinde yapılanmasını sağlamak amacıyla öğrencilerin etkin rol alacağı soruları gösterir.

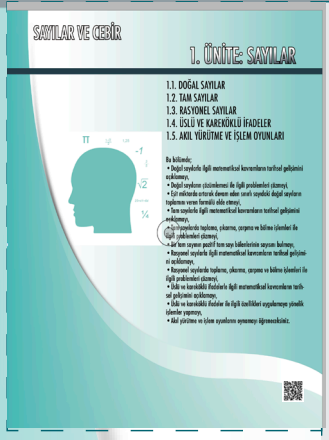


Konu bittikten sonra, konunun pekişmesini sağlayacak soruları gösterir.



İlgili ünitedeki bütün konuları içeren soruların olduğu bölümleri gösterir.

1. ÜNİTE: SAYILAR



İÇİNDEKİLER

Kitabımızı Tanıyalım 7

Sembol ve Gösterimler 12

1. ÜNİTE: SAYILAR

1.1. DOĞAL SAYILAR 14

1.1.1. Doğal Sayıların Tarihsel Gelişimi 14

1.1.2. Doğal Sayıların Çözümlenmesi 16

1.1.3. Sonlu Sayıdaki Ardışık (Ritmik) Doğal Sayıların Toplamı 23

Kendimizi Sınayalım 31

1.2. TAM SAYILAR 34

1.2.1. Tam Sayıların Tarihsel Gelişimi 34

1.2.2. Tam Sayılarda İşlemler 37

1.2.3. Bir Tam Sayının Pozitif Tam Sayı Bölenleri Sayısı 50

Kendimizi Sınayalım 53

1.3. RASYONEL SAYILAR 55

1.3.1. Rasyonel Sayıların Tarihsel Gelişimi 55

1.3.2. Rasyonel Sayılarda İşlemler 56

Kendimizi Sınayalım 63

1.4. ÜSLÜ VE KAREKÖKLÜ İFADELER 65

1.4.1. Üslü ve Kareköklü İfadelerin Tarihsel Gelişimi 65

1.4.2. Üslü ve Kareköklü İfadelerde İşlemler 67

1. Kendimizi Sınayalım 79

2. Kendimizi Sınayalım 81

1.5. AKIL YÜRÜTME VE İŞLEM OYUNLARI 83

1.5.1 Sudoku, Kakuro, İşlem Karesi, Kare Karalamaca, Çarpmaca, Toplam Hep Aynı, Aklımdaki Sayıyı Bul

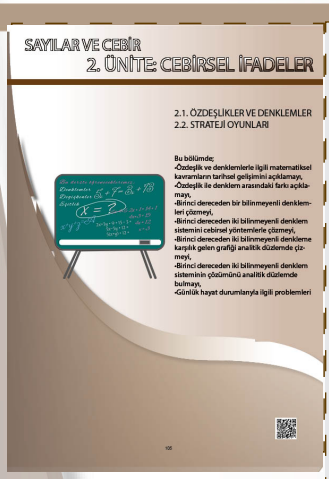
1. Ünite Sonu Değerlendirme (1) 97

1. Ünite Sonu Değerlendirme (2) 99

1. Ünite Sonu Değerlendirme (3) 101

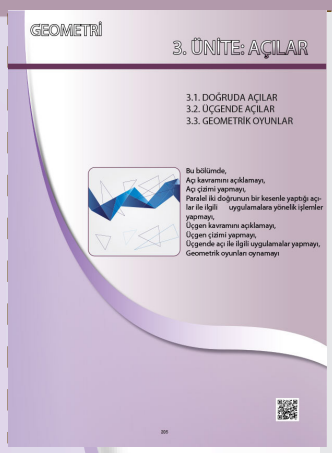
1. Ünite Sonu Değerlendirme (4) 103

2. ÜNİTE: CEBİRSEL İFADELER



2. ÜNİTE: CEBİRSEL İFADELER

2.1. ÖZDEŞLİKLER VE DENKLEMLER 106
2.1.1. Özdeşlik ve Denklem Kavramlarının Tarihsel Gelişimi 106
2.1.2. Özdeşlikler ve Denklemler 108
Kendimizi Sınayalım 114
2.1.3. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler 117
Kendimizi Sınayalım (Bingo) 122
2.1.4. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Cebirsel Yöntemlerle Çözümü 124
2.1.5. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemin Grafiği 127
2.1.6. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Grafik Yöntemiyle Çözümü 130
Kendimizi Sınayalım 136
2.1.7. Günlük Hayatla İlgili Problemler 138
(Oran Orantı, Sayı-Kesir Problemleri, Yaş Problemleri, Hareket Problemleri, Yüzde ve Kâr-Zarar Problemleri, İşçi-Havuz Problemleri, Karışım Problemleri)
1. Kendimizi Sınayalım 145
2. Kendimizi Sınayalım (Bingo) 146
2.2. STRATEJİ OYUNLARI 186
2.2.1. Dama, Hanoi Kuleleri, Mangala, Satranç 186
2. Ünite Sonu Değerlendirme (1) 196
2. Ünite Sonu Değerlendirme (2) 199
2. Ünite Sonu Değerlendirme (3) 201
2. Ünite Sonu Değerlendirme (4) 203



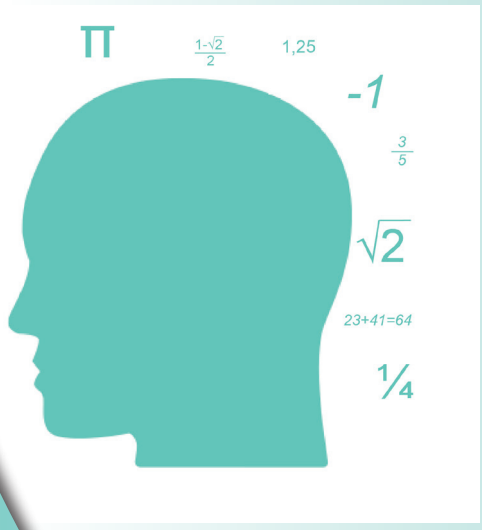
3. ÜNİTE: AÇILAR

3.1.	DOĞRUDA AÇILAR	206
3.1.1.	Açı Kavramının Tarihsel Gelişimi	206
3.1.2.	Açı ile İlgili Temel Kavramlar ve Açı Çizimi	208
3.1.3.	Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar	213
3.2.	ÜÇGENDE AÇILAR	222
3.2.1.	Üçgen Kavramının Tarihsel Gelişimi	222
3.2.2.	Üçgen Çizimleri	225
3.2.3.	Üçgende Açı Uygulamaları	230
	Kendimizi Sınayalım	245
3.3.	GEOMETRİK OYUNLAR	249
3.3.1.	Pentomino, Soma Küpü, Tangram	249
	3. Ünite Sonu Değerlendirme (1)	257
	3. Ünite Sonu Değerlendirme (2)	261
	Cevap Anahtarları	266
	Sözlük	272
	Kaynakça	274

Sembol ve Gösterimler

=	eşit
≠	eşit değil
∈	elemanı
∉	elemanı değil
{ }	boş küme
∅	boş küme
<	küçük
>	büyük
≤	küçük veya eşit
≥	büyük veya eşit
$\mathbb{N}$	doğal sayılar kümesi
{0, 1, 2,...,9}	rakamlar kümesi
$\mathbb{Z}$	tam sayılar kümesi
$\mathbb{Z}^-$	negatif tam sayılar kümesi
$\mathbb{Z}^+$	pozitif tam sayılar kümesi
$\mathbb{Q}$	rasyonel sayılar kümesi
$\mathbb{Q}'$	irrasyonel sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	gerçek sayılar kümesi
a^n	a üssü n
$\sqrt{\ }$	karekök
%	yüzde
(x,y)	sıralı ikili
[AB	AB ışını
[AB]	AB doğru parçası
| AB |	AB doğru parçasının uzunluğu
$\hat{A}$	A açısı
$(\hat{A})$	A açısal bölgesi
$m(\hat{A})$	A açısının ölçüsü
$\triangle ABC$	ABC üçgeni
$(\triangle ABC)$	ABC üçgensel bölgesi
| x |	x in mutlak değeri
↔	birebir eşleme
⇒	ise
~	benzerlik
≅	eşlik
//	paralellik
⊥	diklik

1. ÜNİTE: SAYILAR



1.1. DOĞAL SAYILAR
1.2. TAM SAYILAR
1.3. RASYONEL SAYILAR
1.4. ÜSLÜ VE KAREKÖKLÜ İFADELER
1.5. AKIL YÜRÜTME VE İŞLEM OYUNLARI

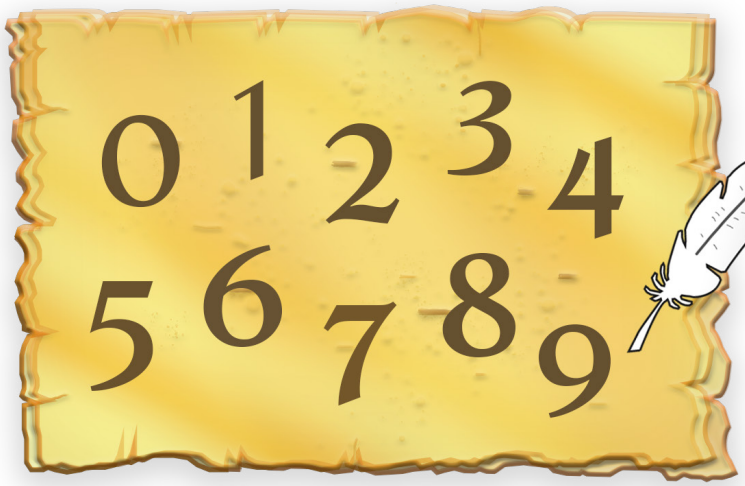
Bu bölümde
- Doğal sayılarla ilgili matematiksel kavramların tarihsel gelişimini açıklamayı,
- Doğal sayıların çözümlemesi ile ilgili problemleri çözmeyi,
- Eşit miktarda artarak devam eden sınırlı sayıdaki doğal sayıların toplamını veren formülü elde etmeyi,
- Tam sayılarla ilgili matematiksel kavramların tarihsel gelişimini açıklamayı,
- Tam sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili problemleri çözmeyi,
- Bir tam sayının pozitif tam sayı bölenlerinin sayısını bulmayı,
- Rasyonel sayılarla ilgili matematiksel kavramların tarihsel gelişimini açıklamayı,
- Rasyonel sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili problemleri çözmeyi,
- Üslü ve kareköklü ifadelerle ilgili matematiksel kavramların tarihsel gelişimini açıklamayı,
- Üslü ve kareköklü ifadeler ile ilgili özellikleri uygulamaya yönelik işlemler yapmayı,
- Akıl yürütme ve işlem oyunlarını oynamayı öğreneceksiniz.

1.1. DOĞAL SAYILAR

1.1.1. Doğal Sayıların Tarihsel Gelişimi

Etkinlik

Sayıların tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



Matematiğin yazılı tarihi beş dönemde incelenir:

Mısır ve Mezopotamya Dönemi: Bu dönem, MÖ 2000-500'lü yıllar arasında kalan 1500 yıllık bir zaman dilimini kapsar.

Yunan Matematiği Dönemi: MÖ 500-MS 500 yılları arasında kalan 1000 yıllık bir zaman dilimini kapsar.

Hint, İslam ve Rönesans Dönemi: MS 500'lerden kalkülüsün (analiz) başlangıcına kadar olan 1200 yıllık bir zaman dilimini kapsar.

Klasik Matematik Dönemi: 1700-1900 yılları arasında kalan ve matematiğin altın çağı olarak bilinen dönemdir.

Modern Matematik Dönemi: 1900'lerin başından günümüze uzanan içinde bulunduğumuz dönemdir.

İlk insanların saydıklarını kaydetmek için çentik yaptıklarına ve kesin olmamakla birlikte ilk sayı sisteminin çentiklerden oluştuğuna dair inanış vardır. Geçmişten günümüze çentikler işaret ve sembollere, semboller günümüzdeki rakamlara dönüşerek sayma sistemleri gelişmiştir. Ali Ülger <home.ku.edu.tr/~aulger/mkbt.doc>

Sayıları yazmak için kullanılan sembollere **rakam** denir.

Onluk sayma sisteminin rakamları, $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ kümesinin elemanlarıdır.

Romen rakamları, $\{I, V, X, L, C, D, M\}$ kümesinin elemanlarıdır (Kümede sıfır rakamı yok.).

Arap rakamları, $\{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩\}$ kümesinin elemanlarıdır (Kümede sıfır rakamı var.).

2017 = MMXVII = ٢٠١٧

1997 = MCMXCVII = ١٩٩٧

2017	٢٠١٧	MCMXCVII
- 2017	- ٢٠١٧	- MCMXCVII
0	٠	?

Bu işlemlerden de anlaşılacağı üzere Romen rakamları ile dört işlem yapılması zordur.

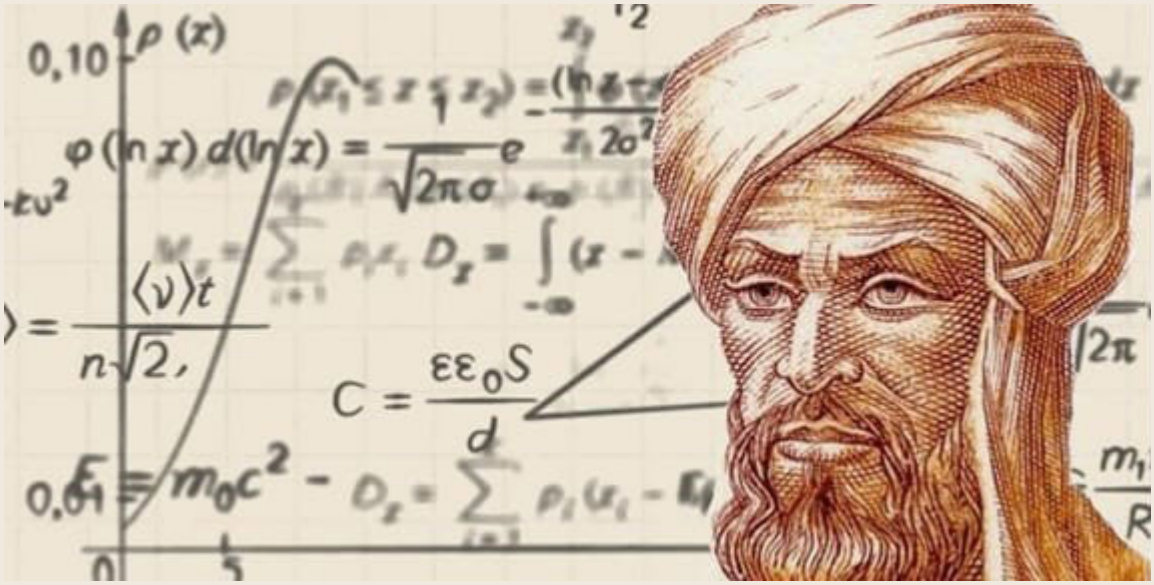
Ünlü Türk-İslam matematikçisi Harezmi'nin yazdığı, Batılı matematikçiler tarafından tercümesi yapılan eserinde yer alan Hint hesap sistemi ve rakamlar günümüze kadar kullanılmıştır. Ülkemizde de Harf İnkılabı yapılmadan önce Hint hesap sistemi ve Hint rakamları kullanılmaktaydı.
Günümüzde aynı hesap sistemi, yeni rakamlarla kullanılmaya devam etmektedir.

Şimdi Yapabilirsin

1. Aşağıdaki boşluk doldurma sorularını cevaplandırınız.

a) İki basamaklı en büyük doğal sayı: _____
b) İki basamaklı en büyük çift doğal sayı: _____
c) İki basamaklı en küçük çift doğal sayı: _____
ç) İki basamaklı en büyük tek doğal sayı: _____
d) İki basamaklı en küçük tek doğal sayı: _____
e) Rakamları aynı iki basamaklı en küçük çift doğal sayı: _____
f) Rakamları aynı iki basamaklı en büyük çift doğal sayı: _____
g) Rakamları farklı iki basamaklı en küçük çift doğal sayı: _____
h) Rakamları farklı iki basamaklı en büyük çift doğal sayı: _____

Zamanda Yolculuk



Görsel temsilidir.

Harezmi (780-850)

Harezmi 780'de Özbekistan'ın Harezm kentinde doğan dünyaca ünlü Türk-İslam matematikçisidir. Cebirin en büyük bilim insanlarından biridir. Çünkü cebirin ve algoritmanın kurucusudur. Harezmi, sadece matematikle değil aynı zamanda astronomi ve coğrafyayla da ilgilenmiştir. Türk-İslam medeniyetinde yetişip Batı dünyasını en çok etkileyen bilim insanlarındandır.

Harezmi'nin bu kadar önemli bir bilim insanı olmasının sebebi sadece cebirin kurucusu olması değil, aynı zamanda geliştiricisi de olmasıdır. Harezmi; aritmetik alanında yazdığı kitabı ile Hint rakam ve hesap sistemini Batı dünyasına taşımıştır. Bu hesaplama sistemi Harezmi'nin isminden türetilen **algoritma** (algorism) adını almıştır. Cebir konusunda yazılan ilk ve en yaygın kitap da Harezmi'nin yazdığı "Kitabü'l-Muhtasar fi'l-Hisabi'l Cebr ve'l-Mukâbele"dir. Harezmi'nin bu eseri kendisine bilim dünyasında büyük ün kazandırmıştır. Bu yapıtta ana konular; birinci ve ikinci dereceden denklemlerin çözümleri, binom çarpımları, çeşitli cebir problemleri ve miras hesabıdır. Harezmi'nin bu büyük yapıtı XII. yüzyılda Latinceye çevrilmiştir. Batı dünyası bu yapıttan çok etkilenmiştir. Cebir, Batı dünyasında **el-cebr** isminden **algebra**'ya dönüştürülmüştür. Harezmi <http://smyoedu.cumhuriyet.edu.tr/el-harezmi-proje32.html>

1.1.2. Doğal Sayıların Çözümlenmesi

Doğal Sayılar

Doğal sayılar konusuna başlarken rakamlar kümesi $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ için bazı durumlar şunlardır:

- İki rakamın toplamının en küçük değeri: 0 + 0 = 0
- İki rakamın toplamının en büyük değeri: 9 + 9 = 18
- Farklı iki rakamın toplamının en küçük değeri: 0 + 1 = 1
- Farklı iki rakamın toplamının en büyük değeri: 9 + 8 = 17
- İki rakamın çarpımının en büyük değeri: 9 · 9 = 81
- Farklı iki rakamın çarpımının en büyük değeri: 9 · 8 = 72
- a ve b farklı iki rakamdır. 3a + 4b toplamının en küçük değeri: 3 · 1 + 4 · 0 = 3
- a ve b farklı iki rakamdır. 3a + 4b toplamının en büyük değeri: 3 · 8 + 4 · 9 = 60

Örnek

a, b, c birbirinden farklı rakamlardır. 2a + 3b + 4c işleminin hangi sayılar arasında değerler aldığını bulunuz.

Çözüm

Toplamın en küçük değeri bulunurken katsayısı büyük olanlara en küçük değer verilir.
2 · 2 + 3 · 1 + 4 · 0 = 7
Toplamın en büyük değeri bulunurken katsayısı büyük olanlara en büyük değer verilir.
2 · 7 + 3 · 8 + 4 · 9 = 74 olduğundan 2a+3b+4c işlemi 7 ve 74 dâhil olmak üzere bu sayıların arasında değerler alır.

Örnek

a ve b birer rakamdır. a + b = 12 olduğuna göre a · b çarpımının kaç farklı değer alacağını bulunuz.

Çözüm

a + b = 12		a · b
3 + 9 = 12	ise	3 · 9 = 27
4 + 8 = 12	ise	4 · 8 = 32
5 + 7 = 12	ise	5 · 7 = 35
6 + 6 = 12	ise	6 · 6 = 36

olacağından çarpım, 4 farklı değer alır.

Örnek

a ve b farklı iki rakamdır.
a + b = 10 olduğuna göre a · b çarpımının alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamını bulunuz.

Çözüm

a + b = 10	a · b
9 + 1 = 10	9 · 1 = 9
8 + 2 = 10	6 · 4 = 24
7 + 3 = 10	9 + 24 = 33 olur.
6 + 4 = 10	

Şimdi Yapabilirsin

1. a ve b birer rakamdır. $a + b = 13$ olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımının kaç farklı değer aldığını bulunuz.
2. a ve b farklı birer rakamdır. $4a + 5b$ toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulunuz.
3. a, b, c birer rakamdır. $a + 3b + 5c$ toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulunuz.
4. a, b, c birer rakamdır. $3a + 2b - c$ ifadesinin alacağı en küçük ve en büyük değerlerin çarpımının kaç olduğunu bulunuz.
5. a ve b farklı birer rakamdır. $a \cdot b + a + b$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamının kaç olduğunu bulunuz.

Doğal Sayı: İnsanların doğada bulunan nesne veya canlılardan oluşan topluluklarda çokluklarını göstermek için icat ettikleri bir kavramdır. Rakamlar tek başlarına veya yan yana yazılarak doğal sayılar elde edilir.

Doğal sayılar kümesi $\mathbb{N}$ ile gösterilir.

Doğal sayılar kümesi, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\}$ şeklinde olup sonsuz elemanlıdır.

Doğal sayıların basamakları, bölükleri ve okunuşları şu şekildedir:

Sayı basamakları sağdan sola doğru; birler, onlar, yüzler, binler, on binler, yüz binler, milyonlar, on milyonlar, yüz milyonlar, milyarlar, on milyarlar, yüz milyarlar… şeklinde isimlendirilir.

Sayı, sağdan sola doğru üçerli gruplara ayrılır ve her gruba bir bölük ismi verilir.

Sayının bölükleri sağdan sola doğru: Birler bölüğü, binler bölüğü, milyonlar bölüğü, milyarlar bölüğü, trilyonlar bölüğü, katrilyonlar bölüğü, kentilyonlar bölüğü… isimlerini alır. Daha büyük sayıların bölük isimlerini sizler araştırabilirsiniz.

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

30 254 168 907

Sayının okunuşu: otuz milyar iki yüz elli dört milyon yüz altmış sekiz bin dokuz yüz yedi dir.
Verilen sayıda
4 rakamının sayı değeri: 4 (dört)
4 rakamının basamak değeri: 4 000 000 (dört milyon)
4 rakamının bölüğü: milyonlar
6 rakamının basamağı: on binler basamağıdır.
3'ün basamak değeri ile 1 in sayı değeri farkı: 30 000 000 000 -1= 29 999 999 999

87 530 000 249 000

Sayının okunuşu: seksen yedi trilyon beş yüz otuz milyar iki yüz kırk dokuz bindir.
Verilen sayıda
4 rakamının sayı değeri: 4 (dört)
4 rakamının basamak değeri: 40 000 (kırk bin)
4 rakamının bölüğü: binler
5 rakamının basamağı: yüz milyarlar

Örnek

Rakamları farklı, 3 basamaklı en küçük doğal sayı ile rakamları farklı üç basamaklı en büyük doğal sayının toplamının rakamları toplamını bulunuz.

Çözüm

Rakamları farklı, 3 basamaklı en küçük doğal sayı: 102
Rakamları farklı, 3 basamaklı en büyük doğal sayı: 987
Toplam: 102 + 987 = 1089
1 + 0 + 8 + 9 = 18 olur.



Şimdi Yapabilirsin

1. 76 543 210 sayısı veriliyor.
a) 6 rakamı ……..... bölüğündedir.
b) 4 rakamı ……..... basamağındadır.
c) 5'in basamak değerinden 2'nin basamak değeri çıkarılırsa sonuç ……..... olur.

2. 2 468 135 sayısı veriliyor.
a) 6 rakamı ……..... bölüğündedir.
b) 4 rakamı ……..... basamağındadır.
c) 4'ün basamak değerinden 8'in sayı değeri çıkarılırsa sonuç ……..... olur.

3. En büyük üç basamaklı çift doğal sayı ile rakamları farklı en küçük iki basamaklı tek doğal sayının farkının kaç olduğunu bulunuz.

4. Harezmi'nin Batı dünyasına taşıdığı Hint rakam ve hesap sistemi, Harezmi'nin isminden türetilen ……..... adını almıştır.

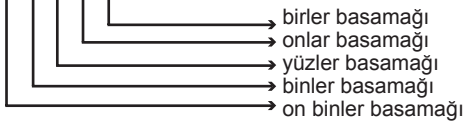
5. Harezmi'nin "Kitabü'l-Muhtasar fi'l-Hisabi'l Cebr ve'l-Mukâbele" eserinde işlediği ana konuları yazınız.
a) ..... denklemlerin çözümleri.
b) ..... çarpımları.
c) ..... problemleri.
d) ..... hesabı.

Onluk Sistemde Çözümleme

Onluk sistemin rakamları kümesi: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Onluk sistemin basamakları: …

A B C D E (Beş basamaklı sayı)



Not

Örneğin 2 basamaklı ab sayısı ve 3 basamaklı abc sayısının çözümlemesi aşağıda olduğu gibidir.

$ab = 10a + b$

$abc = 100a + 10b + c$

Örnek

2345 sayısını çözümleyiniz.

Çözüm

$2345 = 2000 + 300 + 40 + 5$

$2345 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

$2345 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

2345 = 2 tane binlik + 3 tane yüzlük + 4 tane onluk + 5 tane birlik

Örnek

ab ve ba iki basamaklı sayılarının toplamını bulunuz.

Çözüm

$ab + ba = 10 \cdot a + b + 10 \cdot b + a$

$ab + ba = 11 \cdot a + 11 \cdot b$

$ab + ba = 11 \cdot (a + b)$ (Daima 11 in katı olur.)

Örnek

ab ve ba iki basamaklı sayılarının farkını bulunuz.

Çözüm

$ab - ba = 10 \cdot a + b - (10 \cdot b + a)$

$ab - ba = 10 \cdot a + b - 10 \cdot b - a$

$ab - ba = 9 \cdot a - 9 \cdot b$

$ab - ba = 9 \cdot (a - b)$ (Daima 9 un katı olur.)

Örnek

abc ve cba üç basamaklı sayılarının farkının değerini bulunuz.

Çözüm

$abc - cba = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c - (100 \cdot c + 10 \cdot b + a)$

$abc - cba = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c - 100 \cdot c - 10 \cdot b - a$

$abc - cba = 99 \cdot a - 99 \cdot c$

$abc - cba = 99 \cdot (a - c)$ (Daima 99 un katı olur.)

Örnek

ab iki basamaklı sayısının rakamları yer değiştirdiğinde sayı 27 büyüyor. Bu şartı sağlayan kaç tane iki basamaklı ba sayısının yazılabileceğini bulunuz.

Çözüm

$ba - ab = 27$

$9 \cdot (b - a) = 27$

$b - a = 3$

a + 3 = b	ba
1 + 3 = 4	41
2 + 3 = 5	52
3 + 3 = 6	63
4 + 3 = 7	74
5 + 3 = 8	85
6 + 3 = 9	96

6 tane ba sayısı yazılabilir.

Örnek

abc, cba ve xy4 üç basamaklı sayılardır. abc - cba = xy4 olduğuna göre $x \cdot y$ nin değerini bulunuz.

Çözüm

abc - cba = xy4
100a + 10b + c -100c - 10b - a = xy4
99a - 99c = xy4
$99 \cdot (a - c) = xy4$ eşitliğinde a - c = 6 olmalıdır.
$99 \cdot 6 = 594$ olur ve x = 5, y = 9 bulunur.
Sonuç $x \cdot y = 45$'tir.

Şimdi Yapabilirsin

1. ab iki basamaklı sayısının rakamları yer değiştirdiğinde sayı 45 küçülüyor. Bu şartı sağlayan kaç tane ab sayısı yazıldığını bulunuz.
2. ab iki basamaklı sayısı, a + b toplamının 9 katıdır. Buna göre ba sayısının, a + b toplamının kaç katı olduğunu bulunuz.
3. ab ve ba iki basamaklı sayılarının toplamı 132 ve a < b koşulunu sağlayan kaç tane ab sayısı yazıldığını bulunuz.
4. abc, 3xy, cba üç basamaklı sayılardır. abc = 3xy + cba olduğuna göre (x, y) ikilisini bulunuz.
5. abc, bac, xyz üç basamaklı sayılardır. abc – bac = xyz koşulunu sağlayan kaç tane xyz sayısı yazıldığını bulunuz.
6. Rakamları toplamının 5 katına eşit olan iki basamaklı sayıyı bulunuz.
7. abb ve baa üç basamaklı sayılardır. abb + baa = $x \cdot y \cdot (a + b)$ eşitliğini sağlayan kaç tane (x, y) doğal sayı ikilisi olduğunu bulunuz.

Örnek

Birbirinden farklı iki basamaklı beş doğal sayının toplamı 130'dur.
a) Bu sayılardan en büyüğünün en fazla kaç olduğunu bulunuz.
b) Bu sayılardan en büyüğünün en az kaç olduğunu bulunuz.
c) Bu sayılardan en küçüğünün en fazla kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

a) En büyük sayıyı bulmak için diğer sayılar en küçük alınmalıdır.

1. sayı 10
2. sayı 11
3. sayı 12
4. sayı 13

} Bu sayıların toplamı 130'dan çıkarılır.
130 – 46 = 84 olur.

b) Sayılar birbirine yakın seçildiğinde en büyük olan sayı, en küçük değerini alacaktır.
Ortanca sayı 130 : 5 = 26 olacağından sayılar sıra ile 24, 25, 26, 27, 28 olmalıdır.
En büyük olan sayının en küçük değeri 28 olur.

c) Sayılar birbirine yakın seçildiğinde en küçük olan sayı, en büyük değerini alacaktır.
Ortanca sayı 130 : 5 = 26 olduğundan sayılar sıra ile 24, 25, 26, 27, 28 olmalıdır.
En küçük olan sayının en büyük değeri 24 olur.

Not

Sayıların arasındaki fark azaldıkça büyük olan sayının en küçük, küçük olan sayının en büyük değeri bulunur.

Örnek

Birbirinden farklı iki basamaklı dört doğal sayının toplamı 106'dır. Bu sayılardan en büyüğünün en az kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

Sayılar birbirine yakın seçildiğinde en büyük olan sayı, en küçük değerini alacaktır. Ortanca sayı 106 : 4 = 26,5 ve 26 < 26,5 < 27 olduğundan gruptaki dört sayı 25, 26, 27, 28 olmalıdır. En büyük olan sayının en küçük değeri 28 olur.

Örnek

Üç basamaklı ve dört basamaklı iki sayının çarpımının basamak sayısı, en az a ve en çok b olduğuna göre a · b nin değerini bulunuz.

Çözüm

(üç basamaklı en küçük sayı) · (dört basamaklı en küçük sayı)
100 x 1000 = 100 000 için en az a = 3 + 4 - 1 = 6
(üç basamaklı en büyük sayı) · (dört basamaklı en büyük sayı)
999 x 9999 = 9 989 001 için en çok b = 3 + 4 = 7 ise
a · b = 6 · 7 = 42 olur.

Not

m basamaklı ve n basamaklı iki sayının çarpımının basamak sayısı en az (m + n - 1), en çok (m + n) olur.

Şimdi Yapabilirsin

1. İki basamaklı beş doğal sayının toplamı 450 olduğuna göre bu sayıların en küçüğünün en az kaç olduğunu bulunuz.

2. Rakamları farklı iki basamaklı beş farklı sayının toplamı 450 olduğuna göre bu sayıların en küçüğünün en fazla kaç olduğunu bulunuz.

3. İki basamaklı beş doğal sayının toplamı 115 olduğuna göre bu sayıların en büyüğünün en fazla kaç olduğunu bulunuz.

4. Rakamları farklı iki basamaklı beş farklı doğal sayının toplamı 115 ise bu sayıların en büyüğünün en fazla kaç olduğunu bulunuz.

5. İki basamaklı üç doğal sayının toplamının kaç farklı değer aldığını bulunuz.

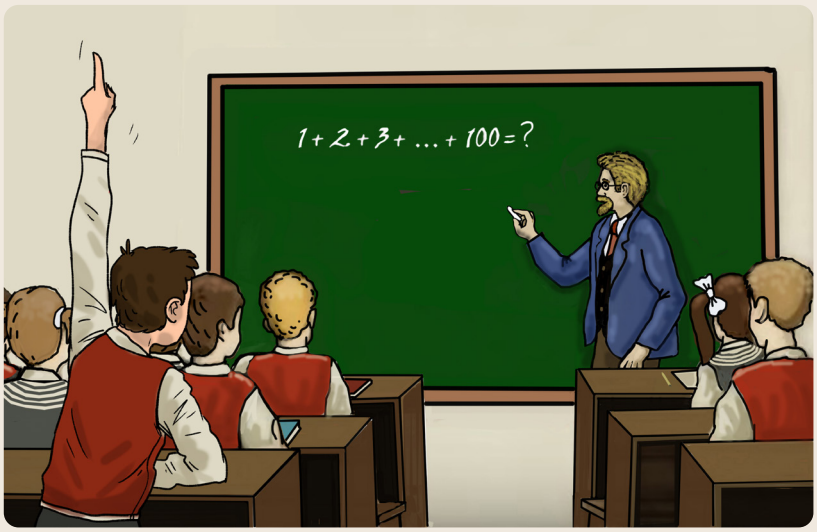
Zamanda Yolculuk



Carl Friedrich Gauss [Karl Fridriyş Gaus (1777-1855)]

Carl Friedrich Gauss, 1777'de dünyaya gelen, matematiğin prensi olarak ün yapan Alman matematikçidir.

Gauss'un dehası erken yaşlarda kendini göstermiştir. Eğitim hayatının ilk yıllarında öğretmeninin sorduğu birden yüze kadar ardışık sayıların toplamı işlemini kısa yoldan çözmüştür. Sayı dizisinin iki zıt ucundan birer sayı alınıp toplandığında hep 101 sayısı elde edilir. Elde edilen 50 adet 101 sayısı, çarpma işlemiyle 5050 sayısına kısa sürede ulaşılmasını sağlar. Gauss'un bulduğu ardışık sayıları toplama yöntemi, bugün **Gauss yöntemi** olarak bilinmektedir. Gauss, üniversite öğrencisiyken Antik Yunan'dan yaşadığı döneme kadar çözülemeyen problemlerden 17 kenarlı düzgün çokgeni sadece pergel ve cetvel kullanarak çizmiştir. Yıllar geçtikçe Gauss'un ilgisi matematiksel fizik ve karmaşık geometri araştırmalarına yönelmiştir. Bu dönemde Dünya'nın manyetik alanı üzerine deneysel çalışmalar yapmıştır. 1833'te Weber (Vebır) ile birlikte bir elektrik telgrafı kurmuş ve bununla düzenli mesajlar göndermiştir. Onun elektromanyetizma ile ilgili araştırmaları, XIX. yüzyılda fizik biliminin gelişmesine büyük katkı sağlamıştır.



Sayılar teorisi üzerine yazmış olduğu ilk büyük eseri olan "Disquistiones Arithmeticae(Diskuisçıns Aritmetika)", ona şimdiki ününü kazandırmıştır.
Gauss'un bu yapıtı modern sayılar teorisine temel olmuştur.
Gauss<https://matematik.dpu.edu.tr/index/sayfa/3127/carl-friedrich-gauss>, (ET: 10.10.2022/20.48)

1.1.3. Sonlu Sayıdaki Ardışık (Ritmik) Doğal Sayıların Toplamı

Ardışık Sayılar

Eşit miktarda artarak devam eden sayılara ardışık sayılar (ritmik sayılar) denir.

Ardışık Sayıların Toplamının Gauss Yöntemi ile Bulunuşu

Örnek

1 + 2 + 3 + 4 +...+ 100 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Bu sayıların toplamı x olsun. Toplam, tersten yazılır ve iki satır alt alta toplanır.

$$\begin{array}{rccccccccccc} & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & 99 & + & 100 & = & x \\ + & 100 & + & 99 & + & 98 & + & \dots & + & 2 & + & 1 & = & x \\ \hline & 101 & + & 101 & + & 101 & + & \dots & + & 101 & + & 101 & = & 2x \end{array}$$

Bu satırda 100 tane 101 vardır.

$$100 \cdot 101 = 2x$$

$$x = \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050 \text{ bulunur.}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Örnek

2 + 4 + 6 +...+ 100 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Bu sayıların toplamı x olsun. Toplam, tersten yazılır ve iki satır alt alta toplanır.

$$\begin{array}{rccccccccccc} & 2 & + & 4 & + & 6 & + & \dots & + & 98 & + & 100 & = & x \\ + & 100 & + & 98 & + & 96 & + & \dots & + & 4 & + & 2 & = & x \\ \hline & 102 & + & 102 & + & 102 & + & \dots & + & 102 & + & 102 & = & 2x \end{array}$$

Bu satırda 50 tane 102 vardır.

$$50 \cdot 102 = 2x$$

$$x = \frac{50 \cdot 102}{2} = 50 \cdot 51 = 2550 \text{ bulunur.}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = n \cdot (n+1)$$

Örnek

1 + 3 + 5 +...+ 99 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Bu sayıların toplamı x olsun. Toplam, tersten yazılır ve iki satır alta toplanır.

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrrrr} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & 97 & + & 99 & = & x \\ +\,99 & + & 97 & + & 95 & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & x \\ \hline 100 & + & 100 & + & 100 & + & \dots & + & 100 & + & 100 & = & 2x \end{array}$$

Bu satırda 50 tane 100 vardır.

$$50 \cdot 100 = 2x$$

$$x = \frac{50 \cdot 100}{2} = 50 \cdot 50 = 2500$$

$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

Ardışık Sayıların Toplamı

Eşit miktarda artan sonlu sayıdaki bir sayı grubunun toplamı bulunurken aşağıdaki adımlar izlenir.

1. Adım: Terim sayısı (TS) bulunur. $\text{Terim Sayısı} = \frac{(\text{Son Terim - İlk Terim})}{\text{Artış Miktarı}} + 1$

2. Adım: Toplam (T) bulunur. $\text{Toplam} = \frac{(\text{İlk Terim + Son Terim})}{2} . (\text{Terim Sayısı})$

Örnek

2 + 4 + 6 + ... + 100 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$TS = \frac{(\text{Son Terim - İlk Terim})}{\text{Artış Miktarı}} + 1 = \frac{100 - 2}{2} + 1 = 49 + 1 = 50 \text{ tane terim vardır.}$$

$$T = \frac{(\text{İlk Terim + Son Terim})}{2} . (\text{Terim Sayısı}) = \frac{2 + 100}{2} \cdot 50 = 51 \cdot 50 = 2550$$

Örnek

1 + 3 + 5 + ... + 99 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$TS = \frac{99 - 1}{2} + 1 = 49 + 1 = 50 \text{ tane terim vardır.}$$

$$T = \frac{1 + 99}{2} \cdot 50 = 50 \cdot 50 = 2500$$

Örnek

14 + 17 + 20 + ... + 71 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$TS = \frac{71 - 14}{3} + 1 = 19 + 1 = 20$ tane terim vardır.

$T = \frac{14 + 71}{2} \cdot 20 = 85 \cdot 10 = 850$ bulunur.

Örnek

1 + 6 + 11 + ... + 101 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$TS = \frac{101 - 1}{5} + 1 = 20 + 1 = 21$ tane terim vardır.

$T = \frac{1 + 101}{2} \cdot 21 = 51 \cdot 21 = 1071$ bulunur.

Örnek

1 + 5 + 9 + ... + 125 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$TS = \frac{125 - 1}{4} + 1 = 31 + 1 = 32$ tane terim vardır.

$T = \frac{1 + 125}{2} \cdot 32 = 63 \cdot 32 = 2016$ bulunur.

Örnek

15 + 18 + 21 +...+ x = 330 eşitliğinde x in kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

$\left(\frac{x - 15}{3} + 1\right) \cdot \left(\frac{x + 15}{2}\right) = 330$

$(x - 12) \cdot (x + 15) = 33 \cdot 60$ eşitliğin sağında ve solunda yer alan çarpanlar arasındaki fark 27 olduğundan

$x - 12 = 33$ veya $x + 15 = 60$ eşlemesi yapılır ve

$x = 45$ $x = 45$ bulunur.

Örnek

İkişer ikişer artan 11 doğal sayının toplamı 220 olmaktadır. Bu sayı grubunda en küçük sayı a, en büyük sayı b ise a + b işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Önce tam ortadaki sayı 220 : 11 = 20 bulunur. Sonra 20 den küçük ikişer ikişer azalan ritmik beş sayı ile 20 den büyük ikişer ikişer artan ritmik beş sayıdan 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30 sayıları elde edilir.
Buradan a = 10 ve b = 30 için a + b = 40 bulunur.

Örnek

$A = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + ... + 20 \cdot 20$ toplamında birinci çarpanlar birer arttırılırsa sonucun kaç arttığını bulunuz.

Çözüm

$A = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + ... + 20 \cdot 20$

$A' = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + ... + 21 \cdot 20$

$A' - A = 1 + 2 + 3 + ... + 20$

$A' - A = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$ artar.

Şimdi Yapabilirsin

1. $16 + 17 + 18 + ... + 64$ işleminin sonucunu bulunuz.

2. $A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + ... + 40 \cdot 41$ toplamında ikinci çarpanlar birer artırılırsa sonucun kaç arttığını bulunuz.

3. $2 + 4 + 6 + ... + x = 420$ olduğuna göre x in kaç olduğunu bulunuz.

4. $15 + 20 + 25 + ... + x = 375$ olduğuna göre x in kaç olduğunu bulunuz.

5. 10111213...9899 sayısında baştan 105. rakamın kaç olduğunu bulunuz.

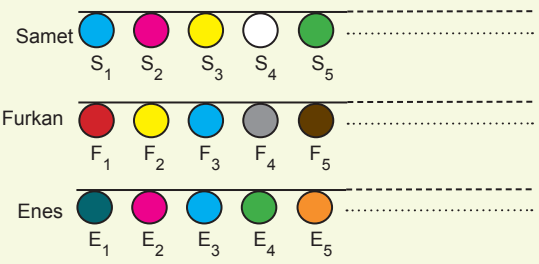
6. 1223334444...999999999 sayısında kaç rakam kullanıldığını bulunuz.

7.

2	3	6
4	6	24
6	9	x
8	y	z

Tablodaki sayılar bir kurala göre yerleştirilmiştir.
Bu kurala göre x, y, z sayıları için $x + z - y$ değerini bulunuz.

8.



Samet, Furkan ve Enes isimli üç arkadaş ellerindeki bilyeleri kumbaralarla oluşturdukları sisteme atacaklardır.
Yandaki şekilde verildiği gibi her bir atışı sırası ile bir sonraki kumbaraya atacak şekilde gerçekleştireceklerdir.
Samet elindeki bilyeleri kumbaralara ilk attığı kumbaradaki sayıdan birer arttırarak atacaktır.

Furkan elindeki bilyeleri kumbaralara ilk attığı kumbaradaki sayıdan ikişer arttırarak atacaktır.
Enes elindeki bilyeleri kumbaralara ilk attığı kumbaradaki sayıdan üçer arttırarak atacaktır.

$F_4 - S_3 = 11$, $E_5 - F_2 = 17$ olduğuna göre $E_4 - S_2$ kaçtır?

Örnek

Geçmiş zamanın birinde padişahın biri, vezirinden ülkenin en iyi 10 kuyumcusuna onar gramlık (10 g) 10 tane para yaptırmasını istemiş. Oldukça titiz bir şekilde görevlendirmeleri yapan vezir, kuyumculara belirlenen tarihte paraları padişahın huzuruna getirmelerini emretmiş. Ancak kuyumculardan biri, paraları dokuzar gram (9 g) yapmış ve bu haberi duyan padişah, vezirine çok sinirlenmiş. Vezirinden tek bir tartma işlemi ile hangi kuyumcunun hile yaptığını bulmasını ancak bu koşulla canını bağışlayacağını söylemiş. Vezir nasıl bir tartma işlemi ile kendini affettirebilir?



Çözüm

Vezir her bir kuyumcuya 1 den 10 a kadar numara verip kuyumcuların getirdiği paralardan numarası kadar para alır.

1. kuyumcunun kesesinden 1 para,
2. kuyumcunun kesesinden 2 para,
3. kuyumcunun kesesinden 3 para,

.
.
.

10. kuyumcunun kesesinden 10 para alır.

Tüm paraları tek seferde tartar.

Hiç hile yapılmaması durumunda $1 + 2 + 3 + ... + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$ tane para, onar gramdan (10 g) 550 gram gelmelidir.



Tartım sonucu 549 g çıktığında hileyi yapan 1. kuyumcudur.
Tartım sonucu 548 g çıktığında hileyi yapan 2. kuyumcudur.
Tartım sonucu 547 g çıktığında hileyi yapan 3. kuyumcudur.

.
.
.

Tartım sonucu 540 g çıktığında hileyi yapan, 10. kuyumcudur.

Böylelikle vezir, tek seferde hangi kuyumcunun hile yaptığını bulur ve canını kurtarır.

Örnek

$$\begin{array}{r} ABA \\ +\ BAB \\ \hline 777 \end{array}$$

Yandaki toplama işleminde ABA ve BAB üç basamaklı sayılardır. Buna göre kaç tane üç basamaklı ABC sayısı yazılabilir?

Çözüm

Toplama işleminde elde olmadığından A + B = 7 olur. C bir rakam olup 10 farklı değer alır.
ABA ve BAB üç basamaklı sayılar olduğundan $A \neq 0$, $B \neq 0$ olmalıdır.

A + B = 7	ABC
6 + 1 = 7	6 1 .
5 + 2 = 7	5 2 .
4 + 3 = 7	4 3 .
3 + 4 = 7	3 4 .
2 + 5 = 7	2 5 .
1 + 6 = 7	1 6 .

Nokta yerlerine 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarından her biri yazılabileceğinden 60 tane ABC sayısı yazılabilir.

Örnek

$$\begin{array}{r} ABC \\ +\ AB \\ \hline 169 \end{array}$$

Yandaki toplama işleminde ABC üç, AB iki basamaklı sayı olduğuna göre A+B+C işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Toplama işlemi, ABC + AB = 169 şeklinde yazılabilir.

$AB0 + C + AB = 169$
$10 \cdot AB + C + AB = 169$
$11 \cdot AB + C = 169$

$11 \cdot AB = 169 - C$ eşitliğine göre 169 dan hangi rakam çıkarılırsa 11 in katı olduğu bulunmalıdır.
C = 4 için AB = 15 olur. A + B + C = 1 + 5 + 4 = 10 bulunur.

Örnek

$$\begin{array}{r} 6xy \\ -\ 538 \\ \hline 1yz \end{array}$$

Yandaki çıkarma işleminde 6xy ve 1yz üç basamaklı sayılar olduğuna göre x - z farkının kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

y nin 8 den ve x in 3 ten büyük olduğu kabul edilirse

$$\begin{array}{r} x - 3 = y \\ +\ y - 8 = z \\ \hline x + y - 11 = y + z \end{array}$$

x - z = 11 iki rakamın farkı 11 olamaz.
Bu çözüm yanlıştır.

Doğru çözüm:

$$\begin{array}{r} x - 1 - 3 = y \\ +\ 10 + y - 8 = z \\ \hline x + y - 2 = y + z \end{array}$$

x - z = 2 bulunur.

Örnek

$$\begin{array}{r} xy \\ 23 \\ \times \\ \hline abc \\ mn \\ + \\ \hline 215 \end{array}$$

Yandaki çarpma işleminde xy iki basamaklı ve abc üç basamaklı sayılardır. Bu işlemin dördüncü satırındaki mn iki basamaklı sayısı yanlışlıkla bir basamak sağa yazıldığından sonuç yanlış bulunmuştur. İşlemin doğru sonucunu bulunuz.

Çözüm

mn nin bir basamak sağa yazılması xy nin 20 yerine yanlışlıkla 2 ile çarpıldığını belirtir.

$3 \cdot xy + 2 \cdot xy = 215$

$5 \cdot xy = 215$

$xy = 43$

Çarpma işlemi tekrar yapıldığında doğru sonuç şu şekilde çıkar.

$$\begin{array}{r} 43 \\ 23 \\ \times \\ \hline 129 \\ 86 \\ + \\ \hline 989 \end{array}$$

Örnek

$$\begin{array}{r} ABC \\ 2D \\ \times \\ \hline 13.. \\ 652 \\ + \\ \hline .... \end{array}$$

Yandaki çarpma işleminde ABC üç, 2D iki basamaklı sayılar olduğuna göre sonucun kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

$2 \cdot ABC = 652$

$ABC = 326$

$$\begin{array}{r} 326 \\ 24 \\ \times \\ \hline 13.. \\ + \ 652 \\ \hline .... \end{array}$$

$10 \leq D.3 \leq 13$ olduğundan

$D = 4$ olmalıdır.

$326.24 = 7824$

Örnek

$$\begin{array}{r} 3A4 \\ 2B \\ \times \\ \hline 1... \\ 6.8 \\ + \\ \hline 78C0 \end{array}$$

Yandaki çarpma işlemine 3A4 üç, 2B iki ve 78C0 dört basamaklı olduğuna göre A + B + C işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\begin{array}{r} 3A4 \\ 25 \\ \times \\ \hline 1..0 \\ 6.8 \\ + \\ \hline 78C0 \end{array}$$

Sonuç satırında birler basamağında 0 olduğundan B rakamı 0 veya 5 olmalıdır.

B ile çarpım satırı, dört basamaklı sayı olduğu için B = 5 olmalıdır.

Sonuç 25'in katı olacağından C, 0 veya 5 olmalıdır.

3A4 = 7800 : 25 = 312 olamaz.

3A4 = 7850 : 25 = 314 ve A = 1 ve C = 5 olur.

A + B + C = 1 + 5 + 5 = 11 bulunur.

Örnek

$\begin{array}{r|l} 245 & 12 \\ - & x \\ \hline y & \end{array}$ Yandaki bölme işlemine göre x + y işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\begin{array}{r|l} 245 & 12 \\ -24 & 20 \\ \hline 005 & \end{array}$ Buna göre x + y = 20 + 5 = 25 bulunur.

Örnek

$\begin{array}{r|l} ab0ab4 & ab \\ - & x \\ \hline y & \end{array}$ Yandaki bölme işleminde ab0ab4 altı ve ab iki basamaklı olduğuna göre x + y işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\begin{array}{r|l} ab0ab4 & ab \\ -ab & 10010 \\ \hline 000ab & \\ - \quad ab & \\ \hline \quad 004 & \end{array}$ ve x + y = 10 010 + 4 = 10 014 bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $\begin{array}{r} AB \\ BA \\ +\ CC \\ \hline 99 \end{array}$ Yandaki işlemde AB, BA ve CC iki basamaklı sayılar olduğuna göre en büyük ABC ile en küçük ABC üç basamaklı sayılarının farkının kaç olduğunu bulunuz.

2. $\begin{array}{r} 4a3b \\ -\ 3b4a \\ \hline 1287 \end{array}$ Yandaki çıkarma işleminde 4a3b ve 3b4a dört basamaklı sayılar olduğuna göre a - b farkının işleminin sonucunu bulunuz.

3. $\begin{array}{r} ABC \\ x\ \ 175 \\ \hline .\,34\,. \\ .\,.\,.\,. \\ +\ 4\,.\,8 \\ \hline .\,.\,.\,.\,. \end{array}$ Yandaki çarpma işleminin sonucunu bulunuz.

4. $\begin{array}{r|l} abc & 32 \\ - & 2k+1 \\ \hline k^2 & \end{array}$ Yandaki bölme işleminde abc üç basamaklı sayısının en büyük değerini bulunuz. ($k \in \mathbb{Z}^+$)

5. ABC sayısı üç basamaklıdır. ABC · X çarpımında A ve C rakamları 2 artırılır, B rakamı 2 azaltılırsa çarpım 6188 arttığına göre X in kaç olduğunu bulunuz.

Kendimizi Sınayalım

1. x ve y iki basamaklı doğal sayılardır. x + y = 30 olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 150 **B)** 165 **C)** 175 **D)** 210 **E)** 240

2. x ve y doğal sayılardır. x + 3y = 30 olduğuna göre x in alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) 165 **B)** 180 **C)** 210 **D)** 240 **E)** 360

3. (45 + 47 + 49 +…+ 99) + 1 ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 1881 **B)** 1920 **C)** 1923 **D)** 2017 **E)** 2018

4. (80 + 84 + 88 +…+ 120) - 29 ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 1071 **B)** 1299 **C)** 1453 **D)** 1920 **E)** 1923

5. a ve b doğal sayılardır. 4a + 5b = 120 olduğuna göre a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 75 **B)** 100 **C)** 105 **D)** 120 **E)** 150

6. a, b, c farklı rakamlardır. 3a + 4b - 5c ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değerin farkı kaçtır?

A) 15 **B)** 18 **C)** 53 **D)** 102 **E)** 103

7. a ve b pozitif tam sayılardır. Yandaki bölme işlemine göre kaç tane a sayısı vardır?

$$\begin{array}{r|l} 75 & a \\ \cline{2-2} - & b \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

8. xyz üç basamaklı, ab iki basamaklı sayılardır. Yandaki bölme işlemine göre k doğal sayısının alabileceği değerler toplamı 66 ise en küçük ab sayısı kaçtır?

$$\begin{array}{r|l} xyz & ab \\ \cline{2-2} - & \\ \cline{1-1} k & \end{array}$$

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13 **E)** 14

9. Yandaki çarpma işleminde ab iki basamaklı sayıdır. II numaralı satırda kaydırma hatası yapıldığından sonuç yanlış bulunmuştur. İşlemin doğru sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{rl} & ab \\ & 23 \\ \times & \\ \cline{1-2} & \ldots \quad \text{I} \\ & \ldots \quad \text{II} \\ + & \\ \cline{1-2} & 225 \end{array}$$

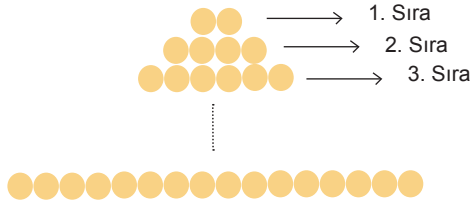
A) 1035 **B)** 1135 **C)** 1245 **D)** 1325 **E)** 1335

Kendimizi Sınayalım

10. Bir apartmanda bulunan 13 dairede farklı sayıda kişi oturmaktadır. Bir dairede en az 2 kişi oturduğuna göre bu apartmanda en az kaç kişi oturmaktadır?

A) 70 **B)** 77 **C)** 85 **D)** 94 **E)** 104

11.



Üst üste konularak belirli bir kurala göre dizilen bilyelerin toplam sayısı kaçtır?

A) 45 **B)** 56 **C)** 68 **D)** 72 **E)** 80

12. abc üç basamaklı bir sayıdır. abc - acb = 63 koşulunu sağlayan rakamları farklı kaç tane abc sayısı yazılabilir?

A) 18 **B)** 22 **C)** 24 **D)** 27 **E)** 30

13. ab iki basamaklı sayısının rakamları yer değiştirdiğinde sayı 36 büyüyor. a < b < c için kaç tane abc üç basamaklı sayısı yazılabilir?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

14. Yandaki bölme işleminde abc üç basamaklı sayı ve k doğal sayıdır. abc nin en büyük değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r|l} abc & 25 \\ \hline & 3k+1 \\ \hline k^2 & \end{array}$$

A) 164 **B)** 233 **C)** 304 **D)** 341 **E)** 452

15. abc üç basamaklı sayısı ile xy iki basamaklı sayısının çarpımında a ile c 2 arttırılır ve b 3 azaltılır ise çarpım 4128 büyüdüğüne göre xy kaçtır?

A) 12 **B)** 16 **C)** 24 **D)** 32 **E)** 34

16.

$$\begin{array}{r} abc \\ \times \quad 4c \\ \hline 756 \\ +\ \ ..4 \\ \hline .... \end{array}$$

Yandaki çarpma işleminin sonucu kaçtır?

A) 5796 **B)** 5896 **C)** 5586 **D)** 5596 **E)** 5886

17. abc ve cba üç basamaklı sayılardır. abc - cba = 297 eşitliğini sağlayan kaç tane abc sayısı vardır?

A) 42 **B)** 50 **C)** 60 **D)** 70 **E)** 80

18. 2 345 678 sayısında 3'ün basamak değerinden 7'nin sayı değeri çıkarıldığında elde edilen sayının rakamları toplamı kaç olur?

A) 38 **B)** 39 **C)** 40 **D)** 41 **E)** 42

Kendimizi Sınayalım

19.



Öğretmen tahtaya bir doğru parçası çizer ve öğrencilerini sıra ile tahtaya kaldırarak aşağıda anlatıldığı gibi doğru parçasının üzerine noktalar koymalarını ister.

1. öğrenciden doğru parçasını 2 eşit parçaya ayıracak şekilde tam ortaya 1 nokta koymasını ister.

2. öğrenciden doğru parçasını 4 eşit parçaya ayıracak şekilde tam ortalara 2 nokta koymasını ister.

3. öğrenciden doğru parçasını 8 eşit parçaya ayıracak şekilde tam ortalara 4 nokta koymasını ister.

.
.
.

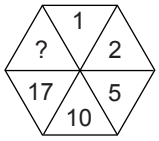
Doğru parçası üzerine nokta koyma (işaretleme) işlemine bu şekilde devam edildiğinde

a) Yedinci öğrenci doğru parçasına kaç nokta koyacaktır?

b) Yedinci öğrenci noktalarını koyduğunda doğru parçası kaç eşit parçaya ayrılacaktır?

c) Sınıftaki ilk yedi öğrencinin koydukları toplam nokta sayısı kaçtır?

20.



Şekildeki sayılar belli bir kurala göre yazılmıştır. Soru işareti yerine hangi sayı gelmelidir?

A) 22 **B)** 23 **C)** 24 **D)** 25 **E)** 26

1.2. TAM SAYILAR

1.2.1. Tam Sayılarla İlgili Matematiksel Kavramların Tarihsel Gelişimi

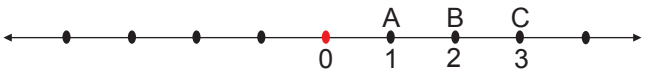
Etkinlik

Tam sayıların ve asal sayıların tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



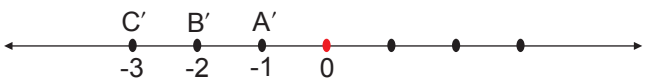
Pozitif Tam Sayı

Pozitif tam sayıların sayma sayıları olarak kullanıldığını gösteren ilk belgeler, 70 bin yıl öncesine aittir. Bunların ilk kez, saymak amacıyla kullanıldığı anlaşılmaktadır. Güney Afrika'da bulunan bazı taşların üzerine yılın altı ayını yirmi sekizer günlük ay takvimine göre gösteren çentikler atıldığı tespit edilmiştir. Bu çetelelerin sayma amacıyla kullanılmasını matematik olarak nitelemek zordur. Sayıları ifade etmek için her sayıya karşılık bir işaretin kullanılması, başka bir deyişle rakamların icadı, matematiğin başlangıcı sayılabilir. Bu amaçla yazılı ilk kayıtlara MÖ 2000 yıllarında Babil'de rastlanmaktadır. 60 tabanına göre kurulmuş bu sayı sistemi, negatif sayıları içinde taşımamakla beraber, kavram olarak sıfırı bulundurmaktadır(Bütüner, 2016).



Negatif Tam Sayı

Negatif tam sayılara, ilk olarak MÖ 100-50 yıllarındaki Çin kaynaklarında rastlanmaktadır. Hindistan'da ve Orta Doğu'da 7. yy.da borç veya zarar olarak negatif sayılardan bahsedildiği bilinmektedir. Avrupa'da negatif sayılar ilk Fibonacci (Fibonaçi)'nin "Liber Abaci" adlı eserinde geçmektedir. Fibonacci, 1202 yılında cebirin kurucusu Harezmi'nin "Kitabü'l Muhtasar fi Hisabi'l Cebr ve'l Mukabele" adlı kitabından esinlenerek yazdığı bu eserle İslam Medeniyeti'ndeki matematiği Avrupa'ya taşımakta öncülük etmiştir(İnönü, 2005).



Asal Sayı

MÖ 400 civarında Pisagor'un takipçilerinden biri olan Filolaus (Faylalous), bazı sayıların birleşik yani bölünebilir sayılar olduğunu savundu. Asal ya da bölünemez sayılar kendilerinden ve 1 den başka sayılara bölünemiyordu. MÖ 300'lü yıllarda Öklid, asal sayıları incelediğinde "ne kadar sayılırsa sayılsın her zaman yeni bir asal sayı" bulunacağını diğer bir deyişle asal sayıların sonsuz olduğunu "Elements (Elemanlar)" adlı eserinde kanıtladı. Ayrıca asal olmayan sayıların asal sayıların değişik kombinasyonlarının çarpımına bölünebildiğini de keşfetti. MÖ 200'lerde ise Eratosthenes (Eratosten), Eratosthenes Kalburu olarak bilinen ve asal sayıları bulmaya yarayan bir sistem geliştirmiştir(Koca, 2020).

Zamanda Yolculuk



Leonardo Fibonacci [Lionardo Fibonaçi (1170-1250)]

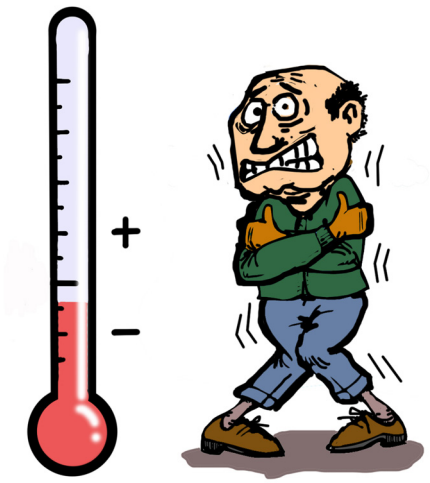
Pisalı Leonardo (Leonardo Pisano) da denilen Leonnardo Fibonacci, İtalya'da dünyaya gelmiştir. Babası, Cezayir ile İtalya arasında bir ticaret postasını idare etmekteydi. Leonardo, çocukken babasına yardım etmek için onunla seyahat ederdi. Fibonacci bu seyahatlerde Hint-Arap sayı sistemini öğrendi. Fibonacci, Hint-Arap sayıları ile aritmetik işlemler yapmanın Roma rakamları ile hesap yapmaktan çok daha basit ve verimli olduğunu gördü. Fibonacci, 1202'ye gelindiğinde 32 yaşındayken öğrendiklerini abaküs kitabı veya hesaplama kitabı anlamına gelen **"Liber Abaci"** isimli eserinde topladı. Yayımladığı bu eserde Hint-Arap sayı sistemini Avrupa'ya duyurdu.

Leonardo Fibonacci, her sayının kendinden önce gelen sayı ile toplanarak bir sonrakinin elde edildiği sayı dizisini keşfetmiştir. Bu diziye, bulucusuna ithafen Fibonacci sayıları denir. Bu sayı dizisi, doğadaki birçok oluşumun düzeninde bulunduğu varsayılan **altın oranı** kapsar ve birçok bilimsel araştırmaya dayanak teşkil eder. Fibonacci <http://matematik.dpu.edu.tr/index/sayfa/3118/leonardo-fibonacci>

Fibonacci Sayıları
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, ..., b, a, a + b, ...

Negatif Tam Sayıların Günlük Hayatta Kullanım Alanları

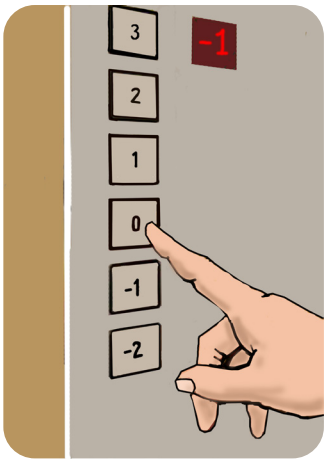
Negatif tam sayılarla günlük hayatta meteoroloji, maliye, denizcilik vb. alanlarda karşılaşılır.



1. Hava sıcaklığının eksi değerleri göstermesi, sıfırın altında sıcaklığı ifade etmektedir.

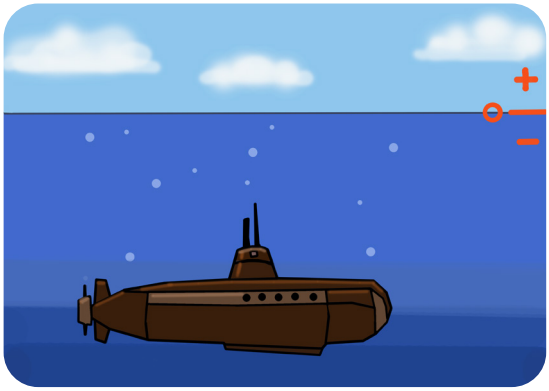
2. Mali işlemlerde eksi ifadeler; borç, harcama anlamına gelmektedir.





3. Mimari yapılarda eksi ifadesi, zemin katın altındaki katları belirtmektedir.

4. Denizcilikte eksi ifadeler, denizin dibine doğru alınan mesafede kullanılan uzunluk biriminin önüne getirilir.



1.2.2. Tam Sayılarda İşlemler

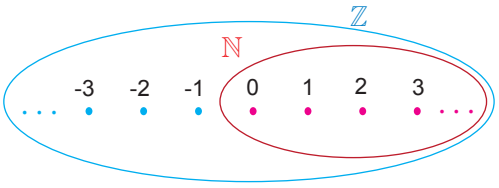
Tam Sayılar Kümesi

Pozitif tam sayılar kümesi: $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ şeklinde gösterilir.
En küçük pozitif tam sayı 1 dir.

Negatif tam sayılar kümesi: $\mathbb{Z}^- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$ şeklinde gösterilir.
En büyük negatif tam sayı -1 dir.

Tam sayılar kümesi: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ şeklinde gösterilir.

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$: Sıfır sayısı negatif ya da pozitif tam sayı değildir.
Sıfır sayısının işareti yoktur.



"$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$": Her doğal sayı aynı zamanda bir tam sayıdır.

Uyarı

Tam sayılar kümesi doğal sayılar kümesini kapsar.

Örnek

Rakamları farklı iki basamaklı en büyük pozitif tam sayı ile iki basamaklı en küçük negatif tam sayının farkının pozitif değerini bulunuz.

Çözüm

Rakamları farklı iki basamaklı en büyük pozitif tam sayı 98'dir.
İki basamaklı en küçük negatif tam sayı -99'dur.
98 - (-99) = 98 + 99 = 197 olur.

Örnek

$[(-7) - (-13) + 2] : [5 - (+6) - (-3)]$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

(-7 + 13 + 2) : (5 - 6 + 3) = 8 : 2 = 4

Uyarı

(+) · (-) = -
(-) · (+) = -
(+) · (+) = +
(-) · (-) = +

Örnek

$-2 \cdot (3 - 5) - [(5 - 13) : (-2) - (-2)^3]$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$-2 \cdot (-2) - [(-8) : (-2) - (-8)]$
$= 4 - [4 + 8] = -8$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $8 \cdot (2 - 4) - [(6 - 26) : (-2) - (-1)\ 3] \cdot 2$ işleminin sonucunu bulunuz.

2. $[(16 - 12) : (-4) - (-1) \cdot 3] \cdot [(16 - 6) \cdot (-2) - (-3) \cdot 3]$ işleminin sonucunu bulunuz.

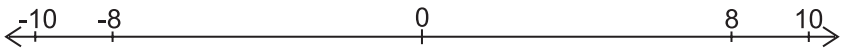
3. $3\{[(-3) - (-10) + 20] : [5 - (-1) - (-3)]\}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Mutlak Değer

Bir sayının mutlak değeri, o sayının başlangıç noktasına olan uzaklığıdır.
x gerçek sayısının mutlak değeri, $|x|$ şeklinde gösterilir.

a) $x > 0$ ise $|x| = x$
b) $x < 0$ ise $|x| = -x$
c) $x = 0$ ise $|0| = 0$

$|x| \geq 0$
Sonuç olarak bir sayının mutlak değerinin alabileceği en küçük değer sıfırdır.



-8 sayısının 8 sayısına olan uzaklığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Aşağıda bazı sayıların mutlak değerleri verilmiştir.

$|4| = 4$ $\quad$ $|54| = 54$
$|-10| = 10$ $\quad$ $|-100| = 100$
$|-18| = 18$ $\quad$ $|-9| = 9$

Örnek

$\dfrac{|-20| + |-10|}{|-5| - |-3|}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\dfrac{|-20| + |-10|}{|-5| - |-3|} = \dfrac{20 + 10}{5 - 3} = 15$ bulunur.

Örnek

$\left| 3| - 2 + 4 | - 2| 5 - 3.4| \right|$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\left| 3| 2 | - 2| 5- 12 | \right| =$

$\left| 3.2 - 2 |-7| \right| =$

$| 6-2.7 | = | 6-14 | = | - 8 | = 8$ bulunur.

Örnek

a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere $2a + 3b + 5c = 52$ veriliyor. Buna göre a nın en büyük değerini bulunuz.

Çözüm

a pozitif tam sayısının en büyük değeri alabilmesi için b ve c ye alabileceği en küçük farklı iki pozitif tam sayı değeri verilmelidir. Buna göre c nin katsayısı daha büyük olduğu için $c = 1$ ve $b = 3$ değerleri alınırsa
$2a + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 52$
$2a = 52 - 14 = 38$
$a = 19$ bulunur.

Örnek

x, y, z birbirinden farklı negatif tam sayılardır. $2x + 3y + z$ ifadesinin en büyük değerini bulunuz.

Çözüm

Birbirinden farklı en büyük üç negatif tam sayı -1, -2, -3 sayılarıdır. x, y, z den katsayısı en büyük olana en büyük negatif tam sayı verilerek çözüm yapıldığında
$2 \cdot (-2) + 3 (-1) + (-3) = -4 - 3 - 3 = -10$ bulunur.

Örnek

En büyük negatif tam sayı ile iki basamaklı en küçük negatif tam sayının toplamını bulunuz.

Çözüm

En büyük negatif tam sayı: -1'dir.
İki basamaklı en küçük negatif tam sayı: -99'dur.
$(-1) + (-99) = -100$ bulunur.

Örnek

a, b ve c negatif tam sayılar olmak üzere $a \cdot b = 8$ ve $b \cdot c = 12$ ise $a + b + c$ ifadesinin en büyük değerinin kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{a.\not{b}}{\not{b}.c} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ise $a = -2$, $c = -3$ ve $b = -4$ alınmalıdır.
$a + b + c = -2 - 3 - 4 = -9$ bulunur.

Örnek

Rakamları birbirinden farklı en büyük üç basamaklı sayı ile rakamları birbirinden farklı 3 basamaklı en küçük negatif çift sayının toplamı kaçtır?

Çözüm

En büyük 3 basamaklı rakamları farklı sayı = 987
En küçük 3 basamaklı rakamları farklı çift sayı = -986
987 + (-986) = 987 - 986
= 1 bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. x, y ve z pozitif tam sayılar olmak üzere $x \cdot y^3 = 1200$ dür. $x = 15 \cdot z$ ise $x + y + z$ ifadesinin değeri en az kaçtır?

2. x, y ve z iki basamaklı birbirinden farklı üç pozitif tam sayı ve $x - y - z = 20$ ise $x + y + z$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

Tek Tam Sayılar

2 ile tam olarak bölünemeyen tam sayılara tek tam sayı denir. $n \in \mathbb{Z}$ için $2n - 1$ ile gösterilen tek tam sayıların birler basamağında 1, 3, 5, 7, 9 rakamlarından biri bulunur.

Çift Tam Sayılar

2 ile tam olarak bölünen tam sayılara çift tam sayı denir. $n \in \mathbb{Z}$ için $2n$ ile gösterilen çift tam sayıların birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri bulunur.

Tek sayılar **T** ve çift sayılar **Ç** ile gösterilerek aşağıdaki özellikler yazılabilir.

a) Toplama ve Çıkarma Özelliği

T + T = Ç	tek + tek = çift	T - T = Ç	tek - tek = çift
T + Ç = T	tek + çift = tek	T - Ç = T	tek - çift = tek
Ç + T = T	çift + tek = tek	Ç - T = T	çift - tek = tek
Ç + Ç = Ç	çift + çift = çift	Ç - Ç = Ç	çift - çift = çift

b) Çarpma Özelliği

Ç · Ç = Ç	çift · çift = çift
Ç · T = Ç	çift · tek = çift
T · T = T	tek · tek = tek

$n \in \mathbb{Z}^+$ için

$T^n = T$	Tek sayının pozitif tam sayı kuvvetleri tek sayıdır.
$Ç^n = Ç$	Çift sayının pozitif tam sayı kuvvetleri çift sayıdır.
$Ç^0 = 1$ $(Ç \neq 0)$	

Örnek

$13^4 - (-5)^0 + (-6)^3 \cdot (-8)^0$ işleminin sonucunun tek sayı mı çift sayı mı olduğunu gösteriniz.

Çözüm

$13^4 - (-5)^0 + (-6)^3 \cdot (-8)^0$

$\underbrace{T}_{Ç} - \underbrace{T}_{Ç} - \underbrace{Ç}_{Ç} \cdot T = Ç - Ç = Ç$ sonuç çifttir.

Örnek

x, y, z birer tam sayı ve $x \cdot y = 2z - 1$ olduğuna göre aşağıdaki durumlardan hangileri doğru olabilir?

a) x ve y tek sayılardır.
b) x ve y çift sayılardır.
c) x çift, y tek sayıdır.
ç) x - y tek sayıdır.
d) x + y tek sayıdır.
e) x tek ve y çift sayıdır.
f) z için herhangi bir şey söylenemez.

Çözüm

$x \cdot y = 2z - 1$ eşitliğinde z tek veya çift olsa bile 2z - 1 tek sayı olur. 2z - 1 tek sayı olduğundan $x \cdot y$ tek sayıdır. İki sayının çarpımı tek sayı ise sayıların ikisi de tek sayı olmalıdır. Buna göre x ve y tek sayılardır ve a ile f seçenekleri doğrudur.

Örnek

m tam sayı ve 5m + 3 ifadesi bir tek sayıdır.

Yukarıda verilen bilgilere dayanarak aşağıdaki her bir ifadenin tek sayı mı çift sayı mı olduğunu belirleyiniz.

a) 9m b) 2m - 7 c) 3m + 1 d) 4m + 6

Çözüm

5m + 3 ifadesi bir tek sayı ise tek sayı ile çift sayının toplamının bir tek sayı olması gerektiğinden 5m ifadesi bir çift sayıdır. Bu yüzden m yerine de bir çift sayı gelmek zorundadır.

a) 9m = T.Ç = Ç
b) 2m - 7 = Ç.Ç - T = Ç - T = T
c) 3m + 1 = T.Ç + T = Ç + T = T
d) 4m + 6 = Ç.Ç + Ç = Ç + Ç = Ç olarak bulunur.

Örnek

a, b, c, d pozitif tam sayılardır. $\frac{2003 \cdot a \cdot b - 2004 \cdot c}{2017} = 2018 \cdot d + 1$ olduğuna göre a ve b nin tek veya çift olma durumlarını belirtiniz.

Çözüm

$$\frac{2003.a.b - 2004.c}{2017} = 2018.d + 1$$

$2003.a.b - 2004.c = 2017.(2018.d + 1)$
$2003.a.b - Ç = T.(Ç + T)$
$2003.a.b - Ç = T.T$
$2003.a.b - Ç = T$
$2003.a.b = T + Ç$
$2003.a.b = T$

2003 ile a.b nin çarpımı tek olduğu için a.b tek olmalıdır. Bundan dolayı a ve b tektir.

Örnek

x, y, z doğal sayılardır. $x + z - 1 = 8y + 5$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangileri daima çifttir?

I. $x \cdot y$
II. $x \cdot z$
III. $y \cdot z$
IV. $(x - z)$
V. $(x + z) \cdot y$

Çözüm

$x + z - 1 = 8y + 5$

$x + z = 8y + 6$ eşitliğinde y tek veya çift olsa bile $8y + 6$ daima çifttir.
Her iki taraf çift olduğu için x ile z nin her ikisi de tek veya her ikisi de çifttir.
Bu durumda IV ve V daima çifttir.

Örnek

En küçük iki basamaklı pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının farkının pozitif değerini bulunuz.

Çözüm

En büyük negatif tam sayı: -1
En küçük iki basamaklı pozitif tam sayı: 10
$10 - (-1) = 11$ bulunur.

Örnek

$(-1)^4 - 2^4 - (-3)^3 - (-5)^0$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$(-1)^4 - 2^4 - (-3)^3 - (-5)^0 = 1 - 16 + 27 - 1$
$= 11$ bulunur.

Örnek

$(-2)^2 \cdot [(3) \cdot (-4) : 2 + 8]$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$4[-12:2 + 8] = 4(-6 + 8) = 4 \cdot 2 = 8$ bulunur.

Örnek

$5^2 - (-5)^3 + [-2^3 + 2^5 + (-1)^8] \cdot 2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

25 + 125 + (-8 + 32 + 1).2 = 150 + 50 = 200 bulunur.

Örnek

İçinde 4 m derinliğinde su bulunan havuzun üzerine su seviyesinden 3 m yüksekliğinde bir tramplen kurulmuştur. Bu tramplen üzerinden havuza atlayan Ceyda havuzda 174 cm derinliğe kadar dalmıştır. Buna göre Ceyda'nın havuza daldığı derinlik ile tramplen arasındaki mesafenin kaç m olduğunu bulunuz.

Çözüm

Su seviyesini 0 m olarak kabul edersek tramplenin su seviyesinden yüksekliğini +3 m, havuzun derinliğini -4 m ve Ceyda'nın daldığı derinliği -1,74 m olarak gösterebiliriz. Ceyda'nın havuza daldığı derinlik ile tramplen arasındaki mesafe

(+3) - (-1,74) = 4,74 olarak bulunur.

Örnek

Bir denizaltı, deniz seviyesinin 1200 m altında bulunmaktadır. Denizaltı, dakikada 130 m olmak üzere toplam 10 dakika daha dalmaya devam ediyor. Deniz seviyesi sıfır kabul edilirse denizaltının bulunduğu son derinliği ifade eden tam sayıyı bulunuz.

Çözüm

Denizaltı başlangıçta deniz seviyesinin 1200 m altında ise bunu -1200 ile gösteririz. Araç, 10 dakikada 1300 m daha dibe iner, yani denizaltının bulunduğu son derinlik, -1200 - 1300 = -2500 m bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. x, y, z tam sayı ve $x < y < z$ olmak üzere aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) $\frac{x-y}{z-y}$ B) $\frac{y-x}{x-z}$ C) $(x-z)\cdot(z-y)$ D) $(y-x)\cdot(z-y)$ E) $(y+x).(y-z)$

2. Bir kimyasal madde $-11°C$ sıcaklıkta iken soğutulmaya başlanıyor. Bu kimyasal maddenin 6 saat boyunca her saat sonunda sıcaklığı $6°C$ azaltılıyor. Buna göre 6. saatin sonunda bu kimyasal maddenin sıcaklığının kaç derece olduğunu bulunuz.

3. 40 soruluk bir sınavda doğru cevaplanan her bir soru için 5 puan verilmekte, yanlış cevaplanan her bir soru için 2 puan silinmektedir. Bengü'nün bu sınavdan 17 doğrusu ve 10 boşu olduğuna göre Bengü sınavda kaç puan almıştır?

4. Bir madenci, yerin 1100 metre altında kömür çıkarırken 400 metre yukarıdaki toplanma alanına çıkıyor. Buna göre madencinin son durumda bulunduğu yeri gösteren tam sayı kaçtır?

5. Ardışık 4 tane doğal sayının toplamı, bu sayıların en küçüğünün 6 katına eşittir. Bu sayıların en büyüğü kaçtır?

6. a çift, b tek doğal sayılar olmak üzere aşağıdakilerden hangileri kesinlikle tektir?

I. $3a + 4b$
II. $(a-b)^{a\cdot b}$
III. $(a+b)^{2023}$
IV. $a^b + b^a$
V. $a\cdot b + 2018$

7. $\frac{2\cdot|-5|-3\cdot|-4|}{-5\cdot|-2|+4\cdot|-3|}$ işleminin sonucunu bulunuz.

8. $\big|\,|5-8|-7\,\big| - \big|\,2\,|\,8-4\,|-5\,|\,2-7|\,\big|$ ifadesinin değerini bulunuz.

9. $|a+2| + |b-3| = 0$ olduğuna göre $|a-b|$ ifadesinin değerini bulunuz.

Asal Sayılar

Sadece kendisine ve 1'e bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayılar** denir.
2'den başka **çift** asal sayı yoktur.

Eratosthenes (Eratosten) Kalburu

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Adım: 1'in üzerine çarpı atılır.
2. Adım: 2 yuvarlak içine alınır ve 2'nin tüm katlarının üzerine çarpı atılır (4, 6, 8, 10, 12, …).
3. Adım: 3 yuvarlak içine alınır ve 3'ün tüm katlarının üzerine çarpı atılır (6, 9, 12, 15, …).
4. Adım: 5 yuvarlak içine alınır ve 5'in tüm katlarının üzerine çarpı atılır (10, 15, 20, 25, …).
.
.
.
Bu işlemler bittiğinde yuvarlak içine alınan sayılar asal sayılardır. Buna göre ilk 100 sayı içindeki asal sayılar; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97'dir.

Örnek

x, y, z asal sayılardır. $z = 11 \cdot (x - y)$ olduğuna göre $x + y + z$ ifadesinin değerinin kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

z nin asal olabilmesi için $x - y = 1$ olmalıdır. Bu durumda $x = 3$, $y = 2$, $z = 11$ olmalıdır.
Sonuç $3 + 2 + 11 = 16$ bulunur.

Örnek

a, b pozitif tam sayılar ve c asal sayı olmak üzere $\frac{7a + 28}{c} = \frac{c^2}{b - 2}$ eşitliğini sağlayan a, b ve c sayılarının toplamını bulunuz.

Çözüm

$\frac{7a + 28}{c} = \frac{c^2}{b - 2} \Rightarrow 7(a + 4) \cdot (b - 2) = c^3$ tür.

c nin asal sayı olması için $a + 4$ ve $b - 2$ çarpanları da 7 olmalıdır.

$c = 7 \mid a + 4 = 7 \mid b - 2 = 7$
$\quad\quad\;\; a = 3 \mid\quad b = 9$ bulunur. Sonuç olarak $a + b + c = 3 + 9 + 7 = 19$ olur.

Örnek

x, y, z asal sayı olmak üzere $x \cdot y + x \cdot z = 4x^2 + 8$ olduğuna göre x + y + z ifadesinin değeri kaçtır?

Çözüm

$x \cdot y + x \cdot z = 4x^2 + 8$ ifadesi çift sayıdır.

$x(y + z) = 2(2x^2 + 4)$ eşitliğinde x = 2 olmalıdır.

Eşitlikte x yerine 2 yazılırsa $y + z = 2 \cdot 2^2 + 4$

$y + z = 12$

$x + y + z = 2 + 12 = 14$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. k bir asal sayı ve m bir doğal sayı olmak üzere $k \cdot m = 3^k$ eşitliği sağlanıyorsa m - k değerini bulunuz.

2. x ile y birer pozitif tam sayı ve k asal sayı olmak üzere $x^2 - y^2 = k$ olduğuna göre x in k türünden değerini bulunuz.

Aralarında Asal Sayılar

1 den başka pozitif ortak böleni olmayan iki veya daha fazla pozitif tam sayıya **aralarında asal sayılar** denir. 1 ile her pozitif tam sayı aralarında asaldır.

Aşağıda aralarında asal bazı sayılar verilmiştir:

5 ile 7 sayıları,
6 ile 7 sayıları,
8 ile 9 sayıları,
5, 6, 7 sayıları ve
4, 6, 15 sayıları aralarında asaldır.

Örnek

a + b ve 6a - b sayıları aralarında asaldır. $\frac{a+b}{6a-b} = \frac{26}{30}$ olduğuna göre $\frac{a}{b}$ kaçtır?

Çözüm

$\frac{a+b}{6a-b} = \frac{\cancel{26}}{\cancel{30}} = \frac{13}{15}$ 13 ile 15 aralarında asal olduğundan sadeleştirme yapılamaz.

$$\begin{array}{r} a + \cancel{b} = 13 \\ +\ 6a - \cancel{b} = 15 \\ \hline 7a = 28 \end{array}$$

a = 4 ve b = 9 olduğundan $\frac{a}{b} = \frac{4}{9}$ bulunur.

Örnek

$5x - y$ ile $x \cdot y$ aralarında asaldır. $\frac{5}{y} - \frac{1}{x} = \frac{46}{20}$ ve x ile y pozitif tam sayılar olduğuna göre y nin alabileceği tam sayı değerini bulunuz.

Çözüm

$\frac{5}{\underset{(x)}{y}} - \frac{1}{\underset{(y)}{x}} = \frac{46}{20}$

$\frac{5x - y}{x \cdot y} = \frac{23}{10}$

$5x - y$ ile $x \cdot y$ aralarında asal olduğundan
$x \cdot y = 10$ ve $5x - y = 23$ olmalıdır.

$x \cdot y = 10$ ise
$x = 1$ ve $y = 10$
$x = 2$ ve $y = 5$
$x = 5$ ve $y = 2$
$x = 10$ ve $y = 1$ durumları vardır.

Bu durumlardan $x = 5$ ve $y = 2$ için $5x-y = 23$ eşitliği sağlandığından $y = 2$ bulunur.

Örnek

a ve b pozitif tam sayılar ve $(a - 2)$ ile $(b + 3)$ aralarında asal sayılardır.
$a \cdot b + 3a - 2b = 23$ ise $b - a = ?$

Çözüm

Verilen eşitlik $(a - 2)$ ile $(b + 3)$ çarpanlarını bulunduracak şekilde düzenlenmelidir.

$a(b + 3) - 2b - 6 = 17$
$a(b + 3) - 2(b + 3) = 17$
$\underbrace{(a - 2)}_{1} \cdot \underbrace{(b + 3)}_{17} = 17$

$a - 2 = 1$ ve $b + 3 = 17$
$a = 3$ $\quad b = 14$
$b - a = 14 - 3 = 11$

Şimdi Yapabilirsin

1. x ve y sayıları aralarında asaldır. $\frac{2x + y}{x + 2y} = \frac{64}{50}$ olduğuna göre $x - y$ değerini bulunuz.

2. $(a - 3)$ ile $(b+ 2)$ aralarında asal sayılardır. $a \cdot b + 2a - 3b = 29$ ise $a + b$ değerini bulunuz.

3. 20 den küçük, 6 ile aralarında asal olan kaç tane pozitif tam sayının olduğunu bulunuz.

4. $x, y \in \mathbb{Z}^+$ ve x ile y aralarında asal sayılardır. $x \cdot (y + 2) = 60$ olduğuna göre kaç tane (x, y) sıralı ikilisinin olduğunu bulunuz.

5. 8, 9, 10, 16, 17, 18 sayı grubundaki sayılardan hangisinin iki asal sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını bulunuz.

6. 10, 15, 23, 31, ? sayı grubu ardışık üç asal sayının toplamları ile oluşturulmuştur. Soru işareti yerine gelecek sayının değerini bulunuz.

Asal Çarpanlara Ayırma

x, y, z pozitif tam sayılar ve a, b, c birbirinden farklı asal sayılar olsun. A pozitif tam sayısının $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ şeklinde yazılmasına A sayısının asal çarpanlara ayrılmış biçimi denir.

Örnek

36 ve 48 sayılarını asal çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ bulunur.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \cdot 3$ bulunur.

Örnek

x ve y pozitif tam sayılardır. $12 \cdot x = y^3$ olduğuna göre x in en küçük değeri için x + y değerini bulunuz.

Çözüm

$12 \cdot x = y^3$

$2^2 \cdot 3^1 \cdot x = y^3$

x yerine $2^1 \cdot 3^2$ yazılırsa $x = 18$ olur.

$2^2 \cdot 3^1 \cdot (2^1 \cdot 3^2) = y^3$

$2^3 \cdot 3^3 = y^3$

$6^3 = y^3 \Rightarrow y = 6$ ve $x + y = 18 + 6 = 24$ bulunur.

Eşitliğin sağ tarafında y^3 bulunduğu için eşitliğin sol tarafındaki her bir asal çarpanın kuvveti, 3 ve 3 ün katı olmalıdır.

Örnek

x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere

$x^2 = 50y$ olduğuna göre x + y ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm

$x^2 = 50 \cdot y$ ifadesinde 50, asal çarpanlarına ayrılır.

$x^2 = 2^1 \cdot 5^2 \cdot y$ (y yerine 2^1 yazılır.)

$x^2 = 2^1 \cdot 5^2 \cdot 2^1 = 2^2 \cdot 5^2$

$x = 2 \cdot 5 = 10$ olur. Dolayısıyla $x + y = 10 + 2 = 12$ olur.

y yerine yanındaki asal çarpanların üsleri, 2 olacak şekilde çarpanlar yazılır.

Örnek

a ve b pozitif tam sayılardır.

$288 \cdot a = b^4$ olduğuna göre a + b ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm

288 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$288 = 2^5 \cdot 3^2$

$2^5 \cdot 3^2 \cdot a = b^4$

$a = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

$2^5 \cdot 3^2 \cdot (2^3 \cdot 3^2) = b^4$

$2^8 \cdot 3^4 = b^4$

$2^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 = b^4$

$b = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ olur.

$a + b = 72 + 12 = 84$ bulunur.

Eşitliğin sağ tarafında b^4 bulunduğu için eşitliğin sol tarafındaki her bir asal çarpanın kuvveti, 4 veya 4 ün katı olmalıdır.

Örnek

$75 \cdot 16^5 \cdot 5^{16}$ sayısı kaç basamaklıdır?

Çözüm

Verilen sayı $A \cdot 10^n$ şeklinde yazılmalıdır.

$75 \cdot 16^5 \cdot 5^{16} = 3 \cdot 5^2 \cdot 2^{20} \cdot 5^{16}$

$= 3 \cdot 2^2 \cdot 5^{18} \cdot 2^{18}$

$= 12 \cdot 10^{18}$

$= 12\underbrace{00...0}_{18 \text{ tane}}$ Sayı, 20 basamaklıdır.

Şimdi Yapabilirsin

1. $180 \cdot k$ ifadesi, pozitif bir tam sayının karesi olduğuna göre k nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

2. $48 \cdot 80 \cdot 250 \cdot 375$ sayısı kaç basamaklıdır?

3. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere $80 \cdot x^2 = y^3$ eşitliğini sağlayan en küçük x sayısı için x + y değeri kaçtır?

4. m ve n pozitif tamsayılardır. $2^{5m} \cdot 5^{2n}$ sayısı 12 basamaklı bir tam sayı olduğuna göre m + n ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

1.2.3. Bir Tam Sayının Pozitif Tam Sayı Bölenleri Sayısı

x, y, z pozitif tam sayılar ve a, b, c birbirinden farklı asal sayılar olsun.

$A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ şeklinde asal çarpanlarına ayrılmış A sayısının

1. Pozitif tam sayı bölen sayısı: $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1)$
2. Negatif tam sayı bölen sayısı: $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1)$
3. Tüm tam sayı bölen sayısı: pozitif tam sayı bölen sayısının 2 katı
4. a çift, b ve c tek tam sayı olmak üzere
   - **a)** Pozitif tek tam sayı bölen sayısı: $(y + 1) \cdot (z + 1)$ (Sadece tek asal çarpanların üslerinin birer fazlası çarpılır.)
   - **b)** Pozitif çift tam sayı bölen sayısı: pozitif tam sayı bölen sayısı - pozitif tek tam sayı bölen sayısı
5. Asal sayı bölenleri kümesi: $\{a, b, c\}$

Örnek

60 sayısının pozitif tam sayı bölen sayısı, negatif tam sayı bölen sayısı ve tam sayı bölen sayısını bulunuz.

Çözüm

Bölen, aynı zamanda çarpan demektir. 60'ın pozitif bölenleri (çarpanları) kümesi ={1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}

60'ın negatif bölenleri (çarpanları) kümesi ={-1,-2,-3,-4,-5,-6,-10,-12,-15,-20,-30,-60}

$60 = 1 \cdot 60$
$60 = 2 \cdot 30$
$60 = 3 \cdot 20$
$60 = 4 \cdot 15$
$60 = 5 \cdot 12$
$60 = 6 \cdot 10$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

Pozitif tam sayı bölen sayısı: $(2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
Negatif tam sayı bölen sayısı: $(2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
Tam sayı bölen sayısı: $2 \cdot 12 = 24$
Pozitif tek tam sayı bölen sayısı: $(1 + 1) \cdot (1 + 1) = 2 \cdot 2 = 4$
Pozitif çift tam sayı bölen sayısı: $12 - 4 = 8$

Örnek

A = 1200...0 sayısının 189 adet asal olmayan tam sayı böleni vardır.
a) A sayısı kaç basamaklıdır?
b) A sayısının kaç tane pozitif tek tam sayı böleni vardır?

Çözüm

a) $1200\cdots00$ sayısındaki 0 sayısı n olsun.

$A = 2^2 \cdot 3 \cdot 2^n \cdot 5^n = 2^{n+2} \cdot 3 \cdot 5^n$ $\quad A = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^5 = 12 \cdot 2^5 \cdot 5^5 = 12 \cdot 10^5$

$2 \cdot (n + 3) \cdot 2 \cdot (n + 1) - 3 = 189$

$(n + 3) \cdot (n + 1) = 48$

$n = 5$ A sayısı 7 basamaklıdır.

b) $A = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^5$ sayısının pozitif tek tam sayı bölen sayısı,
$(1 + 1) \cdot (5 + 1) = 2 \cdot 6 = 12$ bulunur.

Örnek

$6 \cdot 15^a$ sayısının 168 tane tam sayı böleni olduğuna göre a sayısının değerini bulunuz.

Çözüm

$6 \cdot 15^a$ sayısının 168 tane tam sayı böleni varsa 84 tane pozitif tam sayı böleni vardır.

$$6 \cdot 15^a = 2 \cdot 3 \cdot 3^a \cdot 5^a$$
$$= 2^1 \cdot 3^{a+1} \cdot 5^a$$
$$(1 + 1) \cdot (a + 2) \cdot (a + 1) = 84$$
$$\underbrace{(a + 2)}_{7} \cdot \underbrace{(a + 1)}_{6} = 42$$

$a + 2 = 7 \Rightarrow a = 5$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. 120 tam sayısı için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Pozitif tam sayı bölen sayısı kaçtır?

b) Negatif tam sayı bölen sayısı kaçtır?

c) Tam sayı bölen sayısı kaçtır?

ç) Pozitif tek tam sayı bölen sayısı kaçtır?

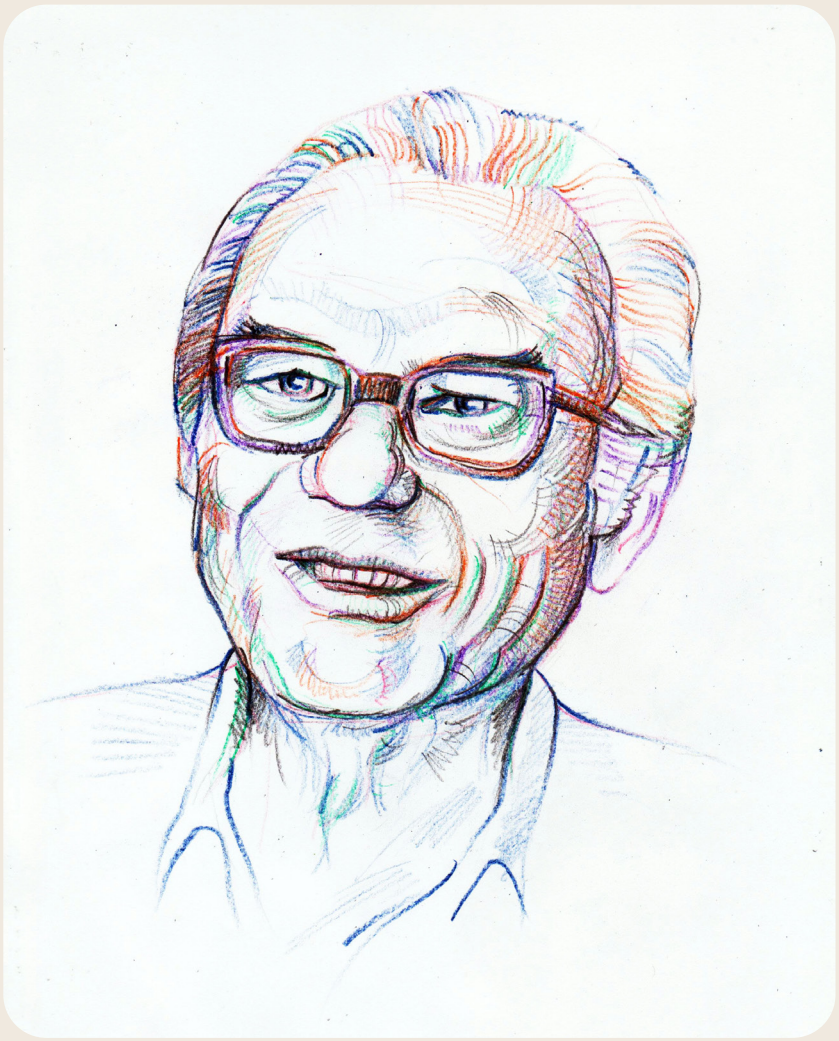
d) Pozitif çift tam sayı bölen sayısı kaçtır?

2. 3.10^a sayısının 64 tane tam sayı böleni varsa 3.10^a sayısı kaç basamaklıdır?

3. A pozitif bir tam sayı olmak üzere $A=9.10^a$ sayısının 213 tane asal olmayan tam sayı böleni vardır. A sayısının pozitif çift tam sayı bölenlerinin sayısını bulunuz.

4. a pozitif tam sayı olmak üzere 144.2^a sayısının tam bölenlerinin sayısı 36 ise a kaçtır?

Zamanda Yolculuk



Prof. Dr. Cahit Arf (1910-1997)

Cahit Arf, cebir konusundaki çalışmalarıyla tanınmış dünyaca ünlü Türk matematikçidir. Selanik doğumlu Arf, yükseköğrenimini Fransa'da tamamladıktan sonra İstanbul Üniversitesinde bir süre doçent adayı olarak çalışmıştır. Daha sonra doktora eğitimi için gittiği Almanya'dan dönüp İstanbul Üniversitesinde profesörlük ve ordinaryüs profesörlüğe yükselmiştir. 1967'de Orta Doğu Teknik Üniversitesinde öğretim üyeliğine getirilmiştir. 1980 yılında emekli olan Arf, TÜBİTAK'a bağlı Gebze Araştırma Merkezinde görev almıştır. Cahit Arf, 1997'de bir kalp rahatsızlığı nedeniyle vefat etmiştir.

Cebir ve sayılar teorisi ile elastisite teorisi alanlarında başarılı çalışmalar yapan Arf, yirmiden fazla orijinal yayında bulunmuştur. Matematik literatürüne **Arf halkaları, Arf değişmezleri, Arf kapanışı** gibi kavramların yanı sıra **Hasse-Arf Teoremi** olarak anılan teoremi de kazandırmıştır.

Arf, matematiği bir meslek dalı olarak değil; bir yaşam tarzı olarak görmüştür. Öğrencilerine her zaman "Matematiği ezberlemeyin, kendiniz yapın ve anlayın." demiştir.
Cahit Arf <https://research.sabanciuniv.edu/id/eprint/7628/1/CAHIT_ARF_-_Virg%C3%BCl.doc>

Kendimizi Sınayalım

1. x, y, z pozitif tam sayılardır.
$x \cdot y = 13$ ve $y \cdot z = 17$ ise $x - y - z$ kaça eşittir?

A) -5 **B)** -4 **C)** 4
D) 7 **E)** 8

2. a ve b birer tam sayı olmak üzere
$16 < a + b < 28$ ve $\frac{a+b}{b} = 4$ olduğuna göre a-b değeri en çok kaçtır?

A) 8 **B)** 12 **C)** 14
D) 15 **E)** 18

3. $-2 - 3 + 2 \cdot (-4) - 5 \cdot (-2) \cdot 2 + 10 : (-2)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -38 **B)** -12 **C)** -2
D) 2 **E)** 12

4. a, b, c pozitif tam sayılar ve $\frac{a \cdot b + 2}{6} = c$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) a çift sayıdır.
B) b çift sayıdır.
C) c çift sayıdır.
D) a ve b çift sayılardır.
E) a veya b çift sayıdır.

5. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere $2a + 3b = 27$ koşulunu sağlayan kaç tane b değeri bulunur?

A) 9 **B)** 4 **C)** 3
D) 2 **E)** 1

6. $x < y < 0$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) $x + y$ **B)** $\frac{y}{2}$ **C)** $x^2 - 3y$
D) $\frac{4x - y}{2}$ **E)** $\frac{x + y}{y - x}$

7. Aşağıdakilerden hangisi bir çift sayıdır?

A) $5^{11} + 2^9$ **B)** $5^3 \cdot 11^3 + 10!$ **C)** $9^4 - 8^3$
D) $9! - 7! + 2$ **E)** $3^{14} \cdot 8! + 7^{10}$

8. x, y, z pozitif tam sayılardır. $x \cdot y = 4$ ve $x \cdot z = 9$ olduğuna göre $x + y - z$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -5 **B)** -4 **C)** -3
D) -2 **E)** 1

9. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere $3a + 4b + 2c = 63$ olduğuna göre b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 10 **B)** 11 **C)** 14
D) 24 **E)** 35

10. $a > b > c$ olmak üzere a, b, c asal rakamlarını kullanarak kaç tane üç basamaklı abc sayısı yazılabilir?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 7 **E)** 10

Kendimizi Sınayalım

11. a, b, c farklı birer asal sayı olmak üzere $(a+b)^c = 64$ eşitliği veriliyor. a + b + c ifadesinin değeri kaç olur?

A) 4 **B)** 7 **C)** 9
D) 10 **E)** 18

12. $A = 91^3 \cdot 76^2 \cdot 105^8$ sayısının asal çarpanlarının en büyüğü ile en küçüğü arasındaki fark kaçtır?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10
D) 11 **E)** 17

13. x, y, z tam sayı olmak üzere $\frac{x \cdot y + 5}{4} = z$ için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) x tek ise z çifttir.
B) x tek ise z çifttir.
C) x ve y çifttir.
D) x ve y tektir.
E) z tek, y çifttir.

14. Rakamları farklı üç basamaklı dört pozitif tam sayının toplamı 430 olduğuna göre bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

A) 124 **B)** 128 **C)** 129
D) 132 **E)** 138

15. $A=24.5^a$ sayısının 77 tane asal olmayan tam sayı böleni olduğuna göre a kaçtır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 7 **E)** 8

16. 120 m yüksekliğe çıkıldığında hava sıcaklığının 1°C azaldığı varsayılsın. Buna göre yükseklik farkı 4800 m olan iki noktadan birinde hava sıcaklığı 6°C olduğuna göre diğer noktada hava sıcaklığı kaç °C olabilir?

A) + 46 **B)** + 44 **C)** + 42
D) - 34 **E)** - 36

17. a pozitif bir tam sayı olmak üzere $4^a \cdot 27$ sayısının pozitif tam bölen sayısı 60 olduğuna göre a kaçtır?

A) 2 **B)** 3 **C)** 5
D) 6 **E)** 7

18. $x \cdot y < 0$, $y \cdot z > 0$, $x^3 \cdot y^2 < 0$ olduğuna göre x, y, z tam sayılarının işaretleri sırasıyla nedir?

A) +, +, - **B)** +, +, + **C)** -, -, -
D) -, +, - **E)** -, +, +

19. -15 - 14 - ... - 2 - 1 + 1 + 2 + ⋯ + 17 işleminin sonucu kaçtır?

A) 22 **B)** 33 **C)** 35
D) 46 **E)** 48

20. Geçerli durumlar için bir pozitif doğal sayının birler basamağındaki rakamı 4, onlar basamağındaki rakamı 5 artırıyor ve binler basamağındaki rakamı 1 azaltıyor. Sayının değeri, son durumda nasıl değişmiştir?

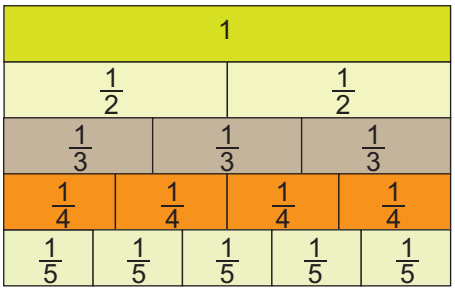
A) 46 artmıştır.
B) 46 azalmıştır.
C) 946 artmıştır.
D) 946 azalmıştır.
E) Değişmemiştir.

1.3. RASYONEL SAYILAR

1.3.1. Rasyonel Sayıların Tarihsel Gelişimi

Etkinlik

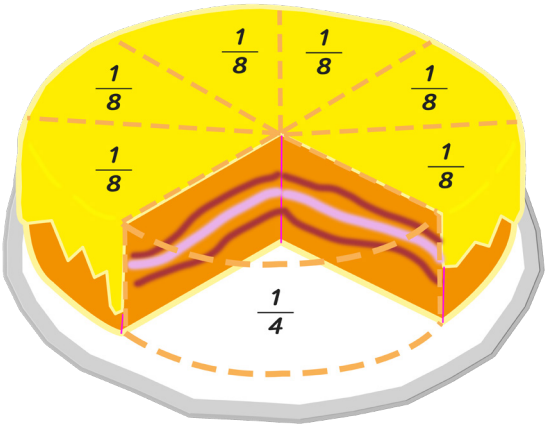
Rasyonel sayıların ve ondalık gösteriminin tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



Kesir kavramına yönelik en erken delile, Mısır matematiğinde rastlanmaktadır. Kesirler MÖ 1800'lü yıllarda Babil Uygarlığı'nda kullanılmıştır.

Paydaları farklı olan kesirlerin toplamıyla ilgili ilk formülleştirmeyi, Mısırlı matematikçiler keşfetmiştir. Çarpma kavramı yardımıyla birim kesirlerle ilgili daha ileri çalışmaları, Müslüman bilim insanlarının yapmış olduğu düşünülmektedir. Müslüman bilim insanları, $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10}$ şeklinde kesirlerin çarpımını da kullanarak birimi kesir cinsinden parçalamışlardır.

Kesir kavramı 11. yüzyılda Ömer Hayyam tarafından ortaya atılmıştır. Hayyam, bir kesri iki sayının birbirine bölümü olarak yorumlamış ve açıklamıştır.
(Argün vd., 2014)



Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Ömer Hayyam (1048-1131)
Asıl adı, Giyaseddin Ebu'l Feth Bin İbrahim El Hayyam'dır. İran'ın Nişabur kentinde doğmuştur. Astronom, bilim insanı, şair ve filozoftur.

Matematik, fizik, metafizik, astronomi ve tıp gibi rasyonel ilimler dışında şiirle de yakından ilgilenmiş ve bu alanlarla ilgili eserler vermiştir. Gerek kendi yaşadığı dönemde gerekse sonraki çağlarda yazılan kaynaklarda Ömer Hayyam'ın; çağının bilgilerini edindiği, o alanlarda derin tartışmalara girdiği, fıkıh, ilahiyat, edebiyat, tarih, fizik ve astronomi okuttuğu yazılıdır. En büyük eseri "Cebir Risalesi"dir. Matematik bilgisi ve yeteneği zamanının çok ötesinde olan Ömer Hayyam, denklemlerle ilgili başarılı çalışmalar yapmıştır. Bunun yanı sıra, binom açılımını ve bu açılımdaki katsayıları da bulan ilk kişidir. Hayyam, yaptığı çalışmaların çoğunu kaleme almamıştır ancak kendisi birçok teori ve icadın isimsiz kahramanıdır. 21 Mart 1079 tarihinde tamamladığı "Celali takvimi" olarak bilinen takvim için büyük çaba sarf etmiştir. Güneş yılına göre düzenlenen bu takvim, 5000 yılda bir gün hata verirken bugün kullandığımız "Gregoryen takvimi" 3330 yılda bir gün hata vermektedir. Bugün Ömer Hayyam'ın eserlerinden 18 tanesinin adı bilinmektedir.

Matematik ve geometriye ait eserleri:

1. Ziyc-i Melikşahi (astronomi ve takvime dair) 2. Kitabün fi'l Burhan ül Sıhhat-ı Turuk ül Hind (geometriye dair) 3. Risaletün fi Berahin İl Cebr ve Mukabele (cebir ve denklemlere dair) 4. Müşkilat'ül Hisab (aritmetiğe dair) 5. Nevruzname (takvim ve yılbaşı tespitine dair). Ömer Hayyam, < https://matematik.dpu.edu.tr/index/sayfa/3121/omer-hayyam>, (ET:10.10.2022/23.02).

Rasyonel Sayılar

a ve b tam sayılar, $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde ifade edilen sayılara rasyonel sayılar denir ve rasyonel sayılar kümesi, $\mathbb{Q}$ sembolü ile gösterilir.

$\frac{a}{b}$ → pay, → payda, kesir çizgisi

Kesir Çeşitleri

a) Basit Kesir: Payı paydasından **mutlak** değerce küçük olan kesirlere denir.

$\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, 0 , $\frac{-2}{5}$, $\frac{-1}{4}$,... gibi sayılar basit kesirdir.

b) Bileşik Kesir: Payı, paydasından **mutlak** değerce büyük veya paydasına eşit olan kesirlere denir.

$\frac{5}{2}$, $\frac{-23}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{-10}{2}$,... gibi sayılar birer bileşik kesirdir.

c) Tam Sayılı Kesir: Bir tam sayı ve bir basit kesrin yan yana yazılması ile elde edilen kesirlerdir.

$1\frac{1}{10}$, $-2\frac{3}{5}$, $12\frac{1}{5}$, $-3\frac{4}{7}$, ... gibi kesirler birer tam sayılı kesirdir.

Uyarı

a) $b \neq 0$ için $\frac{0}{b} = 0$

b) $b \neq 0$ için $\frac{b}{0}$ tanımsız

c) $\frac{0}{0}$ belirsiz

1.3.2. Rasyonel Sayılarda İşlemler

Rasyonel Sayılarda Toplama İşlemi

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ için $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$ dir.

$\left(\frac{a}{b}\right)_{(d)} + \left(\frac{c}{d}\right)_{(b)}$

Örnek

$\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{43}{35}$ bulunur.

$\left(\frac{3}{7}\right)_{(5)} + \left(\frac{4}{5}\right)_{(7)}$

Not

Her tam sayı, paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Örnek

$\frac{-2}{5} + \frac{4}{9}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{-2}{5} + \frac{4}{9} = \frac{-2 \cdot 9 + 4 \cdot 5}{5 \cdot 9} = \frac{-18 + 20}{45} = \frac{2}{45}$ bulunur.

Örnek

$\frac{3}{5}+\frac{4}{9}+\frac{7}{45}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{5}+\frac{4}{9}+\frac{7}{45}=\frac{27}{45}+\frac{20}{45}+\frac{7}{45}=\frac{54}{45}=\frac{6}{5}$ bulunur.

$\frac{3}{5}_{(9)}\ \frac{4}{9}_{(5)}\ \frac{7}{45}_{(1)}$

Rasyonel Sayılarda Çıkarma İşlemi

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ için $\frac{a}{b}_{(d)}-\frac{c}{d}_{(b)}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$ dir.

Örnek

$\frac{4}{5}-\frac{5}{9}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{4}{5}_{(9)}-\frac{5}{9}_{(5)}=\frac{36-25}{45}=\frac{11}{45}$ bulunur.

Rasyonel Sayılarda Çarpma İşlemi

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ için $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$ dir.

Örnek

$\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{7}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{7}=\frac{3\cdot 4}{5\cdot 7}=\frac{12}{35}$ bulunur.

Rasyonel Sayılarda Bölme İşlemi

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ için $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$ dir.

Örnek

$\frac{3}{5}:\frac{1}{4}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{1}=\frac{12}{5}$ bulunur.

Not

Bölme işleminde birinci rasyonel sayı aynen bırakılır, ikinci rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi birincisiyle çarpılır.

Örnek

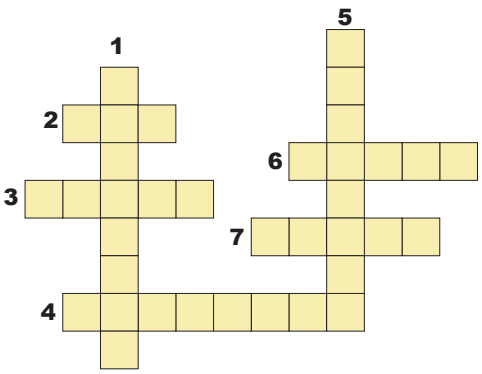
$\dfrac{1-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)}{1-\frac{1}{3}:\frac{1}{2}+\frac{1}{5}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\dfrac{1-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)}{1-\frac{1}{3}:\frac{1}{2}+\frac{1}{5}} = \dfrac{1-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{4}\right)}{1-\frac{1}{3}\cdot 2+\frac{1}{5}} = \dfrac{1-\frac{2}{3}\cdot 4}{1-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}} = \dfrac{\frac{-5}{3}}{\frac{8}{15}} = \dfrac{-25}{8}$ bulunur.

Bulmaca

Aşağıdaki bulmacada yer alan boşlukları, soruları okuyarak uygun ifadelerle doldurunuz.



1. $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde ifade edilen ve $\mathbb{Q}$ sembolü ile gösterilen sayı kümesi
2. Rasyonel sayıda kesir çizgisinin üstünde kalan sayı
3. Rasyonel sayıda kesir çizgisinin altında kalan sayı
4. Rasyonel sayının $\frac{0}{0}$ durumu
5. Rasyonel sayının $\frac{\text{sayı}}{0}$ durumu
6. Rasyonel sayının $\frac{0}{\text{sayı}}$ durumu
7. Bütün ve parçalarını gösteren sayı

Rasyonel Sayılarda Sıralama

1. Payları eşit olan pozitif iki rasyonel sayıdan paydası küçük olan, diğerinden büyüktür.
2. Paydaları eşit olan pozitif iki rasyonel sayıdan payı büyük olan, diğerinden büyüktür.
3. Negatif rasyonel sayılarda sıralama ise pozitif rasyonel sayılardaki durumun tersidir.

Örnek

$\frac{3}{5}$ ile $\frac{4}{7}$ rasyonel sayılarını sıralayınız.

Çözüm

1. Yol $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}$ paydalar eşitlenirse $\frac{21}{35}$ ve $\frac{20}{35}$ olur.
$\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$ sonucu bulunur, $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$ dir.

2. Yol $\frac{3}{5}$ ve $\frac{4}{7}$ rasyonel sayılarında **önce** 3 ile 7 çarpılır: $3 \cdot 7 = 21$. Sonra 4 ile 5 çarpılır: $4 \cdot 5 = 20$ olur. 21 ile 20 sayıları $21 > 20$ olarak sıralandığına göre $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$ olur.

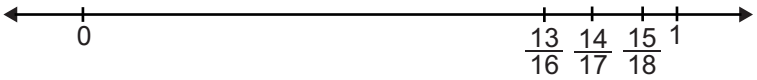
3. Yol Paylar eşitlenirse $\frac{12}{20}, \frac{12}{21}$ olur. Paydası büyük olan daha küçük olacağından $\frac{12}{20} > \frac{12}{21}$, buradan $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$ olur.

Örnek

$a = \frac{15}{18}$, $b = \frac{14}{17}$, $c = \frac{13}{16}$ sayılarını sıralayınız.

Çözüm

Verilen sayıların pay ve paydaları arasındaki fark sabit ve 3'tür.



1'e yakınlık sırasına göre $c < b < a < 1$ olur.

Uyarı

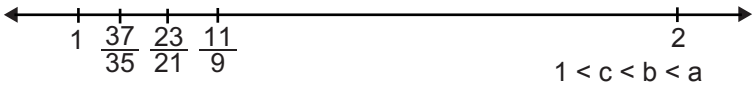
Pay ve paydası arasındaki fark aynı olan pozitif basit kesirlerden paydası büyük olan 1'e daha yakındır.

Örnek

$a = \frac{11}{9}$, $b = \frac{23}{21}$, $c = \frac{37}{35}$ sayılarını sıralayınız.

Çözüm

Verilen sayıların pay ve paydaları arasındaki fark sabit ve 2'dir.



$1 < c < b < a$

Uyarı

Pay ve paydası arasındaki fark aynı olan pozitif bileşik kesirlerden paydası büyük olan 1'e daha yakındır.

Örnek

$a = \frac{-3}{5}$, $b = \frac{-7}{10}$, $c = \frac{-6}{19}$ rasyonel sayılarını sıralayınız.

Çözüm

Önce verilen rasyonel sayıların payları eşitlenir.

$a = \frac{-3}{5} = \frac{-42}{70}$ $_{(14)}$, $b = \frac{-7}{10} = \frac{-42}{60}$ $_{(6)}$, $c = \frac{-6}{19} = \frac{-42}{133}$ $_{(7)}$

Buna göre payı eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası büyük olan daha küçüktür. Fakat sayılar negatif olduğu için sıralama ters çevrilir. Bu durumda $b < a < c$ olur.

Örnek

$\frac{3x+19}{x+2}$ kesrinin bir tam sayı belirtmesi için kaç farklı x değeri vardır?

Çözüm

$$\frac{3x+19}{x+2} = \frac{3x+6}{x+2} + \frac{13}{x+2}$$

$$\frac{3x+19}{x+2} = 3 + \frac{13}{x+2}$$

$x + 2$ yerine 13 ün bölenleri olan -1, 1, -13, 13 sayıları yazıldığında tam sayılar elde edilir.

$x + 2 = 1$ ise $x = -1$,

$x + 2 = -1$ ise $x = -3$,

$x + 2 = 13$ ise $x = 11$,

$x + 2 = -13$ ise $x = -15$ olur ve x in 4 farklı değeri vardır.

Örnek

$A = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$ ise $\frac{17}{8} - \frac{8}{9} + \frac{41}{10}$ işleminin A ya bağlı değerini bulunuz.

Çözüm

1. Yol $\frac{17}{8} = 2 + \frac{1}{8}$

$\frac{-8}{9} = -1 + \frac{1}{9}$

$+ \frac{41}{10} = 4 + \frac{1}{10}$ olur.

$\frac{17}{8} + \frac{-8}{9} + \frac{41}{10} = 5 + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = 5 + A$

2. Yol $A = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$ $X = \frac{17}{8} - \frac{8}{9} + \frac{41}{10}$ olsun.

İkinci ifade -1 ile çarpılıp A ve -X taraf tarafa toplanır.

$+ \quad -X = \frac{-17}{8} + \frac{8}{9} - \frac{41}{10}$

$A - X = -2 + 1 - 4$

$X = A + 5$ bulunur.

Ondalık Gösterim

Basamak değeri sisteminin bir gelişmesi olan sayıların ondalık gösterimi, aslında rasyonel sayı fikrine dayanmaktadır. Rasyonel sayı, literatürde ondalık sayılar olarak yer almaktadır. Fakat ondalık sayı diye bir sayı türü yoktur. Ondalık sayı, sadece sayıların gösterim biçimlerinden biridir.

$\frac{5}{10} = 0,5$ ve $\frac{127}{10^3} = 0,127$ ifadeleri birer ondalık gösterimdir.

Ondalık gösterimde tam ve ondalık kısımların ayrımı için virgül kullanılır. Ondalık gösterimlerinde önemli olan tam sayı ve rasyonel sayılar arasındaki ilişkidir.

Örnek

a) (0,73 - 0,24) + 0,65 işleminin sonucu kaçtır?

b) 0,25 · 2,34 işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

a)

$$\begin{array}{r} 0,73 \\ -\ 0,24 \\ \hline 0,49 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,49 \\ +\ 0,65 \\ \hline 1,14 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 2,34 \\ \times\ 0,25 \\ \hline 1170 \\ 468 \\ +\ 000 \\ \hline 0,5850 \end{array}$$

Çarpanların virgülden sonraki basamak sayıları toplamı 4 olduğundan işlemin sonucu virgülden sonra 4 basamak olur.

Örnek

x pozitif bir ondalık ifadedir. $x+\frac{3}{8}$ ifadesi bir tam sayı belirttiğine göre x in virgülden sonraki kısmının kaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3}{8}=0,375$ ve $x+0,375$ tam sayı olduğuna göre x in ondalık gösteriminde $1-0,375=0,625$ olur. x in virgülden sonraki kısmı 625'tir.

Örnek

$\frac{3,4}{0,34}+\frac{3,4}{0,1}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{3,4}{0,34}$ rasyonel sayısında pay ve payda 100 ile çarpıldığında $\frac{340}{34}=10$ olur,

benzer şekilde $\frac{3,4}{0,1}$ kısmının da pay ve paydası 10 ile çarpıldığında $\frac{34}{1}=34$ olur.

Buradan $10+24=34$ bulunur.

Örnek

1-0,4354 işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

1. Yol:

$$\begin{array}{r} 1,0000 \\ -\ 0,4354 \\ \hline 0,5646 \end{array}$$ bulunur.

2. Yol: Bu işlemin sonucu kısa yoldan 0,4354 sayısının on binde birler basamağındaki rakam 10'a tamamlanıp diğer rakamlar ise 9'a tamamlanarak bulunur.
1 - 0,4354 = 0,5646 bulunur.

Örnek

Ayşe pazarda parasının $\frac{1}{4}$ ü ile meyve, $\frac{1}{3}$ ü ile sebze, $\frac{1}{6}$ sı ile de süt ürünleri almıştır. Ayşe'nin geriye 60 lirası kaldığına göre tüm parasının kaç lira olduğunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ rasyonel sayılarının paydaları, 12'de eşitlenir. $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{12}$ olur.

Bir çubuk çizilip 12 eşit parçaya bölünür.



$\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{2}{12}$

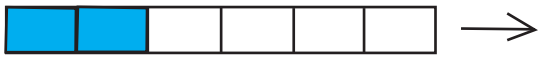
Kalan üç eşit parça 60 olduğundan her bir parça 20 olur. Cevap $20 \cdot 12 = 240$'tır.

Örnek

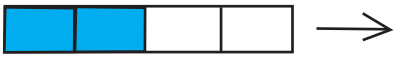
Bir öğretmen maaşının $\frac{1}{3}$ üyle kirasını, daha sonra kalanının yarısı ile mutfak masrafları ve faturalarını ödemiştir. Geriye 3000 lirası kaldığına göre öğretmen maaşı kaç liradır?

Çözüm

$\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{2}$ nin paydaları 6'da eşitlenir. Bir çubuk çizip 6 parçaya bölelim.



→ 6 parçanın $\frac{1}{3}$ ü 2 parça yapar.



→ kalan paranın $\frac{1}{2}$ si 2 parça yapar.

Son durumda 2 parça kalır. Kalan 2 eşit parça 3000 olduğundan, her parça 1500 olur. Dolayısıyla maaş 6.1500=9000 lira olur.

Örnek

Bir çubuğun önce $\frac{1}{3}$ ü, sonra kalanının $\frac{2}{3}$ ü kesiliyor. Kalan parça 20 cm ise tüm çubuğun uzunluğu kaç cm'dir?

Çözüm

$\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarının paydası 3 olmasından dolayı 3'e tam bölünecek bir çubuk çizelim. Bu çubuğu başlangıçta 9 parçaya ayıralım.



Önce çubuğun $\frac{1}{3}$ ü kesildi ve geriye 6 parça kaldı. Daha sonra ise



kalan parçanın $\frac{2}{3}$ ü, yani 6. $\frac{2}{3}$ = 4 parçası kesildi. Geriye 2 parça kaldı.

Kalan 2 eş parça 20 cm ise her bir parça 10 cm'dir. Başlangıçta 9 parça olduğu için 9.10 = 90 cm olur.

Şimdi Yapabilirsin

1. Ayşe ile Zeynep birbirlerine toplam 300 ileti gönderiyorlar. Ayşe iletilerin $\frac{2}{5}$ ini, Zeynep ise $\frac{4}{15}$ ini gönderdikten sonra haberleşmeye ara veriyorlar. Tekrar ileti göndermeye başladıktan sonra ikisi de eşit miktarda ileti gönderdiğine göre Zeynep kaç ileti göndermiştir?

2. Burak parasının önce $\frac{1}{2}$ sini, sonra kalan parasının $\frac{1}{3}$ ünü, en sonunda da kalan parasının $\frac{1}{4}$ ünü harcıyor. Buna göre Burak parasının kaçta kaçını harcamıştır?

Kendimizi Sınayalım

1. $\dfrac{\left(3-\frac{1}{2}\right):\left(1-\frac{4}{3}\right)}{\left(3-\frac{1}{3}\right):5}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{-145}{4}$ **B)** $\frac{170}{6}$ **C)** $\frac{-187}{16}$ **D)** $\frac{-223}{16}$ **E)** $\frac{-225}{16}$

2. $\dfrac{(0,01+0,1+0,001)\cdot 30}{(0,3+0,03+0,003)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 20 **B)** 10 **C)** 5 **D)** $\frac{1}{10}$ **E)** $\frac{1}{2}$

3. $\dfrac{\left(2002+\frac{1}{3}\right)-\left(2000+\frac{1}{3}\right)}{\left(202-\frac{1}{3}\right)-\left(200-\frac{1}{3}\right)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 **B)** $\frac{5}{2}$ **C)** $\frac{3}{2}$ **D)** 1 **E)** $\frac{1}{2}$

4. $\left[\frac{1}{2}+\frac{3}{2}:\frac{7}{2}\right]\cdot\left(-4\frac{1}{3}\right)^{-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{-3}{14}$ **B)** $\frac{3}{14}$ **C)** $\frac{-4}{13}$ **D)** $\frac{4}{13}$ **E)** $\frac{-1}{13}$

5. $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{48}\right)\cdot x = 147$ ise x in değeri kaçtır?

A) 22 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

6. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{5}{2}+\frac{6}{3}+\ldots+\frac{19}{2}+\frac{20}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{220}{3}$ **B)** $\frac{242}{3}$ **C)** $\frac{251}{3}$ **D)** $\frac{257}{3}$ **E)** $\frac{260}{3}$

7. $\frac{1}{0,04}+\frac{6}{1,2}-\frac{0,45}{0,09}-\frac{2,1}{4,2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{51}{2}$ **B)** $\frac{49}{2}$ **C)** $\frac{47}{2}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** 5

8. $\left(\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{5}:\frac{5}{2}}\right)\cdot\dfrac{\frac{1}{5}}{16}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{5}$ **D)** $\frac{1}{6}$ **E)** $\frac{1}{7}$

9. $\frac{2x+41}{x+3}$ kesrinin bir tam sayı belirtmesi için kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 12

10. $A=\frac{5}{2}+\frac{13}{5}+\frac{13}{7}$ olduğuna göre $\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{7}$ ifadesinin A ya bağlı değeri kaçtır?

A) A + 3 **B)** A + 2 **C)** A + 1 **D)** A - 2 **E)** A - 6

Kendimizi Sınayalım

11. $\frac{1}{5}$ inin $\frac{2}{3}$ ü 14 olan sayının $\frac{1}{3}$ ü kaçtır?

A) 32 **B)** 33 **C)** 34 **D)** 35 **E)** 36

12. Aşağıdaki sayılardan hangisi $\left(\frac{2}{7}, \frac{3}{5}\right)$ nda bulunur?

A) $\frac{5}{7}$ **B)** $\frac{3}{14}$ **C)** $\frac{11}{35}$ **D)** $\frac{15}{56}$ **E)** $\frac{5}{24}$

13. $\frac{1-\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}$ İşleminin sonucu kaçtır?

A) -2 **B)** -1 **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** 1 **E)** 2

14. $\frac{4}{5}+\frac{44}{55}+\frac{444}{555}+\frac{4444}{5555}+\frac{44444}{55555}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

15. $a=\frac{2}{5}$, $b=\frac{5}{7}$, $c=\frac{7}{10}$, $d=\frac{7}{11}$ olduğuna göre a, b, c, d kesirlerinin sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) a<b<c<d **B)** a<c<b<d **C)** a<d<c<b **D)** a<b<d<c **E)** a<d<b<c

16. $\frac{1}{xy,xy}=\frac{4}{303}$ olduğuna göre 0,xy ifadesinin kesirli gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{4}{5}$ **D)** $\frac{3}{5}$ **E)** $\frac{2}{5}$

17. $1-\frac{2}{3-\frac{1}{1+\frac{1}{3}}} : \frac{1}{18}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -12 **B)** -13 **C)** -14 **D)** -15 **E)** -16

18. $x=\frac{13}{15}$ $y=\frac{103}{105}$ $z=\frac{1005}{1007}$ olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) x>y>z **B)** x>z>y **C)** z>x>y **D)** z>y>x **E)** y>x>z

19. 7,35753 >7,35AA6 olduğuna göre A rakamının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 6 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 21 **E)** 28

20. $2016\frac{3008}{2001}-2017\frac{1007}{2001}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 7 **E)** 2004

1.4. ÜSLÜ VE KAREKÖKLÜ İFADELER

1.4.1. Üslü ve Kareköklü İfadelerin Tarihsel Gelişimi

Etkinlik

Üslü, kareköklü ifadeler ve karekök sembolünün tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Üslü Sayıların Tarihsel Gelişimi

Üs (kuvvet) ve üstel fonksiyon kavramına uygun gösterimler geliştirilmesi ve tanıtılmasında Fransız matematikçi Augustin Louis Cauchy (Ogustin Luis Koşi) liderlik etmiştir. "Courd d'Analyse" (Kord Danalays) kitabında Cauchy; genel üs, kök ve logaritmalarla ilgili işlemlerde kolaylık sağlaması için geliştirdiği gösterimleri tanıtmıştır. Üs, kök ve logaritma kavramlarının gösterimleri ve terminolojisi, 1846 yılında Cauchy'nin çalışmalarından sonra dikkatleri daha fazla çekmiştir.

18 446 744 073 709 551 615 Adet Buğday Tanesi



Eski zamanlarda savaş stratejilerini çok seven ve sürekli bunları uygulamaktan hoşlanan bir kral yaşarmış. Kral halkını ve ordusunu sudan sebeplerle savaşa sokarak değişik hamlelerle zafer kazanmayı amaçlarmış. Kralın savaş merakından usanan halk, bu sorununa çare aramaya başlamış. Halk, ülkenin Bilge'sine başvurmuş. Bilge, uzun bir düşünme sürecinin ardından bu soruna çözüm bulmuş. Kralın huzuruna çıkan Bilge, Kral'a bir hediye sunmak istediğini söylemiş. Çok mutlu olan Kral merakla hediyeyi beklemiş. Bilge, Krala bir kutu uzatıp "Kralım siz savaşmayı çok seviyorsunuz. Bu sebeple size aynı gün içerisinde defalarca savaşma imkânı verecek bir oyun getirdim. Bu ufak taşlar askerleriniz. İki tane atlı birliğiniz ve iki tane de filli askeriniz var. Yine aynı şekilde iki tane savaş arabanız var (kale). Siz de bu oyunun şahısınız ve bir de yardımcınız olan vezir var. Bu gördüğünüz satranç tahtası üzerinde karşıdaki rakibi zekice hamlelerinizle yenmek için mücadele edeceksiniz. Bu oyunun adı satrançtır." Bilgenin getirdiği satranç oyunundan memnun kalan Kral, Bilge'ye bu güzel oyun için ne ödül istediğini sormuş. Bilge, satranç tahtasında 64 kare bulunduğunu ve birinci kare için bir adet buğday, bir sonraki kare için birinci karedekinin iki katı kadar buğday, üçüncü kare için ikinci karedekinin iki katı kadar buğday gelecek şekilde bütün karelere denk gelecek kadar buğday istediğini söylemiş. Hesaplamalar yapıldığında Bilge'nin istediği buğday tanesi adetinin 18 446 744 073 709 551 615 tane olduğu ortaya çıkmış. Kıvrak zekâlı Bilge'nin buğday hikâyesi nesilden nesile anlatılmış.

Zamanda Yolculuk



Augustin Louis Cauchy [Ogustin Luis Koşi (1789-1857)]

Cauchy, 1789'da Paris'te doğan ünlü Fransız matematikçisidir.

1814 yılında, karmaşık fonksiyonlar kuramını geliştirdi. Bugün, Cauchy teoremi adıyla bilinen ünlü teoremi ifade ederek ispatladı. Bu alanda integraller ve bunların hesaplama yöntemleri yine Cauchy tarafından verildi. 1815 yılında, Fermat'ın bir teoreminin ispatını verdi. 1816 yılında sıvılar üzerinde dalgaların yayılmasının kuramını içeren yaptıyla Akademi ödülünü aldı. 1815 yılında Polytechnique'te analiz öğretmeni ve profesör oldu. Sorbonne'a ve College de France'a girdi.Akademiye haftada iki çalışma sunuyordu. Geliştirdiği ve yaptığı çalışmaları öğrenmek için Avrupa'nın her yanından matematikçiler geliyordu. 1816 yılında Akademiye başkan seçildi.Paris Fen Fakültesi matematiksel gökbilim profesörlüğüne atandı ve 1852 yılına dek bu görevine devam etti.

Fonksiyonlar kuramında da çok yenilikleri olan Cauchy, Cauchy - Riemann denklemleri, Cauchy teoremi, Cauchy integral formülü ve Cauchy esas değeri buluşları sayılabilir. Cauchy, <https://matematik.dpu.edu.tr/index/sayfa/3128/augustin-louis-cauchy>,(ET: 10.10.2022/23.25).

Kareköklü Sayıların Tarihsel Gelişimi

Geçmişten bugüne tarih içinde sayıların kareköklerinin (açılım) hesaplanmasına dair pek çok teşebbüsün yapıldığı görülmektedir. MÖ 1650'lerde Rhind (Raynd) Papirüslerinde karekök hesaplarının yapıldığı görülmüştür. MÖ 1600'de Eski Babil tabletlerinde $\sqrt{2}$'nin altmışlık tabana göre üç basamağa kadar hesaplandığı görülmektedir. Bu hesaplama yöntemi ile Babilliler $\sqrt{2}$'nin ondalık açılımını yaklaşık olarak 1,414222 olarak bulmuşlardır. Bu sonuç ile $\sqrt{2}$'nin tam açılımı arasındaki fark 0,000008 kadardır. Hindistan ve Çin'in eski dönemlerinde de bu tür hesapların yapıldığı bilinmektedir. Eski Yunan matematikçileri ise karekökü yalnızca deneyerek hesaplamışlardır.

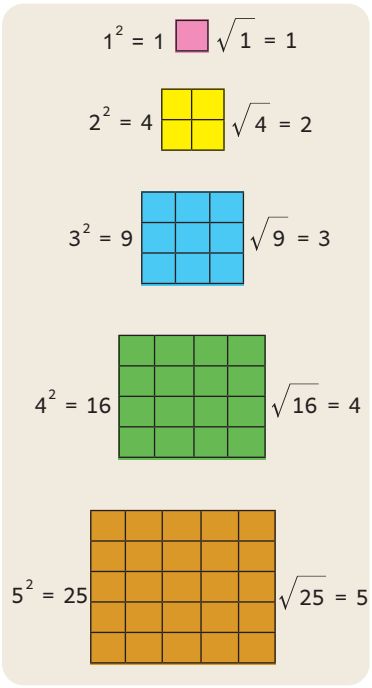
Arşimet "Mensuration of the Circle"da (Mensüreyşın of dı Sörkıl) karekök ile ilgili çok sayıda bilgi vermiştir. Örneğin $\sqrt{3} < \frac{1352}{780}$ ve $\sqrt{3} > \frac{265}{153}$ olduğunu ifade etmesine rağmen bunların hesaplanması için herhangi bir metot göstermemiştir.

Karekök için kullanılan ilk gösterim $\mathbb{R}$ olmuştur ve Pisalı Leonardo tarafından 1220'de kullanılmıştır. Kök sembolünü ilk kez 1525'te Christoff Rudolff (Kristof Rudolf), "Die Coss"da (Day Kos) kullanmıştır. Bu kullanım "$\sqrt{\ }$" şeklindedir ve bu kullanımın bağ çizgisi yoktur.

Leonhard Euler (Lenırd Oylır), modern karekök sembolünün orijininin radix kelimesinin ilk harfi olan r harfinden oluşturulduğunu ileri sürmektedir. Fakat Florian Cajori (Floryın Kahori) gibi bazı matematik tarihçileri bu şekilde düşünmemektedir. Descartes (Dekart) "La Geometrie (La Ciometri)"de kök sembolüne bağ çizgisini ekleyip işareti "$\sqrt{\ }$" olarak kullanarak karekök sembolünün bugünkü yaygın gösterimini oluşturmuştur.

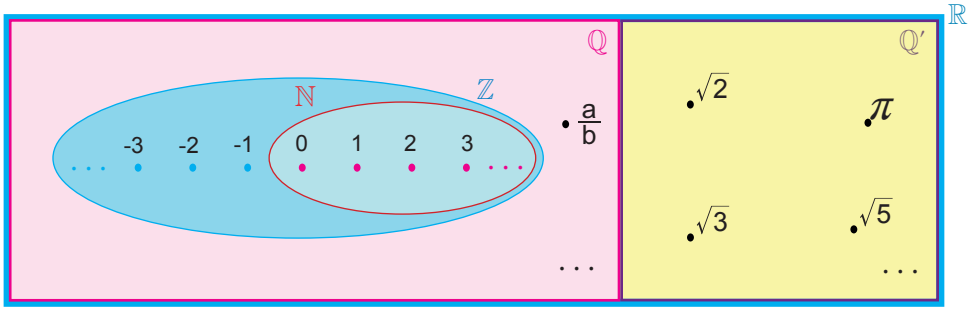
Karesel sayılar karekök dışına çıkar. Karekök dışına çıkamayan ve sayı doğrusunda yeri tam olarak gösterilemeyen sayılara irrasyonel sayılar denir ve $\mathbb{Q}'$ ile gösterilir.

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi, gerçek sayılar kümesini meydana getirir.



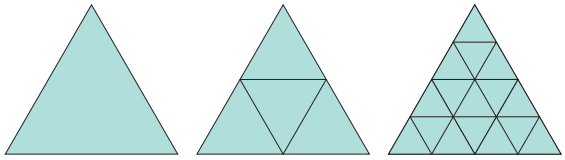
Karekökü tam sayı olan 1, 4, 9, 16, 25, ... gibi sayılara karesel sayı denir.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ ve $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$



1.4.2. Üslü ve Kareköklü İfadelerde İşlemler

Üslü Sayılarda İşlemler



1. Adım 2. Adım

Yapılan bir çizim çalışmasında birinci öğrenci tahtaya büyük 1 eşkenar üçgen çiziyor. İkinci öğrenci bu üçgeni 4 eşkenar üçgen oluşturacak şekilde bölüyor. Sıradaki her öğrenci, bütün üçgenleri 4 yeni eşkenar üçgene bölmeye devam ediyor.

a) Beşinci öğrenci çizim yaptığında toplam kaç eşkenar üçgen oluşmuştur?

b) 4^6 üçgenin oluşması için kaç ayrı kişi çizim yapmalıdır?

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere a^n ifadesine üslü ifade denir. a^n ifadesinde a sayısına taban, n sayısına üs veya kuvvet denir.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.....a}_{\text{n tane}} \text{ olarak hesaplanır.}$$

Örnek

2^3 ile 3^2 sayılarını hesaplayınız.

Çözüm

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

- $a^n \in \mathbb{R}^+$: Pozitif sayıların bütün kuvvetleri pozitiftir.
- $(-a)^{2n} = a^{2n}$: Negatif sayıların çift kuvvetleri pozitiftir.
- $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$: Negatif sayıların tek kuvvetleri negatiftir.

Örnek

$(-3)^2$ ve -3^2 sayılarını hesaplayınız.

Çözüm

$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

$-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$

$(-3)^2$ hesaplanırken kuvvet parantezin üstünde yazıldığı için sayı, işareti ile birlikte iki kez çarpılır ve sonuç pozitif olur.

-3^2 hesaplanırken kuvvet sadece 3 ün üstünde yazılı olduğu için 3 iki kez çarpılır, işaret çarpıma dâhil değildir.

Örnek

a, b, c gerçek sayıları için $a^2 \cdot b^3 > 0$, $a \cdot c > 0$ ve $b^2 \cdot c < 0$ veriliyor.
Buna göre a, b ve c sayılarının işaretlerini bulunuz.

Çözüm

Eşitsizliklerde işaret ile ilgili değerlendirmeye, kuvveti çift olan terimlerden başlamak daha uygundur. Çünkü bu terimlerin pozitif olduğu kesindir.

$\underbrace{a^2}_{+} \cdot \underbrace{b^3}_{+} > 0$ b^3 ün işareti pozitif olduğundan b de pozitif olur.

$\underbrace{b^2}_{+} \cdot \underbrace{c}_{-} < 0$ c nin işareti negatif olur.

$\underbrace{a}_{-} \cdot \underbrace{c}_{-} > 0$ a nın işareti negatif olur.

Sonuç olarak a, b ve c nin işaretleri sırası ile -, +, - bulunur.

Negatif Üs

a) $a,b \in \mathbb{R}$, a ve b sıfırdan farklı sayılar olmak üzere $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{1}$

b) $n \in \mathbb{Z}$, a ve b sıfırdan farklı sayılar olmak üzere $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

c) $n \in \mathbb{Z}$, a sıfırdan farklı sayılar olmak üzere $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Örnek

2^{-3}, 3^{-1}, 5^{-2}, 1^{-6} değerlerini bulunuz.

Çözüm

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{8}$

$3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}$

$1^{-6} = \frac{1}{1^6} = \frac{1}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 1$

$n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $1^n = 1$
1 sayısının bütün kuvvetleri 1 e eşittir.

$a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$

0 hariç bütün sayıların 0. kuvveti 1 dir.

Üslü Sayılarda Çarpma

Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanır.
$a \in \mathbb{R}$ ve $x,y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^x.a^y = a^{x+y}$ dir.

İspatı şu şekilde yapılabilir:

$$a^x \cdot a^y = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{x \text{ tane}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{y \text{ tane}}}_{x+y \text{ tane}} = a^{x+y}$$

Üsleri aynı tabanları farklı sayılar çarpılırken tabanlar çarpılır.
$a, b \in \mathbb{R}$ ve $x,y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^x.b^x = (a.b)^x$ dir.

Bu ifadenin doğruluğu ise şu şekilde ispatlanır:

$$a^x \cdot b^x = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{x \text{ tane}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{x \text{ tane}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{x \text{ tane}} = (a \cdot b)^x$$

Üssün üssü var ise üsler çarpılır.
$(a^x)^y = (a^y)^x = a^{x \cdot y}$

Örnek

$2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5$ işleminin sonucu nedir?

Çözüm

$2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 = 2^{3+4+5} = 2^{12}$ bulunur.

Örnek

$(5 \cdot 2)^4$ sayısının değerini bulunuz.

Çözüm

$(5.2)^4 = (5.2)(5.2)(5.2)(5.2)$
$(5.2)^4 = 5.5.5.5.2.2.2.2$
$(5.2)^4 = 5^4.2^4$
$10^4 = 10^4$ bulunur.

Örnek

$(2^2)^3$ sayısının değerini bulunuz.

Çözüm

$$(2^2)^3 = (2^3)^2 = 2^6$$
$$2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6$$
$$2^{2+2+2} = 2^{3+3} = 2^6$$
$$2^{3 \cdot 2} = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$3^2 \cdot 9^3 \cdot 27^2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Üslü sayılarda çarpma işleminin yapılabilmesi için çarpanların tabanları veya üsleri eşit olmalıdır.
Soruda verilen çarpanlar 3 tabanına göre düzenlenebilir.

$3^2 \cdot (3^2)^3 \cdot (3^3)^2 = 3^2 \cdot 3^6 \cdot 3^6 = 3^{2+6+6} = 3^{14}$

Örnek

2^{12} sayısı, farklı üslü sayılar şeklinde yazıldığında taban ile üssün toplamı kaç farklı değer alır? (Taban ve üs pozitif tam sayıdır.)

Çözüm

$2^{12} = 4^6 = 8^4 = 16^3 = 64^2 = 4096^1$ olduğuna göre taban ile üs toplamı altı farklı değer alır.

Örnek

$a \neq 0$ ve $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(-a^{-1})^{-2} \cdot (-a^{-2})^{-1} \cdot (-a)^3$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

İşlemde kolaylık sağlanması için önce işaretler belirlenir sonra işlem yapılır.

$\underbrace{(-a^{-1})^{-2}}_{+} \cdot \underbrace{(-a^{-2})^{-1}}_{-} \cdot \underbrace{(-a)^3}_{-} = (+) \cdot (-) \cdot (-) \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot a^3 = a^7$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $125^3 \cdot 4^7$ işleminin sonucunun rakamları toplamının kaç olduğunu bulunuz.
2. $(-2^{-1})^{-2} \cdot (-2^{-2})^{-1} \cdot (-2)^4$ işleminin sonucunun kaç olduğunu bulunuz.
3. 2^6 sayısı, farklı üslü sayılar şeklinde yazıldığında taban ile üssün toplamının en fazla kaç olacağını bulunuz. (Taban ve üs pozitif tam sayıdır.)

Üslü Sayılarda Bölme

$a \neq 0$ ve a, x, y birer tamsayı olmak üzere $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} = \frac{1}{a^{y-x}}$ biçiminde yazılabilir.

$$\frac{a^x}{a^y} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{x \text{ tane}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{y \text{ tane}}} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{y \text{ tane}} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{x-y \text{ tane}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{y \text{ tane}}} = a^{x-y}$$

$b \neq 0$ ve a, b, x birer tamsayı olmak üzere $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ biçiminde yazılabilir.

$$\frac{a^x}{b^x} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{x \text{ tane}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{x \text{ tane}}} = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{x \text{ tane}} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

Örnek

$\frac{7^5}{7^3}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7^2 = 49$ bulunur.

Örnek

4^{12} sayısının $\frac{1}{16}$ sını bulunuz.

Çözüm

$4^{12} \cdot \frac{1}{16} = \frac{2^{24}}{2^4} = 2^{24-4} = 2^{20}$ bulunur.

Örnek

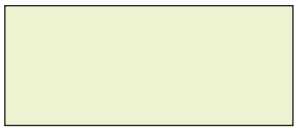
Hacmi 10^3 m^3 olan ve tamamı pirinç ile dolu bir depodan pirinçler, kasalarının hacmi 5^2 m^3 olan tırlarla taşınacaktır. Bu taşıma işlemi için en az kaç tıra ihtiyaç olduğunu bulunuz.

Çözüm

Toplamda 10^3 m^3 olan ürün, tırların tam kapasite kullanılması şartıyla taşındığında en az $\frac{10^3}{5^2} = \frac{5^3 \cdot 2^3}{5^2} = 5^{3-2} \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$ tıra ihtiyaç vardır.

Örnek

Dikdörtgen şeklindeki bir arazinin kenar uzunlukları verilmiştir.
Bu arazinin alanı $x \cdot 10^2$ m^2 olduğuna göre x tam sayısını bulunuz.



Çözüm

Arazinin alanını hesaplamak için kenar uzunlukları çarpılır.

$x \cdot 10^2 = 5^2 \cdot 2^4$

$x \cdot 10^2 = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$

$x \cdot \cancel{10^2} = \cancel{10^2} \cdot 4$

$x = 4$ bulunur.

Üslü Sayılarda Toplama-Çıkarma

Hem tabanı hemde üssü aynı olan sayılar ortak paranteze alınarak toplanır veya çıkarılır.

$a,b,x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ ve $x \neq 0$ olmak üzere $ax^n \mp bx^n = (a \mp b)x^n$ olur.

Örnek

$2 \cdot 5^3 + 7 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^3$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

İfadenin her üç teriminde 5^3 çarpanlardan biri olduğundan ifade 5^3 ortak çarpan parantezine alınır.

$5^3 \cdot (2 + 7 - 4) = 5^3 \cdot 5 = 5^4$ bulunur.

Örnek

$\frac{3^4 + 3^5 + 3^6}{3^5 + 3^6 + 3^7}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Hem pay hem paydada verilen toplama işlemlerinin yapılabilmesi için öncelikle terimler, kuvveti en küçük olana göre düzenlenmelidir.

$$\frac{3^4 + 3^{4+1} + 3^{4+2}}{3^5 + 3^{5+1} + 3^{5+2}} = \frac{3^4 + 3 \cdot 3^4 + 3^2 \cdot 3^4}{3^5 + 3 \cdot 3^5 + 3^2 \cdot 3^5} = \frac{3^4 \cancel{(1 + 3 + 3^2)}}{3^5 \cancel{(1 + 3 + 3^2)}} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. 5^{25} sayısı 25^5 sayısının kaç katıdır?

2. x sıfırdan farklı bir gerçek sayı olmak üzere $(-x^4)^3 \cdot (x^{-2})^{-1} \cdot (-(-x)^4)^3$ işleminin x cinsinden sonucunu bulunuz.

3. Haftalık bir derginin çıktığı ilk haftadan itibaren her yeni sayı için tirajı, bir önceki sayının tirajının üç katı olmuştur. İlk 5 haftada toplam 24 200 adet satışı yapılan bu derginin 1. sayısı kaç adet satmıştır?

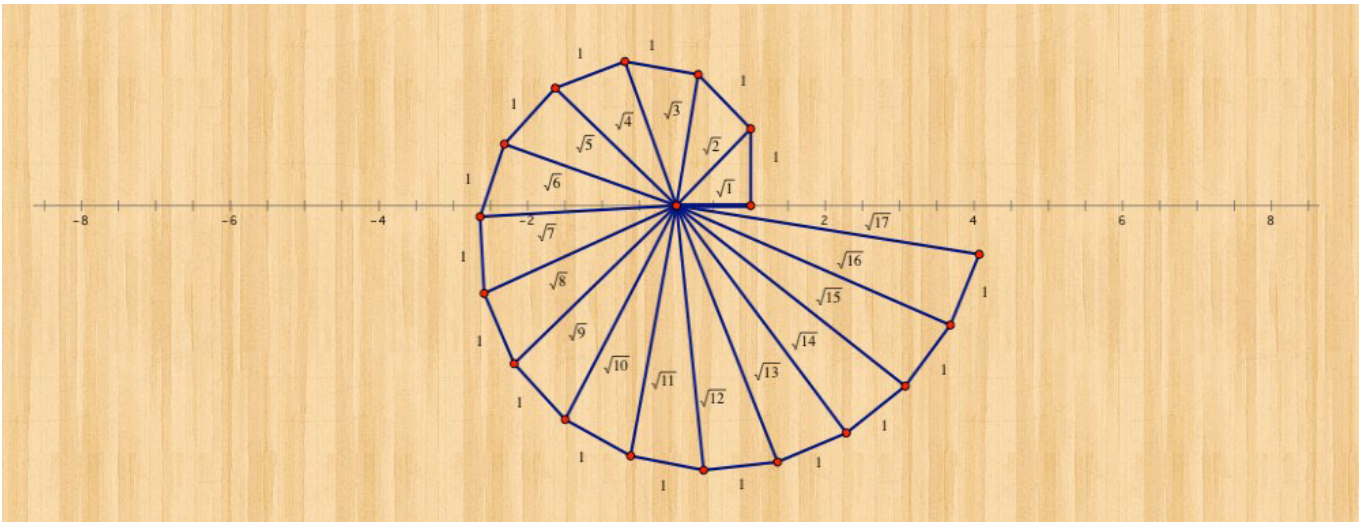
4. $25^a.16^b$ işleminin sonucunun sondan 20 basamağı sıfır olduğuna göre a+b toplamının en küçük değerini bulunuz.

5. $\frac{a^5 + a^6 + a^7 + a^8}{a^2 + a^3 + a^4 + a^5} = 216$ olduğuna göre a nın kaç olduğunu bulunuz.

6. Bir ABC üçgeninde $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 8^3$ birim, $|BC| = x^4$ birim ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 256^2$ birimkare olduğuna göre x in değerini bulunuz.

7. $\left[\frac{2^{2003} + 2^{2005} + 2^{2007}}{2^{2001} + 2^{2003} + 2^{2005}}\right]^{\frac{1}{2}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

8. $$x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{m tane}}$$
$$x_{(m)} = \underbrace{(x + x + x + \ldots + x)^2}_{\text{m tane}}$$
x^m ve $x_{(m)}$ ifadeleri yukarıdaki gibi tanımlanıyor. Buna göre $\frac{3^3}{3_{(3)}}$ ifadesinin değerini bulunuz.



Görselin Kaynağı: Kareköklerin Sayı Doğrusunda Gösterimi, <http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa2012/Nelli/spiraloftheodorus/spiraloftheodorus.html>, (ET: 11.10.2022/00.40).

Kareköklü Sayılarda İşlemler

Negatif olmayan bir sayının hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine karekök alma denir. Karekök "$\sqrt{\ }$" sembolü ile gösterilir.

$x \geq 0$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere
$\sqrt{x} \geq 0$ dır.

$\sqrt{0} = 0$ dır.

Not

$\sqrt{x} \in R$ ise $x \geq 0$

Kareköklü bir sayının gerçek sayı belirtmesi için kökün içindeki sayının sıfıra eşit veya sıfırdan büyük olması şarttır.

Örnek

$\sqrt{9} - \sqrt{25} + \sqrt{49}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{9} - \sqrt{25} + \sqrt{49} = 3 - 5 + 7 = 5$ bulunur.

Not

Bir a sayısının kareköklü, karesi alınınca a sayısını veren negatif olmayan sayıdır.

Örnek

$\sqrt{1+\sqrt{7+\sqrt{4}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

İşleme en içte yazılan kareköktен başlanır.

$$\sqrt{1+\sqrt{7+\sqrt{4}}} = \sqrt{1+\sqrt{7+2}}$$
$$= \sqrt{1+\sqrt{9}}$$
$$= \sqrt{1+3}$$
$$= \sqrt{4}$$
$$= 2$$

Örnek

$\sqrt{23}$ sayısının hangi iki tam sayı arasında yer aldığını bulunuz.

Çözüm

23 sayısı, tamkare olan 16 ile 25 sayılarının arasında yer almaktadır.

$\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$

$\sqrt{4^2} < \sqrt{23} < \sqrt{5^2}$

$4 < \sqrt{23} < 5$ $\sqrt{23}$ sayısı, 4 ile 5 arasında yer alır.

Örnek

$\sqrt{a-5}$ ve $\sqrt{5-a}$ sayılarının her ikisi de gerçek sayı belirtiyorsa a kaçtır?

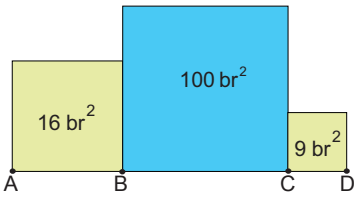
Çözüm

$\sqrt{a-5}$ in gerçek sayı olması için $a - 5 \geq 0$ ve $a \geq 5$

$\sqrt{5-a}$ nın gerçek sayı olması için $5 - a \geq 0$ ve $5 \geq a$

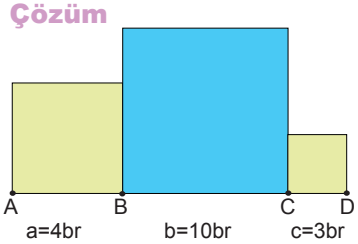
Bu durumda $a = 5$ olmalıdır.

Örnek



Şekildeki A, B, C, D noktaları doğrusal olan üç bitişik kare, alanları ile verilmiştir. Bu durumda şeklin çevre uzunluğu kaç birimdir?

Çözüm



$a^2 = 16$ ise $a = 4$ birim

$b^2 = 100$ ise $b = 10$ birim

$c^2 = 9$ ise $c = 3$ birim bulunur.

Bu durumda şeklin çevresi

$17 + 17 + 10 + 10 = 54$ birim bulunur.

Örnek

$\sqrt{72}$ sayısının yaklaşık değerini bulmak için hangi sayının yaklaşık değeri bilinmelidir?

Çözüm

72 sayısı asal çarpanlara ayrılır.

$72 = 2^3 \cdot 3^2$ $\sqrt{72} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2}$

$= 2 \cdot 3\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$ bulunur.

Bu durumda $\sqrt{72}$ nin yaklaşık değerinin bilinmesi için $\sqrt{2}$ nin değerinin bilinmesi gereklidir.

Uyarı

$a > 0$ ve $b \geq 0$ olmak üzere

$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$

Örnek

$3\sqrt{7} = \sqrt{x}$ ise x değerini bulunuz.

Çözüm

$3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7}$

$= \sqrt{9 \cdot 7}$

$= \sqrt{63}$

$\sqrt{63} = \sqrt{x}$ ise $x = 63$ bulunur.

Örnek

a ve b pozitif gerçek sayılar olmak üzere aşağıdaki A, B, C kutuları ile I, II , III numaralı kutuları eşleştiriniz.

A $a\sqrt{ab}$

B $b^2\sqrt{ab}$

C $ab\sqrt{b}$

I $\sqrt{ab^5}$

II $\sqrt{a^2b^3}$

III $\sqrt{a^3b}$

IV $\sqrt{a^3b^2}$

Çözüm

A → $a\sqrt{ab} = \sqrt{a^2ab} = \sqrt{a^3b}$ → III

B → $b^2\sqrt{ab} = \sqrt{(b^2)^2ab} = \sqrt{ab^5}$ → I

C → $ab\sqrt{b} = \sqrt{(ab)^2b} = \sqrt{a^2b^3}$ → II

Şimdi Yapabilirsin

1. Bengü, elindeki telefona bir şifre koymak istemektedir. Bu şifreleme işlemi için sadece tamkare olmayan rakamları kullanacaktır. Bu durumda Bengü'nün şifreleme işini kaç tane rakamdan yararlanarak yapabileceğini bulunuz.

2. $x \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\sqrt{x - a}$ sayısının gerçek sayı olmasını sağlayan 7 farklı a doğal sayısı olduğuna göre x in kaç olduğunu bulunuz.

3. $a \in \mathbb{Z}^+$ ve $b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\sqrt{27} + \sqrt{18} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ ise $b - a$ değerinin kaç olduğunu bulunuz.

4. $\sqrt{125}$ sayısının yaklaşık tam sayıdeğerini bulmak için hangi sayının yaklaşık tam sayı değeri bilinmelidir?

5. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{72}$ ise $a + b$ toplamının en küçük tam sayı değerini bulunuz.

6. $a = 3\sqrt{5}$, $b = 5\sqrt{2}$, $c = 2\sqrt{7}$ sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Kareköklü Sayılarda Toplama-Çıkarma

Kareköklü sayılarda toplama ve çıkarma işleminin yapılabilmesi için kareköklü terimlerin aynı olması gerekir.
Burada toplama ve çıkarma, katsayılar arasında yapılır.

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$a\sqrt{x} + b\sqrt{x} - c\sqrt{x} = (a + b - c)\sqrt{x}$$

Uyarı

$0 < b < a$ olmak üzere

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Örnek

$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (3 + 4 - 2)\sqrt{5}$$
$$= 5\sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\sqrt{72} + \sqrt{8} - \sqrt{2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\sqrt{6^2 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$$
$$= (6 + 2 - 1)\sqrt{2}$$
$$= 7\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Kareköklü sayılarda Çarpma

$x \geq 0$ ve $y \geq 0$ olmak üzere $a\sqrt{x} \cdot b\sqrt{y} = ab\sqrt{xy}$

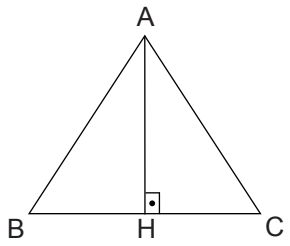
Örnek

$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3 \cdot 3}$$
$$= 10\sqrt{3^2}$$
$$= 10 \cdot 3$$
$$= 30 \text{ bulunur.}$$

Örnek



ABC üçgeninde
$[AH] \perp [BC]$ ve
$|BC| = 3\sqrt{6}$ birim
$|AH| = 2\sqrt{3}$ birim

olduğuna göre $A(\overset{\triangle}{ABC})$ nin kaç birimkare olduğunu bulunuz.

Çözüm

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \frac{3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}}{2}$$
$$= 3\sqrt{18}$$
$$= 3\sqrt{9 \cdot 2}$$
$$= 9\sqrt{2} \text{ birimkare bulunur.}$$

Şimdi Yapabilirsin

1. $2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{40}$ işleminin sonucu kaçtır?

2. a ve b pozitif tam sayı olmak üzere $\sqrt{48} \cdot \sqrt{5} = a\sqrt{b}$ ise a+b ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

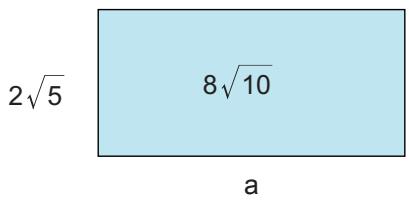
Kareköklü Sayılarda Bölme

a, b, x, y $\in \mathbb{R}$, x ≥0, y > 0 olmak üzere ve b ≠ 0 iken $\frac{a\sqrt{x}}{b\sqrt{y}} = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{x}{y}}$ olur.

Örnek

Kenar uzunluklarından biri $2\sqrt{5}$ birim ve alanı $8\sqrt{10}$ birimkare olan bir dikdörtgenin diğer kenarının uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm



$$a \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{10}$$
$$a = \frac{8\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}$$
$$a = \frac{8}{2}\sqrt{\frac{10}{5}}$$
$$a = 4\sqrt{2} \text{ birim bulunur.}$$

Çarpıldığında Kareköklü Bir İfadeyi Doğal Sayı Yapan Çarpanlar

a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere $a\sqrt{b}$ şeklindeki bir sayı, içinde $\sqrt{b}$ olan bir çarpan ile çarpılırsa sonuç bir doğal sayı olur.

$$a\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a \cdot \sqrt{b^2} = a \cdot b \quad \text{olur.}$$

Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlar bulunurken karekökün içinin tam kare sayı olacak şekilde çarpanlar seçilmelidir.

Uyarı

sayı → çarpıldığında rasyonel yapan sayı

$\sqrt{a} \longrightarrow \sqrt{a}$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{a}$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ olduğunu hatırlayınız.

Örnek

$(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2$$
$$= 7 - 3$$
$$= 4$$

Örnek

a, b, c ve d birer rasyonel sayı olmak üzere

$a = \sqrt{18}$ $b = \sqrt{27}$ $c = \sqrt{75}$ $d = \sqrt{72}$ olarak veriliyor.

Bu sayılardan hangi ikisi birbirleri ile çarpıldığında sonucun bir doğal sayı olduğunu bulalım.

Uyarı

Paydasında kareköklü bir ifade bulunan ($b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan) ifadenin paydasını doğal sayı yapmak için paydanın tam kare olabileceği şekilde ifadenin genişletilmesi gerekir.

Çözüm

$a = \sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$

$2 = \sqrt{27} = \sqrt{9.3} = 3\sqrt{3}$

$c = \sqrt{75} = \sqrt{25.3} = 5\sqrt{3}$

$d = \sqrt{72} = \sqrt{36.2} = 6\sqrt{2}$

Aynı kareköklü ifadeler birbiri ile çarpıldığında sonuç rasyonel sayı olacağından

$3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2.2} = 18 \cdot 2 = 36$

olur. Yani a ile d çarpılmalıdır.

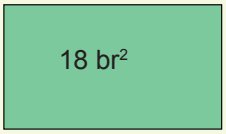
$3\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3.3} = 15 \cdot 3 = 45$

olur. Yani b ile c çarpılmalıdır.

Şimdi Yapabilirsin

1. $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = x$ ise $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ ifadesinin x cinsinden karşılığını bulunuz.

2. Bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{3}$ birim ve alanı 18 birimkare olan dikdörtgenin diğer kenarının uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.



1. Kendimizi Sınayalım

1. $a = 32^6$, $b = 16^7$, $c = 8^{13}$ ise a, b, c sayılarının doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) a>c>b **B)** b>c>a **C)** b>a>c
D) c>a>b **E)** c>b>a

2. $3^x + 2^y = a$ ise $2 \cdot 3^{x+1} + 3 \cdot 2^{y+1}$ ifadesinin a cinsinden değeri nedir?

A) a **B)** 2a **C)** 3a
D) 6a **E)** 12a

3. $\left(\frac{2}{3}\right)^{1+2a} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{a+2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{3}{2}$
D) $\frac{9}{4}$ **E)** $\frac{27}{8}$

4. $2^a = 18$
$3^b = 28$
$5^c = 50$ veriliyor. a, b, c sayılarının doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) a>b>c **B)** a>c>b **C)** b>c>a
D) c>a>b **E)** c>b>a

5. $2^a = x$
$3^b = y$ veriliyor.
$x^b \cdot y^a = 6^7$ ise $a \cdot b$ kaçtır?

A) 3 **B)** 4 **C)** 6
D) 7 **E)** 9

6. Aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi daima doğrudur?

- $(-1)^{2a} = 1$
- $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$
- $3^2 \cdot 2^3 = 6^6$
- $5^2 + 2^5 = 7^7$
- $3^x + 3^y = 3^{x+y}$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 5

7. $2^a = 5$, $5^b = 7$, $7^c = 12$ olmak üzere $\frac{2^{a \cdot b \cdot c}}{3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4
D) 5 **E)** 7

8. $a, b \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $a + b = 5$ için a^b ifadesinin alabileceği en büyük değer ve en küçük değer toplamı kaçtır?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9
D) 10 **E)** 12

9. $3^x = a$, $2^x = b$ veriliyor. Buna göre 162^x in a ve b türünden ifadesi nedir?

A) a^2b^2 **B)** a^3b^2 **C)** a^4b
D) a^4b^2 **E)** ab^4

10. 16^3 sayısının %25 i aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 2^{10} **B)** 4^5 **C)** 32^2
D) 512 **E)** 1024

1. Kendimizi Sınayalım

11. $6^x = 5$ olduğuna göre $3^{x-2} \cdot 2^{x+3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{15}{8}$ **B)** $\frac{16}{3}$ **C)** $\frac{25}{3}$ **D)** $\frac{40}{9}$ **E)** $\frac{47}{3}$

12. $(-1)^1 + (-1)^3 + (-1)^5 + ... + (-1)^{99}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -99 **B)** -50 **C)** -48 **D)** 50 **E)** 99

13. $a = 2^{49}$
$b = 4^{21}$
$c = 8^{15}$
veriliyor. Buna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) a<c<b **B)** b<a<c **C)** b<c<a **D)** c<a<b **E)** c<b<a

14. $(\sqrt{7})^0 + (-2)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ **B)** $\frac{13}{3}$ **C)** $\frac{11}{2}$ **D)** 8 **E)** $\frac{19}{2}$

15. $6^{a-1} = 3^{a+1}$ ise 2^a kaçtır?

A) 2 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 18 **E)** 24

16. $\frac{x}{y} = 2$ ve $\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{a}} = 8$ ise a kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $-\frac{1}{3}$ **C)** -1 **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $-\frac{1}{2}$

17. $a = 12^{40}$, $b = 16^{35}$, $c = 25^{30}$ sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) a<b<c **B)** a<c<<b **C)** b<a<c **D)** c<b<a **E)** c<a<b

18. $[48 \cdot 75 \cdot 80 \cdot 625]^2$ sayısının basamak sayısı kaçtır?

A) 9 **B)** 11 **C)** 15 **D)** 17 **E)** 21

19. $\frac{(7^0 + 7^1)^{-1}}{1 + 2^{-1} + 2^{-2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ **B)** $\frac{7}{4}$ **C)** $\frac{4}{7}$ **D)** $\frac{2}{7}$ **E)** $\frac{1}{14}$

20. $\frac{0,037 + 23 \cdot 10^{-3}}{0,28 \cdot 10^{-3} - 12 \cdot 10^{-5}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 25 **B)** 75 **C)** 125 **D)** 375 **E)** 3750

2. Kendimizi Sınayalım

1. $\sqrt{48}$ in yaklaşık tam sayı değerini bulmak için aşağıdaki sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinmelidir?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$ **E)** $\sqrt{11}$

2. $\dfrac{\sqrt{14}+3\sqrt{2}+3\sqrt{5}+\sqrt{35}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 **B)** $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ **C)** $\sqrt{7}+3$
D) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ **E)** $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

3. $\sqrt{123\cdot 125+1}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 122 **B)** 123 **C)** 124
D) 125 **E)** 126

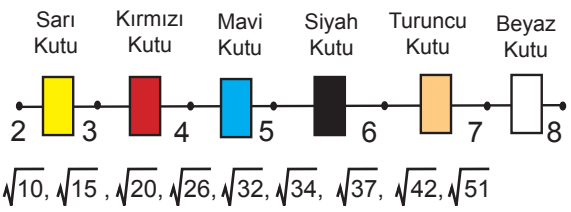
4. $\sqrt{2{,}01-\sqrt{0{,}14+\sqrt{1{,}69}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,7 **B)** 0,9 **C)** 1,1
D) 1,3 **E)** 1,5

5. $\dfrac{\sqrt{0,169}+\sqrt{0,144}}{\sqrt{8,1}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{2}{15}$ **B)** $\frac{2}{9}$ **C)** $\frac{4}{3}$
D) $\frac{5}{18}$ **E)** $\frac{25}{9}$

6.



$\sqrt{10}, \sqrt{15}, \sqrt{20}, \sqrt{26}, \sqrt{32}, \sqrt{34}, \sqrt{37}, \sqrt{42}, \sqrt{51}$

Yılmaz'dan yukarıda verilen köklü ifadeleri, sayı doğrusu üzerinde bulunan renkli kutulara uygun bir şekilde yerleştirmesi istenmektedir.
Buna göre en az ve en çok sayıda yerleştirilen ifadeler sırasıyla hangi renkteki kutulara karşılık gelmektedir?

A) Sarı- Beyaz **B)** Siyah - Turuncu **C)** Sarı - Siyah
D) Kırmızı - Turuncu **E)** Siyah - Beyaz

7. $\sqrt{1+\frac{9}{16}}+\sqrt{1+\frac{25}{144}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{5}{12}$ **C)** $\frac{7}{3}$
D) $\frac{169}{12}$ **E)** $\frac{25}{16}$

8. $\sqrt{18}+\sqrt{50}-x\sqrt{2}=\sqrt{98}$ eşitliğinde x kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 5

9. $\dfrac{\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 **B)** $\sqrt{5}$ **C)** $\frac{3}{2}$
D) 5 **E)** $\sqrt{5}+1$

10. $\sqrt{3^x+3^x+3^x}=3$ eşitliğinde x kaçtır?

A) 4 **B)** 3 **C)** 2
D) 1 **E)** 0

11. $\sqrt{1-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4}}\cdot\ldots\sqrt{1-\frac{1}{9}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{2}{1}$ **B)** 1 **C)** $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ **E)** $\frac{1}{4}$

12. $x=\sqrt{3}+1$ olarak veriliyor.
Buna göre $(x-2)\cdot(x-1)\cdot x$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 **B)** $\sqrt{3}-4$ **C)** $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ **E)** $\sqrt{3}+3$

2. Kendimizi Sınayalım

13. a pozitif bir gerçek sayı olmak üzere $a - a\sqrt{3} - 5 = 0$ olduğuna göre $\frac{(a-5)^2}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 9 **E)** 25

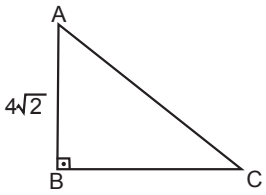
14. $\frac{(\sqrt{2})^5 \cdot (3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{2})^3}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $3\sqrt{2}$ **C)** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ **D)** $\frac{9}{2}$ **E)** $9\sqrt{2}$

15. $(\sqrt{3}+1)^2 = a + b\sqrt{3}$ ise $a \cdot b$ kaçtır?

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 10

16.



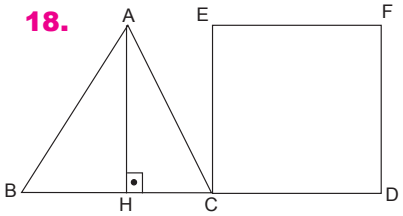
Dik kenarlarından birinin uzunluğu $4\sqrt{2}$ cm olan dik üçgenin alanı 20 cm^2 olduğuna göre diğer dik kenar uzunluğu kaç cm dir?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $2\sqrt{2}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $5\sqrt{2}$ **E)** $7\sqrt{2}$

17. $a = 6\sqrt{2}$, $b = 5\sqrt{3}$, $c = 3\sqrt{6}$ sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a < b < c$ **B)** $c < b < a$ **C)** $a < c < b$ **D)** $c < a < b$ **E)** $b < c < a$

18.



ABC üçgeninde [AH] ⊥ [BC], $|AH| = 3\sqrt{2}$ br ve $A(\triangle ABC) = 18$ birimkaredir. CDEF karesinin alanı ise 98 birim kare olduğuna göre |BD| kaç birimdir?

A) $10\sqrt{2}$ **B)** $11\sqrt{2}$ **C)** $13\sqrt{2}$ **D)** $14\sqrt{2}$ **E)** $15\sqrt{2}$

19. Alanı 72 cm^2 olan karenin çevre uzunluğu kaç cm dir?

A) 24 **B)** $24\sqrt{2}$ **C)** 32 **D)** $32\sqrt{2}$ **E)** 36

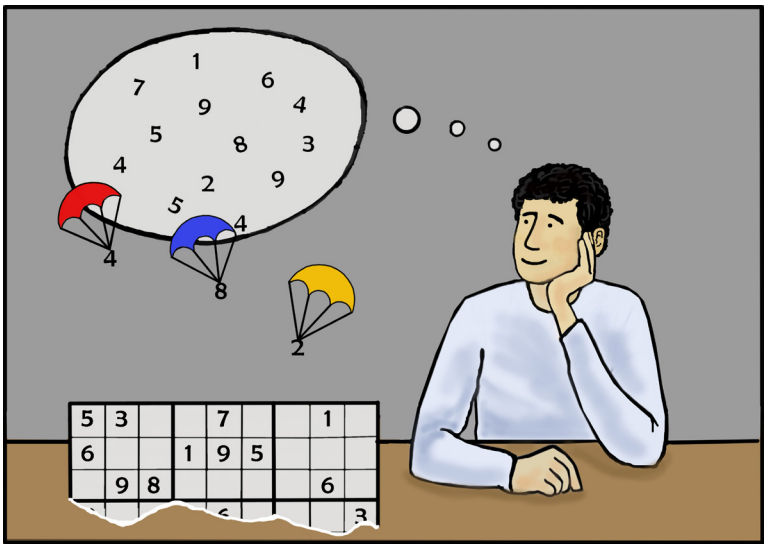
20. $\sqrt{2009 \cdot 2025 + 64}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 8 **B)** 2007 **C)** 2015 **D)** 2017 **E)** 2018

1.5. AKIL YÜRÜTME VE İŞLEM OYUNLARI

1.5.1. Sudoku, Kakuro, İşlem Karesi, Kare Karalamaca, Çarpmaca,Toplam Hep Aynı, Aklımdaki Sayıyı Bul

Sudoku



Sudoku; mantığa dayanan, oldukça yaygın, hemen özümsenebilecek kadar kolay fakat sizi bağımlısı hâline getirebilecek kadar zor bir bulmaca türüdür.

Sudokunun Temelleri

Sudoku, 1'den 9'a kadar rakamlarla oynanan fakat işlem gerektirmeyen daha çok mantıkla ilgisi olan bir oyundur. 1'den 9'a kadar olan rakamlar yerine alfabenin ilk dokuz harfi veya 9 sembollük bir grup kullanılarak da oyun oynanabilmektedir.
Sudokunun oynandığı zemin 9 x 9'luk bir alandır. Düşünülmesi gereken 3 bölüm vardır: satırlar, sütunlar ve kutular.

Sudokunun amacı her bir sütunu, her bir satırı ve her bir kutuyu her bir rakam sadece bir kez kullanılacak şekilde 1'den 9'a kadar doldurmaktır. Rakamların nereye yazılması gerektiği; satır, sütun ve kutular arasındaki ilişkiden çıkarılır. Tabi ki boş bir sudoku bulmacasını doldurmak pek zor değil. Bazı kutuları doldurulmuş olarak verilen sudokularda amaç, kalan numaraların kalan kutulara kurallara uygun şekilde yerleştirilmesidir.

Sudoku, kaç rakamla oynanacağı ve bunların nasıl konumlandığına bağlı olarak kolaydan çok zora birkaç zorluk seviyesine sahiptir. Sudoku sanatını öğrenmenin en iyi yolu, bulmacalar üzerinde pratik yapmaktır.

Sudokunun Tarihi

Sudoku, Latin kareleri adı verilen ve izlerine Orta Çağ'da da rastlanan bir oyundan uyarlanmıştır. 1700'lerde İsviçreli Matematikçi Leonhard Euler (Lenırd Oylır) tarafından kaleme alınmıştır. 1984 yılında Japonya'ya ulaşan sudoku, ani bir başarı yakalamıştır. Japon bulmaca yazarı Nobuhiko Kanamoto (Nobuhiko Kanamoto), bu oyuna "Numaralar Tek Olmalıdır" adını verir. Daha sonraları bu isim tekil sayılar anlamına gelen sudoku olarak kısaltılmıştır. Yeni Zelandalı Wayne Gould (Veyn Gold), 1997 yılında yaptığı bir Japonya seyahati sırasında sudokuyu keşfeder ve bu oyunu Amerika Birleşik Devletleri'ne taşır.

Sudokuda Strateji

Sudokuya başlamanın belirli bir kutusu yoktur. Rastgele bir kutudan bulmacaya başlanabilir ve bu başlangıç, en az diğer başlangıçlar kadar doğrudur. Yine de başlamak için en iyi yer, muhtemelen en çok rakam bulunan satır ve sütundur.

Sudokunun zorluk derecesi arttıkça boş karelere olası çözümleri işaretlemek çok önemli bir hâle gelir. Fakat bu işaretlemeler sizin tahminleriniz olmamalıdır. Sadece olası çözümler sıralanmalıdır. Her şey birbiriyle bağlantılı olduğundan bütün olasılıklar göz önünde bulundurularak sayılar yerleştirilmelidir.(Cinan, 2010)

	4		5		1	3	9	
2		3		7		8		
		5	6				1	
	3	6	1					7
	9				2		8	
7			8	3		9	6	
	6				7	1		
		8		5		2		9
	2	4	9		8		7	

Şimdi Yapabilirsin

Aşağıdaki sudoku tablolarını doldurunuz.

	5			3	2	7		4
		4			1		9	2
		2				1	6	5
8			3			4	7	6
4	6		5	1	8	2	3	9
		3	4		7	8	5	
		8	1					
		9				5	1	
	2	1		9		6	4	

1

5			2	1			3	
2	6				7		4	1
9				5				6
		4	3		5		1	
	7	2	4			6	8	
	9			6		3		
4				8				2
7	3		6				5	8
	2			7	9			3

2

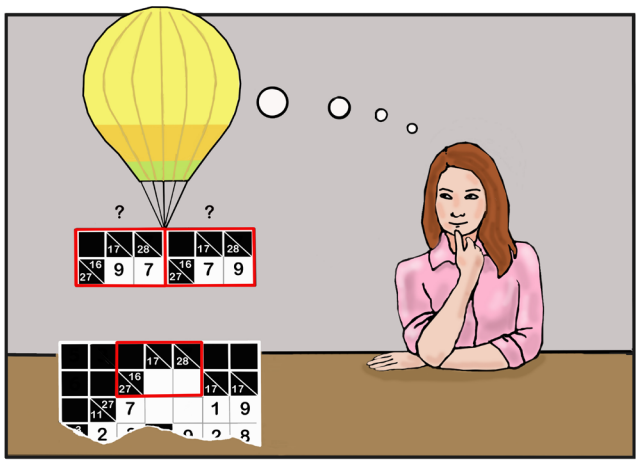
		8						3
1		9			8	5		
			1		3		8	
	1	4		3	6			8
					4		3	1
8				7				
	5				7		9	2
7	8	2	3					5
3			6			8		7

3

6								3
	2						5	
			4	1	8			
		9	3		7	4		
		5				7		
		1	6		4	2		
			5	2	9			
	4						8	
7								6

4

Kakuro



Kakuro ismi Japonca “ka kurosu” ifadesinden türemiştir. Çengel bulmaca mantığı kullanılarak istenen sayıların uygun biçimde hesaplandığı bir akıl oyunudur. Çengel bulmaca ile sudoku oyununun karışımı da sayılabilecek bu oyunda kişinin işlem yeteneği önemlidir.

Kakuronun Kuralları

Sadece 1'den 9'a kadar olan sayılar kullanılır.
Oyundaki herhangi bir hücre, bir köşegenle ikiye ayrılır. Köşegenin sağındaki sayı, hücrenin satırında sağında bulunan sayıların toplamının değerini verirken köşegenin solundaki sayı, hücrenin sütunundaki sayıların toplamının değerini verir.
İstenen herhangi bir toplamı elde etmek için seçilen rakamlar, birbirinden farklı olmalıdır.

Kakuro Çözümünü Kolaylaştıran Toplamlar

Oyun sırasında kolaylık sağlayan bazı toplamlar vardır. Örneğin 4 toplamını 2 hücre ile elde etmek için 2 ve 2 seçilemeyeceğinden, seçilen rakamlar farklı olmalı, sadece 1 ve 3 kullanılabilir. Aynı şekilde 6'yı 3 hücre ile elde etmenin tek yolu 1, 2 ve 3 rakamlarını kullanmaktır. Bu şekilde bazı toplamların hücre sayılarına göre dağılımı, aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

Toplam	Kombinasyon	Toplam	Kombinasyon
3	1+2	22	1+2+3+4+5+7
4	1+3	38	3+5+6+7+8+9
16	7+9	39	4+5+6+7+8+9
17	8+9	28	1+2+3+4+5+6+7
6	1+2+3	29	1+2+3+4+5+6+8
7	1+2+4	41	2+4+5+6+7+8+9
23	6+8+9	42	3+4+5+6+7+8+9
24	7+8+9	36	1+2+3+4+5+6+7+8
10	1+2+3+4	37	1+2+3+4+5+6+7+9
11	1+2+3+5	38	1+2+3+4+5+6+8+9
29	5+7+8+9	39	1+2+3+4+5+7+8+9
30	6+7+8+9	40	1+2+3+4+6+7+8+9
15	1+2+3+4+5	41	1+2+3+5+6+7+8+9
16	1+2+3+4+6	42	1+2+4+5+6+7+8+9
34	4+6+7+8+9	43	1+3+4+5+6+7+8+9
35	5+6+7+8+9	44	2+3+4+5+6+7+8+9
21	1+2+3+4+5+6	45	1+2+3+4+5+6+7+8+9



Hücrenin sağındaki sayıların toplamı

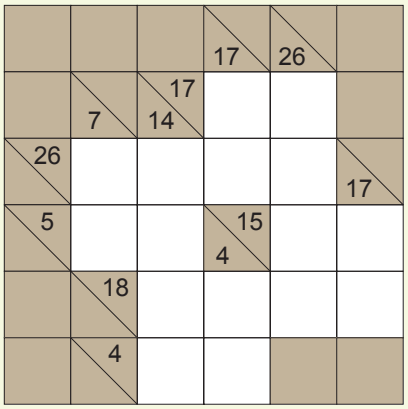
Hücrenin altındaki sayıların toplamı

Çözümlü örnek

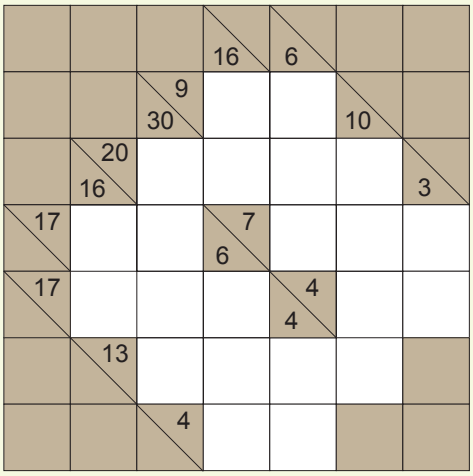
			9	11	
	16	3 / 29	1	2	
25	9	5	8	3	11
15	7	8	3 / 15	1	2
	29	7	8	5	9
	16	9	7		

Şimdi Yapabilirsin

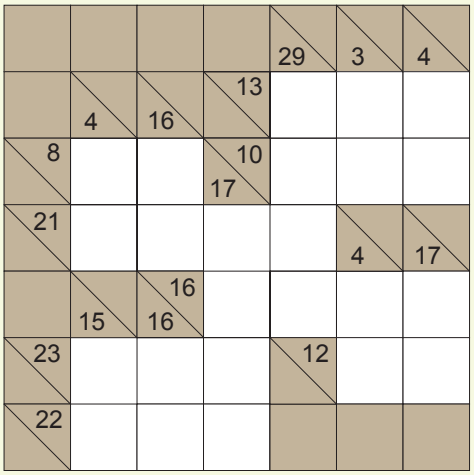
Aşağıdaki kakuro tablolarını doldurunuz.



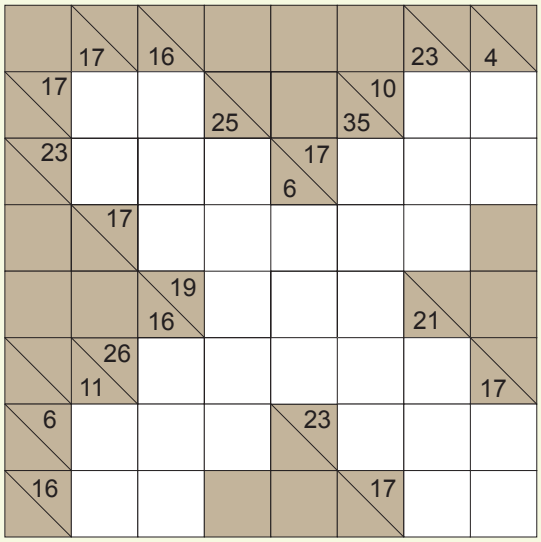
1



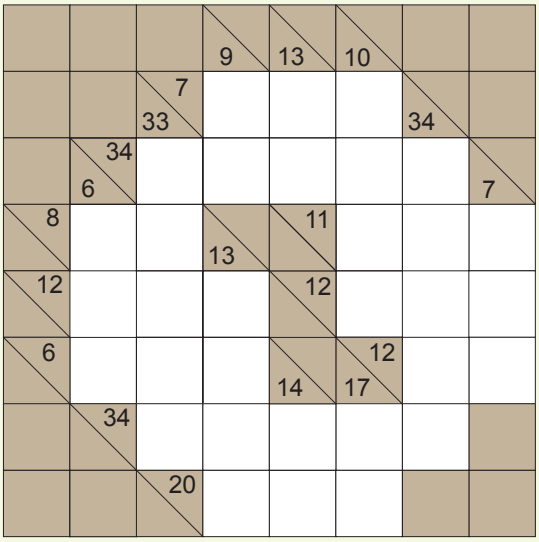
2



3



4



5

İşlem Karesi ve Kuralları

1. 1'den 10'a kadar olan sayılar sadece birer kez kullanılır.
2. Matematiksel işlem önceliğine dikkat edilir.
3. Tablonun dışında verilen sayılar elde edilir.

Çözümlü Örnek

1'den 10'a kadar olan sayıları kullanarak aşağıdaki işlem karesi tablosunu doldurunuz. Harflerin yerine gelecek olan sayıları bulunuz.

	1	2	3	4	5	
1	A	x	B	-	C	46
2	-		x		+	
3	D	x	E	-	K	68
4	-		+		+	
5	L	+	M	+	N	8
	1		63		1	

	1	2	3	4	5	
1	9	x	6	-	8	46
2	-		x		+	
3	7	x	10	-	2	68
4	-		+		+	
5	1	+	3	+	4	8
	1		63		14	

1. Satırda çarpma (x) ve çıkarma (-) işlemi yapılarak satırın sonunda 46 sayısı bulunmuştur.
1. satır ile 1. sütunun kesiştiği kareye (A) 9,
1. satır ile 3. sütunun kesiştiği kareye (B) 6,
1. satır ile 5. sütunun kesiştiği kareye (C) 8 yazılarak 46 sayısı elde edilir.

3. Satırda toplama (x) ve çıkarma (-) işlemi yapılarak satırın sonunda 68 sayısı bulunmuştur.
3. satır ile 1. sütunun kesiştiği kareye (D) 7,
3. satır ile 3. sütunun kesiştiği kareye (E) 10,
3. satır ile 5. sütunun kesiştiği kareye (K) 2 yazılarak 68 sayısı elde edilir.

5. Satırda toplama (+) işlemi yapılarak satırın sonunda 8 sayısı bulunmuştur.
5. satır ile 1. sütunun kesiştiği kareye (L) 1,
5. satır ile 3. sütunun kesiştiği kareye (M) 3,
5. satır ile 5. sütunun kesiştiği kareye (N) 4 yazılarak 8 sayısı elde edilir.

Şimdi de aynı işlemleri sütunlara uygulayınız.
1. sütun ile 1. satırın kesiştiği kareye (A) 9,
1. sütun ile 3. satırın kesiştiği kareye (D) 7,
1. sütun ile 5. satırın kesiştiği kareye (L) 1 yazılarak 1 sayısı elde edilir.
3. sütun ile 1. satırın kesiştiği kareye (B) 6,
3. sütun ile 3. satırın kesiştiği kareye (E) 10,
3. sütun ile 5. satırın kesiştiği kareye (M) 3 yazılarak 63 sayısı elde edilir.
5. sütun ile 1. satırın kesiştiği kareye (C) 8,
5. sütun ile 3. satırın kesiştiği kareye (K) 2,
5. sütun ile 5. satırın kesiştiği kareye (N) 4 yazılarak 14 sayısı elde edilir.

Şimdi Yapabilirsin

1'den 10'a kadar olan sayıları kullanarak aşağıdaki işlem karesi tablolarını doldurunuz.

	1	2	3	4	5	
1		-		x		2
2	x	■	-	■	x	
3		÷		x		6
4	-	■	+	■	+	
5		+		+		19
	30		13		8	

1

	1	2	3	4	5	
1		x		+		52
2	x	■	-	■	+	
3		+		+		13
4	-	■	+	■	-	
5		+		+		14
	53		10		3	

2

	1	2	3	4	5	
1		+		-		2
2	+	■	+	■	x	
3		÷		x		36
4	+	■	+	■	-	
5		x		+		43
	18		8		44	

3

	1	2	3	4	5	
1		x		-		31
2	+	■	-	■	x	
3		x		÷		24
4	-	■	+	■	+	
5		+		x		10
	3		2		13	

4

	1	2	3	4	5	
1		x		+		79
2	+	■	x	■	-	
3		x		-		17
4	x	■	÷	■	+	
5		+		x		31
	11		16		10	

5

	1	2	3	4	5	
1		+		-		5
2	x	■	x	■	÷	
3		x		-		89
4	-	■	+	■	-	
5		x		x		30
	55		66		6	

6

Kare Karalamaca

Kare karalamaca oyunu, karenin dışında bulunan sayılar kadar karenin karalanması ile oynanır.

Her satırın başında ve sütunun üstünde bulunan sayılar, bulundukları satır ve sütun içinde karalanacak kare sayısını göstermektedir. Örneğin 1 ile 3 rakamları; önce 1 kare karalanacağını, boşluk bırakıldıktan sonra 3 kare daha karalanacağını gösterir. Dördüncü sütundaki 1 rakamı o sütun içinde bir tane karenin karalanacağını anlatır fakat hangi karenin karalanacağını oyuncu bulacaktır. Aşağıdaki iki örnekte karalama işlemlerinin nasıl yapılacağı gösterilmiştir. İyi eğlenceler.

Çözümlü Örnekler

	1 3	1	1 3	1	3 1
1 3	■		■	■	■
1					■
1 1 1	■		■		■
3	■	■	■		
1 1 1	■		■		■

	1 3	1 1	1 3	1	1 1	3 2
1 1 2	■		■		■	■
1 1 1		■		■		■
1						■
1 1 1	■		■		■	
3 1	■	■	■			■
1 1 1	■		■			■

Şimdi Yapabilirsin

1. Aşağıdaki kare karalamaca tablolarını doldurunuz.

1

	1 1	1 1 1	1 1	1 1	2 2
1 2					
1 1 1					
1					
1 1 1					
1 2					

2

	2 1	1 1 1	1 2	1 1	1 1 1	2 1
1 1						
1 2 1						
1 1						
1 1						
2						
3 2						

3

	2 2	1 2 1	1 1	2 2	1 1	1 2 1	2 2
3 3							
1 1 1							
1 1 1							
1 1							
1 1							
1 1 1							
2 1 2							

4

	1 3	4 1	3	4	1 1 3	4 1 1	1	4 1 1
1 3 1								
2 1 1 1								
1 1 1 1								
1 3 1								
1								
1 1 2 1								
3 1								
1 1 2 1								

Şimdi Yapabilirsin

5

	131	314	1	54	11111	34	1	54	11111	34
222										
111										
233										
11111										
233										
11										
133										
21111										
11111										
133										

6

	13	611	131	1	10	111	123	215	111	13
112										
111										
41										
1121										
11										
322										
111										
36										
1121										
36										

İşlem Çarpmaca

İşlem Çarpmacanın Kuralları
1. İşlem çarpmaca oyunu, 1'den 12'ye kadar olan sayılar birer kez kullanılarak oynanır.
2. Tablonun dışındaki sayılar, o satır veya sütunda görülen iki sayının çarpımı olmalıdır.
3. Verilen sayıların tümü, her satırda iki sayı ve her sütunda iki sayı olacak şekilde tabloya yerleştirilmelidir.

Çözümlü Örnekler

1. 1'den 10'a kadar olan sayıları kullanarak aşağıdaki işlem çarpmaca oyununun tablosunu doldurunuz.

1-10

					20
					21
					60
					9
					16
15	90	48	2	28	

20 sayısını elde etmek için: 5 · 4 yazınız.
21 sayısını elde etmek için: 3 · 7 yazınız.
60 sayısını elde etmek için: 10 · 6 yazınız.
9 sayısını elde etmek için: 1 · 9 yazınız.
16 sayısını elde etmek için: 2 · 8 yazınız.
15 sayısını elde etmek için: 3 · 5 yazınız.
90 sayısını elde etmek için: 9 · 10 yazınız.
48 sayısını elde etmek için: 6 · 8 yazınız.
2 sayısını elde etmek için: 1 · 2 yazınız.
21 sayısını elde etmek için: 3 · 7 yazınız.

1-10

5				4	20
3				7	21
	10	6			60
	9		1		9
		8	2		16
15	90	48	2	28	

2. 1'den 12'ye kadar olan sayıları kullanarak aşağıdaki işlem çarpmaca oyunu tablosunu doldurunuz. Harflerin yerine gelecek sayıları bulunuz.

		A				55
B	C					40
						48
						9
			D	E		36
					F	14
60	32	22	12	15	63	

55 sayısını elde etmek için: 5 · 11 yazınız.
40 sayısını elde etmek için: 4 · 10 yazınız.
48 sayısını elde etmek için: 6 · 8 yazınız.
9 sayısını elde etmek için: 1 · 9 yazınız.
36 sayısını elde etmek için: 12 · 3 yazınız.
14 sayısını elde etmek için: 2 · 7 yazınız.
60 sayısını elde etmek için: 6 · 10 yazınız.
32 sayısını elde etmek için: 4 · 8 yazınız.
22 sayısını elde etmek için: 11 · 2 yazınız.
12 sayısını elde etmek için: 1 · 12 yazınız.
15 sayısını elde etmek için: 5 · 3 yazınız.
63 sayısını elde etmek için: 9 · 7 yazınız.

		11		5		55
10	4					40
6	8					48
			1		9	9
			12	3		36
		2			7	14
60	32	22	12	15	63	

Şimdi Yapabilirsin

1'den 12'ye kadar olan sayıları kullanarak aşağıdaki işlem çarpmaca oyunu tablolarını doldurunuz.

1-12

						6
						45
						56
						24
						30
						44
77	18	60	24	5	48	

1

1-12

						33
						12
						10
						40
						54
						56
22	6	48	72	30	35	

2

1-12

						60
						88
						54
						40
						2
						21
48	6	11	42	40	90	

3

1-12

						72
						11
						18
						15
						40
						56
35	27	2	32	66	120	

4

Toplam Hep Aynı

Nereden toplarsan topla,
İster soldan sağa ister sağdan sola topla,
İster yukarıdan aşağıya ister aşağıdan yukarıya topla,
İstersen bir köşeden diğer köşeye topla.
Toplam hep aynı!

2	7	6
9	5	1
4	3	8

3	13	11
17	9	1
7	5	15

4	14	12
18	10	2
8	6	16

40	5	30
15	25	35
20	45	10

17	22	21
24	20	16
19	18	23

12	27	6
9	15	21
24	3	18

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

4	29	12	37	20	45	28
35	11	36	19	44	27	3
10	42	18	43	26	2	34
41	17	49	25	1	33	9
16	48	24	7	32	8	40
47	23	6	31	14	39	15
22	5	30	13	38	21	46

33	72	21	60	9	
12	36	75	24	48	
51	15	39	63	27	
30	54	3	42	66	
69	18	57	6	45	

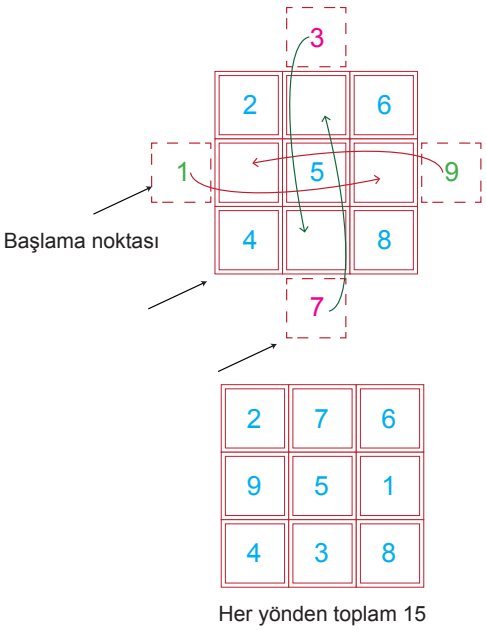
Bu tablolar nasıl hazırlanmış olabilir?

Örnek

$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ve $B = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36\}$ kümelerinin elemanlarını 3x3'lük tablolara öyle yerleştiriniz ki her yönden toplam aynı olsun.

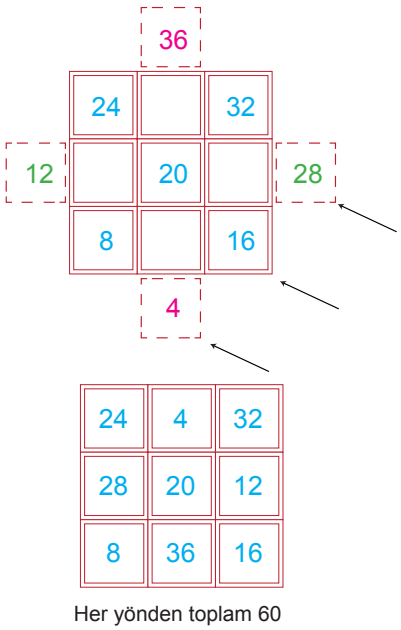
Çözüm

1. Adım: 3x3'lük tablonun dışına şekildeki gibi 4 kutu oluşturunuz.
2. Adım: Oluşturulan kutulardan başlayarak küme elemanlarını tabloya yazınız.
3. Adım: Tablo dışındaki sayıları, tablonun içinde okların gösterdiği yerlere yazınız.
4. Adım: 1. adımda çizilen kutuları siliniz, sayı yerleştirme bitmiştir.



2	7	6
9	5	1
4	3	8

Her yönden toplam 15

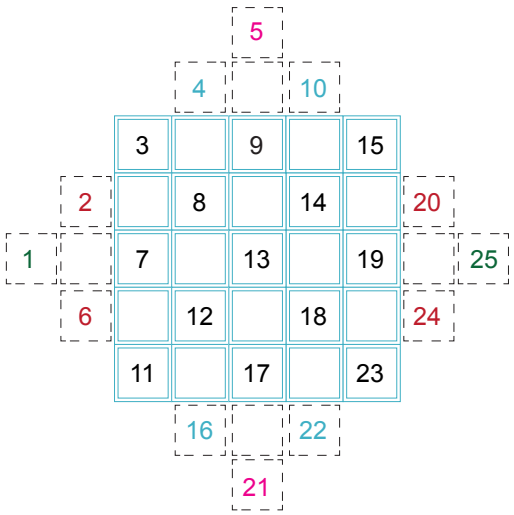


24	4	32
28	20	12
8	36	16

Her yönden toplam 60

Örnek

$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25\}$ kümesinin elemanlarını 5x5'lik tabloya öyle yerleştiriniz ki her yönden toplam aynı olsun.



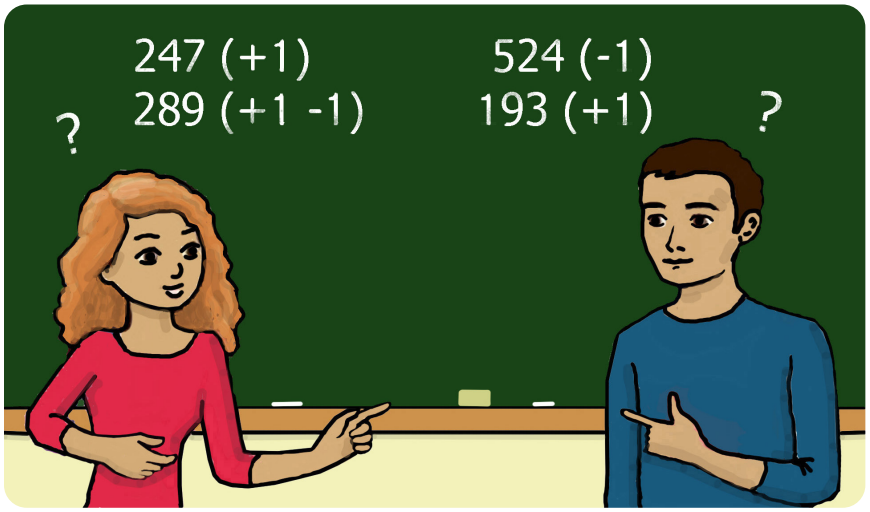
3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Her yönden toplam 65

Şimdi Yapabilirsin

1. $A = \{1,4,7,10,13,16,19,22,25\}$ kümesinin elemanlarını 3x3'lük tabloya öyle yerleştiriniz ki her yönden toplam aynı olsun.
2. $A = \{2,4,6,8,...,18\}$ kümesinin elemanlarını 3x3'lük tabloya öyle yerleştiriniz ki her yönden toplam aynı olsun.

Aklımdaki Sayıyı Bul



Oyun iki kişi arasında oynanır.

İki kişiden her biri aklından rakamları farklı, iki basamaklı (oyunun zorluk derecesine göre üç ya da dört basamaklı da olabilir) birer sayı tutar.

Oyuna başlayan kişi, belirlenen basamak sayısına göre bir sayı tahmininde bulunur ve bunu ikinci kişiye söyler.
İkinci kişi kendi tuttuğu sayı ile arkadaşının tahmin ettiği sayıyı karşılaştırarak geri bildirimde bulunur.
Burada yöntem şöyledir: Eğer söylenen sayı ile tutulan sayının "n" tane basamağının hem yeri hem de sayı değeri aynı ise "+n", k tane basamağın ise sadece sayı değerleri aynı ancak basamakları farklı ise "-k" şeklinde bir yönlendirme yapılır.

Örneğin tutulan sayının 7465, söylenen sayının 5478 olduğunu varsayınız.

Burada 4'ün hem yeri hem değeri isabetli olduğundan bu kısım için +1, 5 ve 7'nin ise basamak değerleri farklı olduğu hâlde her iki rakam da sayıda yer bulduğundan bunlar için -2 yönlendirmesi yapılır.

Yapılan bu yönlendirme ile birinci kişi bir sonraki adımda tahminini şekillendirmeye çalışır.

Aynı şekilde bu kez ikinci kişi bir tahminde bulunur ve arkadaşından geri bildirim alır.

Bu şekilde devam eden adımlar sırasında arkadaşının sayısını doğru tahmin eden ilk kişi oyunu kazanır.
Tahminlerin isabetli olmasını kolaylaştıracak bazı taktikler belirlenebilir.

Örneğin tahmin edilen sayıya karşılık verilen değer "0" ise bu, kullanılan hiçbir rakamın sayıda yer almadığını gösterir. Dolayısıyla bu durum sonraki tahminlerde bu rakamlara yer vermeye gerek olmadığı anlamına gelir.

Yine aynı şekilde tahmin edilen sayıya, karşı tarafın verdiği değer "-2" ise "+2" değerini yakalayıp iki basamağın hem yerini hem değerini garantileyene kadar aynı rakamlar yerleri değiştirilerek tahmin olarak sunulabilir.

Benzer taktikler geliştirmek, oyuncuların akıl yürütme becerilerine bağlı olarak mümkündür.

Örnek

Oyun için öğretmen, Göktürk ve Zeynep'i tahtaya kaldırır. Her ikisinden de küçük birer kâğıda karşı tarafa göstermeden 3 basamaklı, rakamları farklı birer sayı yazmalarını ister.

Oyuna Zeynep başlar ve Göktürk'ün sayısı ile ilgili tahminini söyler.

Zeynep'in Tuttuğu Sayı: 642		**Göktürk'ün Tuttuğu Sayı: 905**	
Zeynep'in Göktürk'ün Sayısı ile İlgili Tahmini	Göktürk'ün Zeynep'in Tahminine Verdiği Cevap	Göktürk'ün Zeynep'in Sayısı ile İlgili Tahmini	Zeynep'in Göktürk'ün Tahminine Verdiği Cevap
430	-1 (0 var ancak yeri doğru değil)	572	+1 (2 rakamı var ve yeri de doğru)
671	0 (Bu cevap 6, 7 ve 1 rakamlarının Göktürk'ün sayısında olmadığını gösteriyor.)	752	+1 (İlk tahmininin yüzler ve onlar basamağını değiştirdiği hâlde +1 cevabı değişmediğine göre yeri değişmeyen 2 rakamı doğru basamaktadır. Böylelikle sayının birler basamağı garantilendi. Aynı zamanda 7 ve 5'in sayıda bulunmadığı da kesinleşti.)
601	+1 (Zeynep bilerek 6 ve 1 rakamlarını ilk tahmininden bir rakam ile kullanıyor. Buradaki amacı ilk tahmininde tutturduğu rakamı ve rakamın yerini tespit etmek. Şu ana kadarki tahminlerine aldığı cevaplar ona 0 rakamının onlar basamağında kullanıldığını ve 6, 7, 1 gibi 4 ve 3 rakamlarının da Göktürk'ün sayısında olmadığını gösteriyor. Geriye 2, 5, 8 ve 9 kalıyor.)	452	+1, -1 (+1 cevabı 2 rakamı ile ilgilidir ve -1 cevabı da sayıda yer almadığı kesinleşen 5 için değil 4 rakamı içindir. Sonuç olarak 4 rakamını onlar basamağında kullanmak gerektiği açıktır.)
709	+1,-1 (Zeynep 0 rakamının yerini kesinleştirmişti. Bununla birlikte 7 rakamının da Göktürk'ün sayısında olmadığına emin olmuştu. Bu durumda cevaptaki -1 in sebebinin 9 olduğu açıktır. Ancak 9'un gerçek yeri yüzler basamağıdır.)	942	+2 (Sayıda doğru olmayan tek rakam 9'dur.)
908	2 (Sayıda doğru olmayan tek rakam 8'dir.)	642	Göktürk, arkadaşının sayısını doğru tahmin eden ilk kişi olarak oyunu kazanır.

1. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

1. $[10-30:5+(-5)]\cdot[(-3)5+(-3)(-7)]$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -6 **B)** -1 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 6

2. $A = 2^4 \cdot 5^3 \cdot 6^3$ sayısının asal bölenleri hariç kaç tane pozitif tam böleni vardır?

A) 115 **B)** 120 **C)** 122 **D)** 125 **E)** 130

3. $\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{24}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 **B)** 8 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 13

4. $\frac{4}{a+4}$ kesrini tanımsız yapan a değeri için $\frac{b-5}{a-4}=\frac{5}{4}$ ise b kaçtır?

A) -1 **B)** -2 **C)** -3 **D)** -4 **E)** -5

5. $(32)^2 5^9$ işleminin sonucu kaç basamaklıdır?

A) 4 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

6. $\frac{(-1)^{500}(-1)^{401}(-1)^{299}}{-1^{500}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 **B)** 1 **C)** -1 **D)** -2 **E)** -3

7. Geçerli durumlar için abcd dört basamaklı sayısında a rakamı 3 artırılır, c rakamı 2 azaltılır, b ve d rakamları ise 4 azaltılırsa abcd sayısının değerinde nasıl bir değişim olur?

A) 1870 artar.

B) 2300 azalır.

C) 2576 artar.

D) 2775 azalır.

E) 2800 artar.

8. ab8 üç basamaklı doğal sayısı, ab iki basamaklı doğal sayısından 899 fazla ise a+b kaçtır?

A) 15 **B)** 16 **C)** 17 **D)** 18 **E)** 19

9. $\frac{(-1)^{515}\cdot(-1)^{122}+(-1)^{303}}{(-1)^{421}\cdot(-1)^{100}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 **B)** -1 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 3

10. $\frac{\sqrt{0,49}+\sqrt{1,44}}{\sqrt{0,25}+\sqrt{0,16}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{13}{9}$ **B)** $\frac{13}{10}$ **C)** $\frac{14}{9}$ **D)** $\frac{16}{9}$ **E)** $\frac{17}{9}$

1. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

11. $\sqrt{2+\frac{1}{4}}+\sqrt{5+\frac{4}{9}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 **B)** $\frac{23}{6}$ **C)** $\frac{23}{5}$ **D)** 2 **E)** $\frac{7}{2}$

12. $a,b,c \in \mathbb{N}$ $a+b+c=13$ olduğuna göre $a\cdot b\cdot c$ işleminin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 60 **B)** 70 **C)** 80 **D)** 90 **E)** 100

13. Ardışık 5 tek doğal sayının toplamı 145'tir. Buna göre bu sayıların en büyüğü ile en küçüğünün toplamı kaçtır?

A) 56 **B)** 57 **C)** 58 **D)** 59 **E)** 60

14. 2016 sayısının asal olmayan tam sayı bölenlerinin sayısı kaçtır?

A) 17 **B)** 33 **C)** 36 **D)** 69 **E)** 72

15. $\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}:\frac{1}{4}}-\frac{3-5}{4}+2^{-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{5}{4}$ **E)** $\frac{9}{8}$

16. $\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}+2\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 **B)** $2\sqrt{3}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $\sqrt{2}$ **E)** 6

17. Asal bölenlerinin toplamı 10 olan pozitif bir tam sayının asal bölenlerinin çarpımı, kaç farklı değer alabilir?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

18. $2+\frac{12}{5+\frac{8}{x-2}}=4$ olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) 10 **B)** 8 **C)** 6 **D)** 4 **E)** 3

19. $x>3$ ve $x\in\mathbb{Z}$ olmak üzere $a=\frac{x-1}{x+2}$, $b=\frac{x}{x+3}$, $c=\frac{x-3}{x}$ sayılarının küçükten büyüğe sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) a<b<c **B)** a<c<b **C)** b<c<a **D)** b<a<c **E)** c<a<b

20. x ve y birer pozitif tam sayıdır.
$60x=y^2$ eşitliğinde x+y toplamının alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15 **B)** 30 **C)** 45 **D)** 60 **E)** 120

1. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

1. x ve y pozitif tam sayılardır. $\frac{3}{x} = \frac{y}{2} = z$ olduğuna göre z nin en büyük değeri için x+y+z ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

2. Değeri $\frac{3}{5}$ olan bir kesrin payına 3 ekleyip paydasından 5 çıkarıldığında kesrin değeri 2 katına çıkıyor. Bu kesrin paydası ile payı arasındaki fark kaçtır?

A) 4 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

3. $a = \left(\frac{1}{16}\right)^4$ ve $b = (2^{-1})^{10}$ ise $\frac{b}{a}$ değeri kaçtır?

A) 16 **B)** 20 **C)** 32 **D)** 48 **E)** 64

4. $2^a = x$ ve $3^a = y$ ise 72^a nın x ve y cinsinden değeri nedir?

A) $x \cdot y^2$ **B)** $x^2 \cdot y$ **C)** $x^3 \cdot y^2$ **D)** $x^3 \cdot y^4$ **E)** $x^4 \cdot y^4$

5. a ve b doğal sayılardır. a + b = 17 olduğuna göre a·b işleminin alabileceği en büyük değer ile en küçük değerin farkı kaçtır?

A) 72 **B)** 62 **C)** 60 **D)** 48 **E)** 36

6. a ve b doğal sayılardır. (a + 1)·(2b - 1) = 23 olduğuna göre a + b ifadesinin alacağı en küçük değer kaçtır?

A) 17 **B)** 15 **C)** 13 **D)** 12 **E)** 11

7. Aşağıdaki sıralamalardan hangisi yanlıştır?

A) $5 < \sqrt{29} < 6$

B) $4 < \sqrt{14} < 5$

C) $3 < \sqrt{15} < 4$

D) $2 < \sqrt{6} < 3$

E) $3 < \sqrt{17} < 5$

8. $24\underbrace{000...0}_{\text{n tane}}$ sayısının pozitif tam bölen sayısı 108 olduğuna göre n kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

9. $4 < x < 17$ olmak üzere 6 ile aralarında asal olan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 31 **B)** 36 **C)** 37 **D)** 38 **E)** 39

10. $3^{x-1} = 9$ olduğuna göre 9^{x-1} in değeri kaçtır?

A) 3 **B)** 9 **C)** 27 **D)** 81 **E)** 243

1. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

11. $a = -2^2$, $b = (-2)^2$, $c = -2^{-2}$ olduğuna göre a, b, c nin sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) a>c>b **B)** a>b>c **C)** b>c>a
D) c>b>a **E)** c>a>b

12. $\frac{\sqrt{0,25}+\sqrt{1,44}}{\sqrt{0,16}-\sqrt{0,09}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,17 **B)** 17 **C)** 1,7
D) 170 **E)** 0,017

13. 10! sayısının pozitif tek tam sayı bölenlerinin sayısı kaçtır?

A) 9 **B)** 30 **C)** 232
D) 240 **E)** 360

14. aa ve bb iki basamaklı sayılardır.
$\frac{aa+bb}{a,b+b,a}$ ifadesinin $\frac{2}{5}$ i kaçtır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 10
D) 11 **E)** 20

15. $\frac{2^7-(-2)^5}{3^2+(-4)^2} : \frac{1}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 10
D) 16 **E)** 32

16. $5-[1-2\cdot(-3)+1]\cdot(-6)+(-3)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -117 **B)** -46 **C)** 27
D) 49 **E)** 50

17. $(16^5 \cdot 5^{16})^2$ sayısı kaç basamaklıdır?

A) 18 **B)** 18 **C)** 24
D) 32 **E)** 35

18. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ **B)** $\sqrt{2}$ **C)** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}-1$ **E)** $\sqrt{3}-1$

19. Ardışık 27 tek sayının toplamı 891 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?

A) 33 **B)** 47 **C)** 51
D) 59 **E)** 71

20. $xy+1=2x-3y$ eşitliğinde x in hangi değeri için y bulunamaz?

A) -3 **B)** $-\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{1}{2}$
D) 2 **E)** 3

1. Ünite Sonu Değerlendirme (3)

1. 360 sayısının pozitif bölenlerinin kaç tanesi 3'ün katıdır?

A) 12 **B)** 15 **C)** 16 **D)** 18 **E)** 20

2. $x = \frac{1}{15} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21}$ ve $a = \frac{16}{15} + \frac{39}{19} + \frac{64}{21}$ ise a nın x cinsinden değeri nedir?

A) x + 2 **B)** 2x + 3 **C)** 3x + 1 **D)** x + 6 **E)** x + 7

3. $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ ise $\sqrt{240}$ ın a ve b türünden değeri kaçtır?

A) ab^2 **B)** 2ab **C)** 4ab **D)** $6a^2b^2$ **E)** $8ab^3$

4. $x = -3\sqrt{2}$, $y = -2\sqrt{3}$, $z = \sqrt{2}$ sayılarını sıralayınız.

A) x<y<z **B)** y<x<z **C)** y<z<x **D)** x<z<y **E)** z<x<y

5. $\sqrt{\frac{9}{25} - \frac{2}{5} + \frac{1}{9}}$ işleminin sonucu nedir?

A) $\frac{-14}{15}$ **B)** $\frac{-11}{15}$ **C)** $\frac{2}{15}$ **D)** $\frac{4}{15}$ **E)** $\frac{7}{15}$

6. $111^3 + 222^3$ işleminin kaç tane pozitif tam sayı böleni vardır?

A) 6 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 24

7. $\left(\frac{1}{32}\right)^{a-1} = 8^{3-a}$ ise a kaçtır?

A) -3 **B)** -2 **C)** -1 **D)** 2 **E)** 1

8. Karekökü 0,1 olan sayının 2 katı kaçtır?

A) $\frac{1}{25}$ **B)** $\frac{1}{50}$ **C)** $\frac{1}{75}$ **D)** 0,1 **E)** 0,01

9. a, b, c birer rakam olmak üzere $\frac{(ab,c) - (cb,a)}{a - c}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,9 **B)** 1,01 **C)** 1,9 **D)** 9,9 **E)** 99

10. $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ ve $3,26 = x + \frac{y}{5} + \frac{z}{50}$ olduğuna göre x+y+z işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

1. Ünite Sonu Değerlendirme (3)

11. a, b, c birer rakam olmak üzere c > b ve b = 2a şartını sağlayan 3 basamaklı, en büyük abc çift sayısı kaçtır?

A) 368 **B)** 370 **C)** 372 **D)** 374 **E)** 376

12. a, b, c birer rakam ve a - b = c olmak üzere abc biçiminde yazılabilen en büyük ve en küçük tek sayıların farkı kaçtır?

A) 870 **B)** 875 **C)** 880 **D)** 885 **E)** 890

13. $\frac{\sqrt{16,9}+\sqrt{14,4}}{\sqrt{0,25}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{10}$ **B)** $3\sqrt{10}$ **C)** $5\sqrt{10}$ **D)** 10 **E)** 15

14. $\frac{\sqrt{4^3+4^3+4^3+4^3+4^3}}{\sqrt{5^3+5^3+5^3+5^3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{16}{25}$ **B)** $\frac{4}{5}$ **C)** 1 **D)** $\frac{5}{4}$ **E)** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

15.



Şekildeki sayı doğrusunda 4 ile x tam sayısı arasında 5 adet tam sayı, y ile x tam sayıları arasında 15 adet tam sayı var ise $x \cdot y$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -60 **B)** -54 **C)** -50 **D)** -48 **E)** -45

16. $(48 \cdot 80 \cdot 375 \cdot 625)^2$ sayısı kaç basamaklıdır?

A) 9 **B)** 10 **C)** 16 **D)** 17 **E)** 18

17. $\frac{4}{3}\sqrt{1+\frac{9}{16}}+\frac{3}{4}\sqrt{1+\frac{16}{9}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 35 **B)** 3 **C)** $\frac{7}{5}$ **D)** $\frac{5}{7}$ **E)** $\frac{35}{12}$

18. Aşağıdakilerden hangisi $\frac{-3}{2}$ ile $\frac{5}{3}$ rasyonel sayılarına eşit uzaklıktadır?

A) $\frac{-2}{3}$ **B)** $\frac{1}{12}$ **C)** $\frac{1}{6}$ **D)** $\frac{11}{12}$ **E)** $\frac{7}{8}$

19. Bir telin ucundan $\frac{1}{7}$ si kesildiğinde telin orta noktası 5 cm yer değiştirdiğine göre telin ilk uzunluğu kaç metredir?

A) 70 **B)** 7 **C)** 0,7 **D)** 0,6 **E)** 60

20. a, b, c ardışık tek sayılar ve a < b < c olmak üzere $\left(1+\frac{2}{a}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{b}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{c}\right)=\frac{13}{7}$ ise a+b+c ifadesinin değeri kaçtır?

A) 15 **B)** 21 **C)** 27 **D)** 33 **E)** 39

1. Ünite Sonu Değerlendirme (4)

1. $16\underbrace{00...0}_{\text{n tane}}$ sayısının asal olmayan tam sayı bölenlerinin sayısı 118 olduğuna göre n değeri kaçtır?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

2. a ve b pozitif tam sayıdır. $104 \cdot a^2 = b^3$ olduğuna göre b nin en küçük değeri kaçtır?

A) 26 **B)** 27 **C)** 28 **D)** 29 **E)** 30

3. Aşağıdaki toplama işlemine göre $0,x + 0,yx + 0,zyx + 0,tzyx = 1,2875$ olduğuna göre $(x + y) \cdot (t - z)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 21

4. $\frac{24^4 + 16^3 - 5 \cdot 16^3}{4 \cdot 24^3 - 2 \cdot 160^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 61 **B)** 68 **C)** 72 **D)** 77 **E)** 108

5. $\frac{2}{3} < x < y < \frac{11}{3}$ sıralamasında birbirini izleyen sayılar arasındaki farklar eşit olduğuna göre x + y ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 **B)** $\frac{13}{3}$ **C)** $\frac{14}{3}$ **D)** $\frac{16}{3}$ **E)** $\frac{17}{3}$

6. x ve y pozitif tam sayıları için $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-y+1} = 1$ olduğuna göre y^{x+y} kaç olur?

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 16 **E)** 32

7. "Paydaları ardışık olan pozitif iki birim kesir arasına eşit aralıklar ile istenilen sayıda kesir yerleştirmek için 1. adımda kesirlerin paydaları eşitlenir, 2. adımda n sayıda kesir yerleştirmek için kesirler n+1 ile genişletilir." Buna göre $\frac{1}{4}$ ile $\frac{1}{3}$ arasına eşit aralıklar ile 5 kesir yerleştirildiğinde $\frac{1}{4}$ ten büyük en küçük kesir kaçtır?

A) $\frac{19}{72}$ **B)** $\frac{4}{15}$ **C)** $\frac{7}{24}$ **D)** $\frac{13}{48}$ **E)** $\frac{17}{60}$

8. Bir telin her iki ucundan telin $\frac{1}{6}$ sı ve telin $\frac{1}{8}$ i olacak şekilde iki parça kesiliyor. Kesilen telin orta noktası, 2 cm yer değiştirdiğine göre telin ilk uzunluğu kaç cm dir?

A) 60 **B)** 68 **C)** 72 **D)** 84 **E)** 96

9. $23 < x < 153$ olmak üzere pozitif bölen sayısı tek sayı olan kaç farklı x değeri vardır?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

1. Ünite Sonu Değerlendirme (4)

10. a ve b pozitif tam sayılar ve c bir asal sayı olmak üzere $(a+5)\cdot(b-3)=c$ eşitliği veriliyor. Buna göre $b\cdot(c-a)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 15 **E)** 20

11. $106\cdot xy$ çarpımında xy iki basamaklı sayısının birler basamağı 1, onlar basamağı 2 arttırılırsa sonuç kaç artar?

A) 400 **B)** 1226 **C)** 1826 **D)** 2226 **E)** 2626

12. $(\sqrt{3,6}+\sqrt{6,4}):\sqrt{10}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,4 **B)** 0,7 **C)** 1 **D)** 1,4 **E)** 2,8

13. $\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{25}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ **B)** $\frac{9}{25}$ **C)** $\frac{29}{125}$ **D)** $\frac{121}{125}$ **E)** 2

14. $(x+y)$ ile $(x+z)$ sayıları aralarında asal ve $2x+5y=3z$ olduğuna göre $z-y$ kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 7

15. $K=2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7^2$ veriliyor. Buna göre K sayısının bölenlerinden, 6'nın katı olup 5'e tam bölünemeyen kaç tane pozitif tam sayı böleni vardır?

A) 12 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 30 **E)** 36

16. $x\in\mathbb{Z}$ ve $\frac{x+997}{x-3}$ ifadesi bir tam sayı belirttiğine göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 32 **B)** 64 **C)** 96 **D)** 144 **E)** 156

17. $\frac{1}{64}, \frac{2}{63}, \frac{3}{62}, \ldots, \frac{64}{1}$ sayılarından kaç tanesi sadeleşemeyen basit kesirdir?

A) 24 **B)** 26 **C)** 27 **D)** 30 **E)** 33

18. $\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{40}$ **B)** $\frac{5}{42}$ **C)** $\frac{23}{56}$ **D)** $\frac{35}{56}$ **E)** 1

19. ab ve ba iki basamaklı sayı ve $a^2-b^2=ab-ba$ olduğuna göre kaç farklı ab iki basamaklı sayısı vardır?

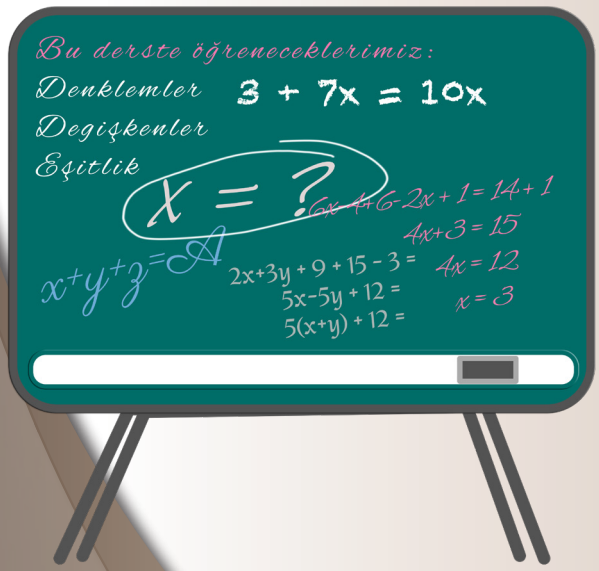
A) 8 **B)** 9 **C)** 11 **D)** 17 **E)** 18

20. ABC, DEF üç basamaklı ve ABCDEF, DEFABC altı basamaklı sayılar olmak üzere ABCDEF + DEFABC = 250250 ise ABC + DEF işleminin sonucu kaçtır?

A) 125 **B)** 200 **C)** 250 **D)** 500 **E)** 750

2. ÜNİTE: CEBİRSEL İFADELER

2.1. ÖZDEŞLİKLER VE DENKLEMLER
2.2. STRATEJİ OYUNLARI



Bu bölümde

- Özdeşlik ve denklemlerle ilgili matematiksel kavramların tarihsel gelişimini açıklamayı,
- Özdeşlik ile denklem arasındaki farkı açıklamayı,
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeyi,
- Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini cebirsel yöntemlerle çözmeyi,
- Birinci dereceden iki bilinmeyenli denkleme karşılık gelen grafiği analitik düzlemde çizmeyi,
- Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözümünü analitik düzlemde bulmayı,
- Günlük hayat durumlarıyla ilgili problemleri çözmeyi,
- Strateji oyunlarını oynamayı öğreneceksiniz.

2.1. ÖZDEŞLİKLER VE DENKLEMLER

2.1.1. Özdeşlik ve Denklem Kavramlarının Tarihsel Gelişimi

Etkinlik

Sayıların tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.

Özdeşlikler Tarihçesi

Harezmi, cebirde sembolizm ve ikinci dereceden denklemlerin çözümleri noktasında Rönesans matematikçilerine yol açacak sistematik çalışmalar yapmıştır. Harezmi'nin "Kitâbü'l-Muhtasar fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele"de ele aldığı konular, bugünkü ileri matematik dikkate alındığında matematik tarihinde cebirin kökenini açıkça ortaya koymaktadır. Harezmi bu eseri ile matematik alanında belli başlı şu çalışmaları yapmıştır:

1. Cebiri metodik ve sistematik hâle getirerek cebirin bugünkü ileri seviyeye gelmesini sağlamıştır.
2. İkinci dereceden denklemlerin pozitif köklerini veren orijinal bir çözüm metodunu ilk olarak ortaya koymuştur.
3. İkinci dereceden denklemler için bugün kare ve dikdörtgen metodu denen grafik metodunu yani geometrik yollarla çözüm yollarının gerçekleştirilmesini cebire kazandırmıştır.
4. Cebir sembolizmi ile birinci ve ikinci dereceden denklemlerin çözümünü sistematik bir şekilde ortaya koyarak kendisinden sonra gelen matematikçilere yol açmıştır(Topdemir, 2012).

Değişkenler Tarihçesi

Değişken kavramı, ilkokuldan üniversiteye kadar matematiğin en önemli kavramlarından birisidir. Aritmetiğin temel kavramı, sayı kavramı iken cebir ve bütün yüksek matematiğin temeli, değişken kavramıdır. Sayılar, kümeler üzerindeki işlemlerin tanımlarını özetleme imkânı verirken değişkenler, kümeler arasındaki ilişkileri tanımlama imkânı verir. Değişkenler; çok geniş bir içeriğe sahip yüksek matematiğin temel fonksiyonları, denklemleri ve kompleks örnekleriyle çalışma imkânı verir. Değişken kavramının anlaşılması, aritmetikten cebire geçiş ve ileri matematiğin anlamlı kullanımı için bir temel sağlar.

Rajaratnam(Rajıratnım) değişken kavramının bulunmasını, matematik tarihinin dönüm noktası olacak kadar önemli bir olay olarak nitelemektedir. Betz (Bets) ise "Cebir sembolleri, cebir için övünç kaynağıdır. Fakat aynı zamanda semboller, cebirin beddua kaynağıdır da." diyerek bu konuya farklı bir açıdan dikkat çekmek istemiştir. Arcavi (Arkavi) ve Schoenfeld (Şhonfell) bu konuyla ilgili olarak "Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik müfredatında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir." demişlerdir. Ayrıca harf sembollerin kullanımındaki belirsizlikler de öğrencilerin bu kavramı anlamalarında zorluğa neden olmaktadır.
$2(a + 2) = 6$ ifadesinde a bir değişkendir. $2x + 3y = 4$ ifadesi iki değişkenlidir.

Eşitlik Tarihçesi

Tarihte eşitlik kavramını ilk kez MÖ 624 yılında doğan Miletli Thales'in (Tales) kullandığı bilinmektedir. İlk filozoflardan olduğu için felsefenin ve bilimin öncüsü olarak kabul edilen Thales, Mısır matematik okulunun ilk öğrencisidir. Büyük bir matematik bilgini ve filozofu olan Thales, bulduğu bazı geometri teoremlerinde eşitlik kavramına yer vermiştir. Bu eşitlik kavramı şöyledir:

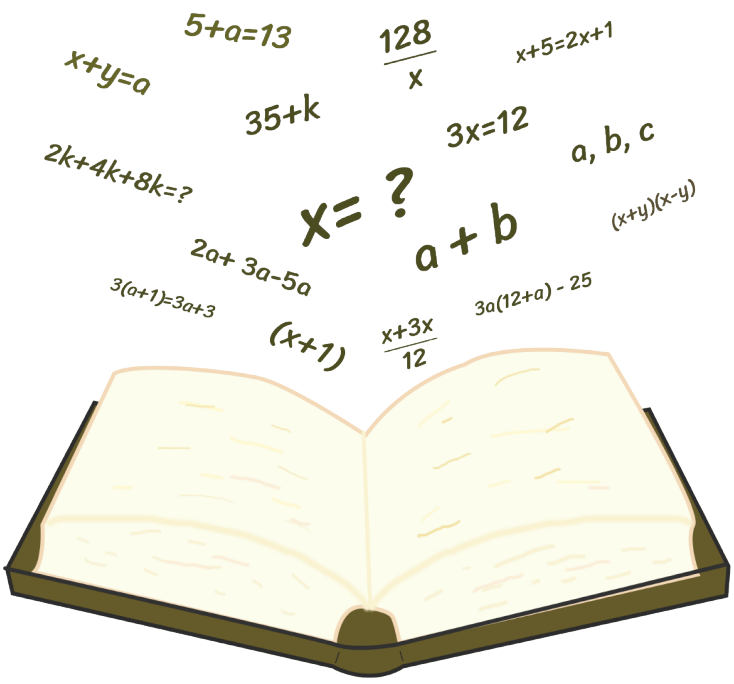
1. Çap çemberi iki eşit parçaya böler.
2. Bir ikizkenar üçgenin taban açıları birbirine eşittir.
3. Birbirini kesen iki doğrunun oluşturduğu ters açılar birbirine eşittir.

Eşitlik kavramı daha sonra Geometrinin babası olarak bilinen Öklid tarafından kullanılmıştır. Öklid, geometrisinin aksiyomlarında eşitlik kavramından bahsetmiştir. Bu eşitlik kavramı şöyledir:

1. Eğer eşit miktarlara, eşit miktarlar eklenirse elde edilenler de eşit olur.
2. Eğer eşit miktarlardan, eşit miktarlar çıkartılırsa eşitlik bozulmaz.
3. Birbirine çakışan şeyler birbirine eşittir.
4. Bütün dik açılar birbirine eşittir.
5. Aynı şeye eşit olan şeyler birbirlerine de eşittir.

Matematikçiler, 16. yüzyıla kadar kendilerine has eşittir işaretleri kullanmışlardı ve bu durumu karşılayacak ortak bir gösterim biçimi olmaması birbirlerini anlamalarını zorlaştırmaktaydı. Robert Recorde (Rabırt Rikord) 1557 yılına ait "The Whetstone of Witte" (Dı Vetston of Vit) adlı yapıtında "Eşittir sözcüğünü bıktırıcı bir biçimde tekrar tekrar kullanmaktansa genelde çalışırken yaptığım gibi paralel iki çizgi koyacağım çünkü paralel iki çizgiden daha eşit bir şey olamaz." diyerek ilk kez bu işareti kullanmıştır. Örneğin; $4x - 2 =$ eşitliği yazılabilir. $3x + 3 =$ eşitliği yazılabilir.

Denklemler Tarihçesi



Denklemler konusunda ilk önemli adımların Babilliler tarafından atıldığı bilinmektedir. Bu konudaki en eski yazılı belge ise MÖ 1700'den önce yaşadığı düşünülen Mısırlı Ahmes'in çalışmalarını içeren Rhind(Raynd) Papirüsü'dür. Bu kaynakta çeşitli birinci dereceden denklemlerin çözümleri yer alır. Dolayısıyla denklem kavramı, eski çağlardan beri günlük hayatta ihtiyaç duyulan ve birçok ölçme-hesaplama işleminde araç olarak kullanılan önemli matematik yapılarından biridir. MÖ 300 yıllarında yaşayan Öklid ve MS 200'lü yıllarda yaşayıp cebirsel sembolleri ilk kullanan Diophantus (Diyafentos) $x + y = a$, $xy = k^2$, $x^2 - y^2 = a^2$ biçimindeki denklemlerin çözümlerini araştırmışlardır.

Matematik dünyasında önemli bir yeri olan Türk-İslam bilgini Harezmi'nin yazdığı "Kitâbü'l-Muhtasar fi'l-Cebr ve'l-Mukâbele" adlı eseri, birinci ve ikinci dereceden denklemlerin sistematik çözümlerinin yer aldığı ilk eser olma özelliğini taşımaktadır. Bilindiği gibi Harezmi, cebirin kurucusu olarak kabul edilmektedir. 13 ve 14. yüzyılarda İslam matematikçilerine ait eserlerin çevirileri ve İtalyan Leonardo Pisano'nun çalışmalarıyla Batı'da tanınmaya başlayan denklemlerin genel bir kurama dayandırılmasının ilk önemli adımları 15 ve 16. yüzyıllarda İtalyan matematikçiler tarafından atılmıştır.

Denklemlerde kullanılan "x" harfinin kökeni Arapça "şey" kelimesine dayanmaktadır. Denklemler; matematiğin hemen hemen her alanında, ayrıca astronomi, bilgisayar programcılığı ve tıpta kullanılmaktadır. İslamiyet'in başlangıç yıllarında dini günlerin tespiti, namaz vakitlerinin belirlenmesi, takvim hazırlanması, veraset hesapları, yükseklik tayini ve günlük yaşantı için gerekli pratik ölçme ve hesaplamalar için denklemlerden yararlanılmıştır(Altıntaş, İlgün, Uygun ve Angay, 2021).

Şimdi Yapabilirsin

Aşağıdaki ifadelerden özdeşlik olan olan ifadenin yanına Ö, değişken olan ifadenin yanına D yazınız.

1) $2x - 4 = 2(x - 2)$ _____
2) $2(x + 3) = 2x + 6$ _____
3) $x + 7 = 7 + x$ _____
4) $2x + x = 3x$ _____
5) $x(1 + x) = x^2 + x$ _____
6) $8x + 4 = 16$ _____
7) $3 - x = 2x$ _____
8) $3x + 5 = -2x + 7$ _____
9) $3(2a + 1) = 6a + 3$ _____
10) $4 - 2x = x$ _____
11) $2x + 5 = 9$ _____
12) $3y + 5y = 8y$ _____
13) $3x(x + 2) = 3x^2 + 6x$ _____
14) $x - 1 = 4$ _____
15) $x(2x - 1) = 2x^2 - x$ _____
16) $3x - 2 = 3(x - 2)$ _____
17) $a(3a + 2) = 3a^2 + 2a$ _____
18) $(m + 3) + (m + 1) = 2m + 4$ _____

2.1.2. Özdeşlikler ve Denklemler

Özdeşlikler

İçindeki değişkenlerin alabileceği her bir gerçek sayı değeri için daima doğru olan eşitliklere özdeşlik denir.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin özdeşlik olup olmadığını inceleyiniz.

a) $x.(x+3) = x^2 + 3x$

b) $3(x+2) = 3x + 6$

c) $3(x+2) = 9$

ç) $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

Çözüm

a)

$x = 0$ için	$x = 1$ için
$x \cdot (x+3) = x^2 + 3x$	$x \cdot (x+3) = x^2 + 3x$
$0 \cdot (0+3) = 0^2 + 3 \cdot 0$	$1 \cdot (1+3) = 1^2 + 3 \cdot 1$
$0 = 0$	$4 = 4$

Benzer şekilde x in tüm gerçek sayı değerleri için daima doğru olan $x \cdot (x+3) = x^2 + 3x$ ifadesi bir özdeşliktir.

b)

$x = 0$ için	$x = 1$ için	$x = 2$ için
$3(x+2) = 3x + 6$	$3(x+2) = 3x + 6$	$3(x+2) = 3x + 6$
$3(0+2) = 3 \cdot 0 + 6$	$3(1+2) = 3 \cdot 1 + 6$	$3(2+2) = 3 \cdot 2 + 6$
$6 = 6$	$9 = 9$	$12 = 12$

Benzer şekilde x in tüm gerçek sayı değerleri için daima doğru olan $3(x+2) = 3x + 6$ ifadesi bir özdeşliktir.

c)

$x = 1$ için	$x = 2$ için
$3(x+2) = 9$	$3(x+2) = 9$
$3(1+2) = 9$	$3(2+2) = 9$
$9 = 9$	$12 \neq 9$

$3(x+2) = 9$ ifadesi her gerçek sayı için doğru olmadığından bir özdeşlik değildir.

ç)

$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

$(x-2)(x-2) = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 2x - 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 4x + 4$ eşitliği her x gerçek sayısı için daima sağlandığından $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$ ifadesi bir özdeşliktir.

Şimdi Yapabilirsin

1. Aşağıdaki ifadelerin özdeşlik olup olmadığını inceleyiniz.

a) $4(x+1) = 4x + 4$

b) $3(x-2) = 2x + 2$

c) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Denklemler

Bazı gerçek sayılar için doğru olan eşitliklere denklem denir.

Örnek

$2x + 6 = 3x$ ifadesi bir denklem midir?

Çözüm

$3x = 2x + 6$

$3x - 2x = 6$

$x = 6$

$x = 6$ denklemi sağlar. İfade bir denklemdir.
Diğer gerçek sayılar denklemi sağlamaz.

Örnek

$4(x + 2) = 16$ ifadesi bir denklem midir?

Çözüm

$4(x + 2) = 16$

$4x + 8 = 16$

$4x = 16 - 8$

$x = 2$ bulunur.

$x = 2$ denklemi sağlar.
İfade bir denklemdir.

Özdeşlikler içerdikleri değişkenlere verilecek bütün gerçek sayılar için denklemler ise bazı sayılar için doğrudur.

$5(x + 3) = 5x + 15$ ifadesi bir özdeşliktir.

$5(x - 3) = 4x$ ifadesi bir denklemdir.

$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$ ifadesi bir özdeşliktir.

Tamkare Özdeşlikleri

$x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere

1. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
2. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

olarak ifade edilir.

Örnek

$(x + 4)^2$ ifadesinin özdeşini bulunuz.

Çözüm

$(x + 4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2$

$= x^2 + 8x + 16$ bulunur.

Örnek

$(\sqrt{x} - \sqrt{3})^2$ ifadesinin özdeşini bulunuz.

Çözüm

$(\sqrt{x} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$= x - 2\sqrt{3x} + 3$ bulunur.

Uyarı

İki terim toplamının veya farkının parantez karesi; birincinin karesi, birinci ile ikincinin çarpımının iki katı ve ikincinin karesinin toplamıdır.

Örnek

$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)^2$ ifadesinin özdeşini bulunuz.

Çözüm

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$a^2+\frac{1}{a^2}=10$ ise $\left(a+\frac{1}{a}\right)$ ifadesinin pozitif değerini bulunuz.

Çözüm

$$(a+\frac{1}{a})^2=a^2+2\cdot a\cdot\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}$$

$$=a^2+\frac{1}{a^2}+2$$

$$=10+2=12 \qquad \left(a+\frac{1}{a}\right)^2=12 \text{ ise } a+\frac{1}{a}=2\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\left.\begin{matrix}x+y=8\\ x\cdot y=15\end{matrix}\right\}$ olduğuna göre x^2+y^2 ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

$$8^2=x^2+y^2+2\cdot 15$$

$$64-30=x^2+y^2$$

$x^2+y^2=34$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $a-\frac{1}{a}=6$ olduğuna göre $a^2+\frac{1}{a^2}$ değerini bulunuz.

2. $a-b=7$ ve $a\cdot b=5$ olduğuna göre a^2+b^2 değerini bulunuz.

3. x,y pozitif tam sayılar, $x>y$ ve $y<4$ olmak üzere $x^2-2xy+y^2=16$ olduğuna göre x+y nin alabileceği değerler toplamını bulunuz.

4. $x-y=6$, $x^2+y^2=68$ ise $x\cdot y$ değerini bulunuz.

5. $a+b=5$ ve $a\cdot b=5$ olduğuna göre a^4+b^4 değerini bulunuz.

İki Kare Farkı Özdeşliği

İki terimin kareleri farkı, bu terimlerin toplamı ile farkının çarpımına eşittir.

$x^2 - y^2 = (x + y)\cdot(x - y)$

Örnek

$(2 - a)\cdot(2 + a)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$(2 - a)\cdot(2 + a) = 4 + 2a - 2a - a^2 = 4 - a^2$

$(2 - a)\cdot(2 + a) = 4 - a^2$

Örnek

$25a^2 - 9b^2$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Çözüm

$25a^2 - 9b^2 = (5a)^2 - (3b)^2 = (5a - 3b)\cdot(5a + 3b)$ bulunur.

Örnek

$(a + 1)^2 - (b + 3)^2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$(a + 1)^2 - (b + 3)^2 = [(a + 1) + (b + 3)]\cdot[(a + 1) - (b + 3)]$

$(a + 1)^2 - (b + 3)^2 = (a + b + 4)\cdot(a - b - 2)$ bulunur.

Örnek

$(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2 = (a - \cancel{b} + \cancel{c} + a + \cancel{b} - \cancel{c})\cdot(\cancel{a} - b + c - \cancel{a} - b + c)$

$= 2a(-2b + 2c) = -4a(b - c)$ bulunur.

Örnek

$x, y \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x^2 - y^2 = 23$ ise $x\cdot y$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$x^2 - y^2 = 23$

$(x - y)(x + y) = 1\cdot 23$

$x + y = 23$

$x - y = 1$

$2x = 24$

$x = 12$ ve $y = 11$ bulunur.

$x\cdot y = 11\cdot 12 = 132$ elde edilir.

Örnek

$x^2 - y^2 = (x - y)\cdot(x + y)$ özdeşliğinden yararlanarak $904\cdot896$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$(900 + 4)\cdot(900 - 4) = 900^2 - 4^2 = 809\,984$

Örnek

$\left.\begin{matrix} x + y = 18 \\ z = 6 \end{matrix}\right\}$ olduğuna göre $x^2 - z^2 + 2xy + y^2$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} x^2 - z^2 + 2xy + y^2 &= (x + y)^2 - z^2 \\ &= (x + y - z)(x + y + z) \\ &= (18 - 6)(18 + 6) \\ &= 12\cdot24 = 288 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Şimdi Yapabilirsin

1. $4x^2 - y^2 = 35$ ve $2x - y = 5$ olduğuna göre $x+y$ kaçtır?

2. $128^2 - 78^2 = 100.x$ ise x değerini bulunuz.

3. $a + b = c - b = 6$ olduğuna göre $a^2 - 2b^2 + c^2$ ifadesinin değerini bulunuz.

4. $\sqrt{101.103 + 1}$ ifadesinin değerini bulunuz.

5. $a - b = 21$ ve $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 3$ ise $a + b$ değerini bulunuz.

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

El-Biruni (973-1048)

Biruni, bugün Özbekistan sınırlarında yer alan Harezm'de 973 yılında dünyaya gelmiştir. Babasını küçük yaşlarda kaybeden Biruni, Harzemşahlar tarafından korunarak sarayda matematik ve astronomi eğitimi almıştır. Erken yaşlardan itibaren Öklid geometrisi ve Batlamyus astronomisini öğrenmiştir. Bilimsel çalışmalarına 17 yaşında başlayan Biruni, 75 yaşında vefat etmiştir.

Biruni astronomi, matematik, doğa bilimleri, coğrafya ve tarih alanlarındaki çalışmalarıyla tanınır. Ünlü Türk hükümdarı Gazneli Mahmut, Hindistan'da Biruni'ye çalışmaları için ortam hazırlamıştır. Biruni bilimsel çalışmalarına burada devam etmiştir. Eserlerinde Hindistan'ın Orta Çağ bilimlerini betimleyerek matematik, astronomi ve astrolojinin temellerini anlatmıştır. Hindistan'dayken öğrendiği **trigonometrinin** astronomiden ayrı bir bilim olarak görülmesi gerektiğini savunmuştur. Biruni, yer çekimi ile ilgili çalışmalarında dünya dönüyorsa ağaçlar ve taşların neden fırlamadığı sorusuna, merkezde bir çekicilik olduğu ve her şeyin **dünyanın merkezine** düştüğü cevabını vermiştir.

Güneşin hareketlerinden, mevsimlerin ne zaman başladığını belirledi. Dünyanın çapını, bugünkü değere çok yakın olarak buldu.

Kendisinden çok sonra gelen Newton, Toricelli (Toriçelli), Copernicus (Kopernik), Galileo gibi bilim insanlarına ilham kaynağı olmuştur. Al-Biruni <http://unesdoc.unesco.org/images/0007/000748/074875eo.pdf>, Biruni Kimdir? <https://www.biruni.edu.tr/universitemiz/biruni-kimdir>, (ET: 11.10.2022/14.10).

Kendimizi Sınayalım

1. $b > 0$ olmak üzere $4x^2 + 2bx + 81$ ifadesi bir tamkare olduğuna göre b değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 **B)** 13 **C)** 15 **D)** 18 **E)** 21

2. $(x+y-4)^2-(x-y+4)^2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x **B)** $x+2$ **C)** $4x(y-4)$ **D)** $2x(y+4)$ **E)** y

3. k pozitif tam sayısı için $105^2 - 95^2 = 20 \cdot k^2$ olduğuna göre k değeri kaçtır?

A) 10 **B)** 11 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 19

4. $\left.\begin{array}{l} 3a + 2b = 18 \\ 9a^2 - 4b^2 = 108 \end{array}\right\}$ olduğuna göre $a \cdot b$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 10 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 18 **E)** 21

5. Ardışık iki pozitif tek tam sayının kareleri farkı 120'dir. Buna göre büyük sayı kaçtır?

A) 23 **B)** 25 **C)** 27 **D)** 29 **E)** 31

6. $\left.\begin{array}{r} a^2 - b^2 = 28 \\ \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{4}{7} \end{array}\right\}$ olduğuna göre a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 18 **E)** 22

7. x ve y bir tam sayı olmak üzere $x^2 - 2x - y^2 + 2y = 32$ ve $x - y = 4$ ise $x \cdot y$ işleminin değeri kaçtır?

A) 18 **B)** 19 **C)** 21 **D)** 28 **E)** 32

8. $x^2 - (y+2)^2$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+2$ **B)** $y+2$ **C)** $-x-y+2$ **D)** $x+y+2$ **E)** $x-y+2$

9. $x = \sqrt{2} + 2$ değeri için $x^2 - 4x + 4$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 12 **B)** 9 **C)** 4 **D)** 2 **E)** 1

10. $(a+2)^2 - (a-2)^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2a **B)** 4a **C)** 5a **D)** 7a **E)** 8a

Kendimizi Sınayalım

11. $a - \frac{1}{a} = 3\sqrt{3}$ olduğuna göre $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 **B)** 14 **C)** 25
D) 27 **E)** 31

12. $\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^2 - b^2}{a + b}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2a **B)** 2a **C)** a
D) 2b **E)** a + b

13. $3^a - 3^{-a} = 5$ ise $9^a + \frac{1}{9^a}$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 22 **B)** 24 **C)** 25
D) 27 **E)** 28

14. Alanları farkı 40 birimkare , çevreleri toplamı 40 birim olan iki karenin kenar uzunlukları çarpımı kaç birimkaredir?

A) 12 **B)** 14 **C)** 18
D) 21 **E)** 24

15. $2017^2 - 4034 \cdot 2015 + 2015^2 + 6$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10
D) 13 **E)** 14

16. $a - b = 4$ ve $a \cdot b = 3$ ise $a + b$ nin pozitif değerini bulunuz.

A) $2\sqrt{7}$ **B)** $\sqrt{7}$ **C)** 11
D) $\sqrt{23}$ **E)** 14

17. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 4$ ve $x + y = 6$ ise $x \cdot y$ işleminin sonucunu bulunuz.

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 8 **E)** 10

18. $4x^2 + 24x + y$ ifadesinin tamkare olması için y kaç olmalıdır?

A) 1 **B)** 4 **C)** 9
D) 24 **E)** 36

19. $\frac{1}{a^2} - \frac{2}{ab} + \frac{1}{b^2} = \frac{16}{49}$ olduğuna göre $\frac{a - b}{ab}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

A) 3 **B)** 4 **C)** $\frac{2}{7}$
D) $\frac{4}{7}$ **E)** $\frac{5}{7}$

20. $\left.\begin{array}{r} a^2 - b^2 = 27 \\ \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{4}{9} \end{array}\right\}$ olduğuna göre a kaçtır?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4
D) 5 **E)** 6

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Gelenbevi İsmail Efendi (1730-1791)

Osmanlı döneminin matematik alanında önde gelen bilim insanlarındandır. Gelenbevi İsmail Efendi, 1730'da Manisa'nın Gelenbe kasabasında dünyaya gelmiştir. Ataları müderrislik yapan Gelenbevi, küçük yaşta yetim kaldığından eğitimine ancak on iki-on üç yaşlarında başlayabilmiştir. İstanbul'da önemli hocalardan dersler almıştır. III. Selim döneminde topların tam isabet atış yapabilmesi için yaptığı hesaplar, Gelenbevi'nin tanınmasına katkı sağlamıştır.

İstanbul'a gelen bir Fransız Mühendisin logaritmayı İstanbul'da kimsenin bilmediğini iddia etmesi üzerine Mühendis, Gelenbevi ile buluşturulur. Mühendis, Gelenbevi'ye bir logaritma sorusu sorar, çözümü için süre verip oradan ayrılır. Sürenin sonunda Gelenbevi, Mühendise yazdığı **logaritma** kitabını verir.

Farklı alanlarda birçok eseri bulunan Gelenbevi İsmail Efendi'nin matematik ile ilgili eseri "Cebir" bu alanda yazılmış oldukça önemli bir kitaptır.
Gelenbevi İsmail Efendi, <https://anadolutudam.anadolu.edu.tr/videolar/gelenbevi-ismail-efendi>, (ET: 11.10.2022/14.20).

Zamanda Yolculuk

Rene Descartes [Reyne Dekart (1596-1650)]

Rene Descartes, ünlü Fransız felsefeci ve matematikçidir.

Çocukluğundan itibaren ruhunun gereksinimi olan gerçeği öğrenme, doğaya ve insanlara yönelme, başka ülkeleri ve milletleri tanıma merakları sebebiyle subay olup Hollanda ordusuna katıldı. İspanya'ya karşı savaşan Hollanda ordusunda, 1619'da başlayan 30 Yıl Savaşları sırasında daha çok savaş gereçlerinin mekaniğiyle ilgilendi. Bu sırada **gerçeğe ulaşma yolunu bulmanın, gerçeği elde etme oranında değerli olduğu** düşüncesine vardı ve bu yolu araştırmaya başladı. Yeni bulduğu yönteme dayanarak düşüncelerini geliştirmeye başladı. 1621'de ordudan ayrıldı. Hollanda, Almanya ve İtalya'yı gezdi ardından Paris'e döndü. İsveç Kraliçesi Christina'nın (Kristina) davetlisi olarak 1649'da Kraliçe'ye ders vermek üzere İsveç'e gitti, beş ay sonra orada hayatını kaybetti.

Birçok önemli esere imza atan Descartes, "Aklın Yönetimi için Kurallar", "Dünya ya da Işık Üzerine İncelemeler", "Yöntem Üzerine Konuşmalar", "İlk Felsefe Üstüne Düşünceler" gibi eserleri ile tanınır.
Descartes <http://acikerisim.istanbul.edu.tr/bitstream/handle/123456789/32981/52637.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

2.1.3. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Denklem

a ve b gerçek sayı, $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b = 0$ şeklindeki eşitliklere, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem; denklemi gerçekleyen (sağlayan) x değerine denklemin kökü denir ve çözüm kümesi $Ç = \left\{\frac{-b}{a}\right\}$ şeklinde gösterilir.

Matematikte, değişen farklı değerleri belirten sembol veya harflere değişken denir. Değişken olarak genelde x, y, z, a, b gibi harfler kullanılır.

$2x + 5 = 0$ denklemi x e

$3k - 5 = 0$ denklemi k ye

$y - 4 = 0$ denklemi y ye bağlı olup bunlar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere örnek olarak verilebilir.

Örnek

$(a - 2)x^2 + 4ax - 16 = 0$ denklemi x e bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre x değerini bulunuz.

Çözüm

Birinci dereceden denklemlerde x^2 li terimin olmaması gerekir. x^2 li terimi yok etmek için a ya 2 değerini verirsek $8x - 16 = 0$, $8x = 16$ ise $x = 2$ olur.

Örnek

$2x - 7 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$2x - 7 = 0$

$2x = 7$

$x = \frac{7}{2}$ $\quad Ç = \left\{\frac{7}{2}\right\}$

Örnek

$3x - 2 = 3x + 5$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$3x - 2 = 3x + 5$

$3x - 3x = 5 + 2$

$0 \neq 7$ olduğundan $Ç = \varnothing$ olur.

Örnek

$(a - 2)x + 8 = 0$ denkleminin çözüm kümesi boş küme ise a değerini bulunuz.

Çözüm

$a - 2 = 0$ olması durumunda x bulunamaz dolayısıyla $a = 2$ olmalıdır.

Uyarı

$ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi için 3 durum vardır.

1. $a \neq 0$ ise $ax + b = 0$, $x = \frac{-b}{a}$ çözüm kümesi bir elemanlıdır.
2. $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise $Ç = \varnothing$ veya çözüm kümesinin elemanı yoktur.
3. $a = 0$ ve $b = 0$ ise $Ç = \mathbb{R}$ veya çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Örnek

$6x + 2 - (2x + 8) = 4x - 6$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$6x + 2 - 2x - 8 = 4x - 6$

$6x - 2x - 4x = -2 + 8 - 6$

$0 = 0$ eşitliği doğru olduğundan $Ç = \mathbb{R}$ dir.

Örnek

$(a + 3)x + n - 7 = 0$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise $n + a$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\underbrace{(a + 3)}_{0}x + \underbrace{n - 7}_{0} = 0$

$a + 3 = 0 \quad n - 7 = 0$

$a = -3 \quad n = 7$ } $n + a = 7 - 3 = 4$ bulunur.

Örnek

$(3a - 2)x - 14 = 0$ denkleminin kökü 2 ise a değerini bulunuz.

Çözüm

$x = 2$ denklemi sağlar.

$(3a - 2) \cdot 2 - 14 = 0$

$6a - 4 - 14 = 0$

$6a = 18$

$a = 3$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $3x + ax - 4 = 0$ denkleminin kökünün bir gerçek sayı olması için a nın alamayacağı gerçek sayı değerini bulunuz.

2. $(3a - b)x + a + b = (a - 5)x - 4$ denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımının değerini bulunuz.

3. $\frac{2x - 3y}{y + 2} = 0$ denkleminde x in alamayacağı gerçek sayı değerini bulunuz.

4. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - m} = \frac{1}{x - 1}$ denkleminin bir kökü 3 olduğuna göre m değerini bulunuz.

5. $(2a + 1) \cdot x - 3 \cdot x + 8 = 0$ denkleminin kökü $x = -2$ olduğuna göre a değerini bulunuz.

6. $(a + 3) \cdot x^2 + (a - b + 5) \cdot x = 2018$ ifadesi birinci dereceden bir denklemdir. Bu denklemin çözüm kümesinin boş küme olması için b nin alabileceği değeri bulunuz.

Cebirsel İfadeler

Harfler, sayılar ve işaretlerden oluşan ifadelere cebirsel ifade denir.

$2y + 3$, $x^2 - 2x$, $\frac{2x}{x^2 + 1}$, $(a + 2)$ ... gibi ifadeler cebirsel ifadelere birer örnektir.

Aşağıdaki cümlelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri x değişkenine göre yazınız.

1. Bir sayının 2 katının 5 eksiğinin yarısı: $\frac{2x - 5}{2}$

2. Bir sayının yarısının 3 eksiğinin 4 katı: $4 \cdot \left(\frac{x}{2} - 3\right)$

3. Bir sayının $\frac{3}{5}$ inin 4 eksiğinin 3 katı: $3 \cdot \left(\frac{3x}{5} - 4\right)$

4. Bir sayının 2 fazlasının 3 katının 4 fazlası: $3 \cdot (x + 2) + 4$

Örnek

Bir x sayısının 3 katının 5 eksiği, aynı sayının 2 katının 9 fazlasına eşittir.
Buna göre bu x sayısını bulunuz.

Çözüm

$3x - 5 = 2x + 9$

$3x - 2x = 9 + 5$

$x = 14$ bulunur.

Örnek

Bir sayının 5 fazlasının 3 katının 4 te biri, aynı sayının 3 katının 27 fazlasının 5 te birine eşit olduğuna göre bu sayıyı bulunuz.

Çözüm

Sayı x olsun. $\frac{3(x+5)}{\underset{(5)}{4}} = \frac{3x+27}{\underset{(4)}{5}}$

$$\frac{15x+75}{20} = \frac{12x+108}{20}$$

$$15x + 75 = 12x + 108$$

$$3x = 33 \Rightarrow x = 11$$

Örnek

Ali, Veli ve Zeynep üç kardeştir. Ali'nin yaşının 2 fazlası Zeynep'in yaşına, 2 eksiği ise Veli'nin yaşına eşittir. Bu üç kardeşin yaşları toplamı 24 olduğuna göre Ali'nin yaşını bulunuz.

Çözüm

$\frac{\text{Veli}}{x}$ $\frac{\text{Ali}}{x+2}$ $\frac{\text{Zeynep}}{x+4}$

$$x + x + 2 + x + 4 = 24$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

Ali'nin yaşı
$x + 2 = 6 + 2 = 8$ olur.



Çözeceğiniz bazı "Kendimizi Sınayalım" bölümlerinin cevaplarından elde edilecek verilerle bingo oyunu oynanacaktır. Oyun şu şekilde oynanmaktadır: Size verilen 5x5 şeklindeki tabloda 20 soruluk sınavın cevaplarından 5'i; tablonun hücrelerine bir satır, bir sütun veya bir köşegenin tamamını kaplayacak şekilde yerleştirilmiştir. Çözdüğünüz sınavdan elde edeceğiniz verileri tablodaki uygun hücrelere yerleştirirken bir satırı, bir sütunu ya da bir köşegeni ilk bitiren öğrenci bingo yapmış olur. Amaç en kısa sürede bingo yapmaktır. **Başarılar!**

Kendimizi Sınayalım(Bingo)



1. $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-m}+\frac{1}{4}=\frac{1}{x+1}$ denkleminin bir kökü 3 olduğuna göre m değeri kaçtır?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

2. $3x-(6-2x)=2(x+1)+13$ olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) 2 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 9

3. $\frac{4x+2}{3-x}=-1\frac{1}{3}$ olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) $\frac{-9}{4}$ **B)** $\frac{3}{8}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{-1}{8}$ **E)** $\frac{9}{4}$

4. $\frac{x-2}{3}-\frac{x+1}{2}=2$ olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) -17 **B)** -18 **C)** -19 **D)** -20 **E)** -21

5. $\frac{2x+3}{2}+\frac{3x-4}{4}=4$ olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) $\frac{-2}{5}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** 1 **D)** $\frac{3}{2}$ **E)** 2

6. $(\sqrt{2}+1)(x+1)=(\sqrt{2}-1)(x-1)$ olduğuna göre x kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $-\sqrt{2}$ **C)** $-\sqrt{3}$ **D)** $\sqrt{3}$ **E)** 4

7. $2+\frac{4}{3-\frac{2}{x+1}}=3$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 3 **B)** 1 **C)** -1 **D)** -2 **E)** -3

8. a ve b sıfırdan farklı birer gerçek sayı, $\frac{a+b}{x}=\frac{a-b}{x+1}$ olduğuna göre x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) b - a **B)** $\frac{a}{b}$ **C)** a + b **D)** $\frac{a+b}{2b}$ **E)** $\frac{-a-b}{2b}$

9. $y=\frac{1}{1+\frac{2}{x-5}}$ ifadesini tanımsız yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 9 **B)** 8 **C)** 5 **D)** 3 **E)** 2

10. $\frac{2x+2}{3}+x-2=3x$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 2 **E)** 3

11. $\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}=\frac{4x-1}{6}$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {5} **B)** {6} **C)** {7} **D)** {8} **E)** {9}

12. $x-(3-2x)-[x-(x+1)-2]=15$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

A) {3} **B)** {4} **C)** {5} **D)** {6} **E)** {7}

Kendimizi Sınayalım(Bingo)

13. $\dfrac{x-\frac{3}{2}}{x+\frac{3}{2}} = \dfrac{4-\frac{3}{2}}{4+\frac{3}{2}}$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 9 **E)** 10

14. $\dfrac{2-\frac{2}{x}}{6-\frac{6}{x}} = \dfrac{x}{4}$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 1 **B)** $\frac{4}{3}$ **C)** 3 **D)** $\frac{5}{3}$ **E)** 5

15. $2xy + x + 3 - 6y = 0$ ifadesinde x in hangi değeri için y değeri hesaplanamaz?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

16. $\dfrac{2(3x-1)}{5} - \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{a+1}{15}$ denkleminin kökü 0 ise a değeri kaçtır?

A) -10 **B)** -11 **C)** -12 **D)** 11 **E)** 12

17. $\dfrac{3}{x+3} + \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{1}{x-2} = \dfrac{a+1}{x-3}$ denkleminin köklerinden biri $\{-3, -1, 2, 3, 0\}$ kümesinin elemanı ise a değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ **B)** $\frac{-5}{8}$ **C)** $\frac{3}{8}$ **D)** $\frac{-3}{8}$ **E)** $\frac{-1}{8}$

18. $3 + \dfrac{x+\frac{x}{2}}{2} = \dfrac{15}{4}$ ise x değeri kaçtır?

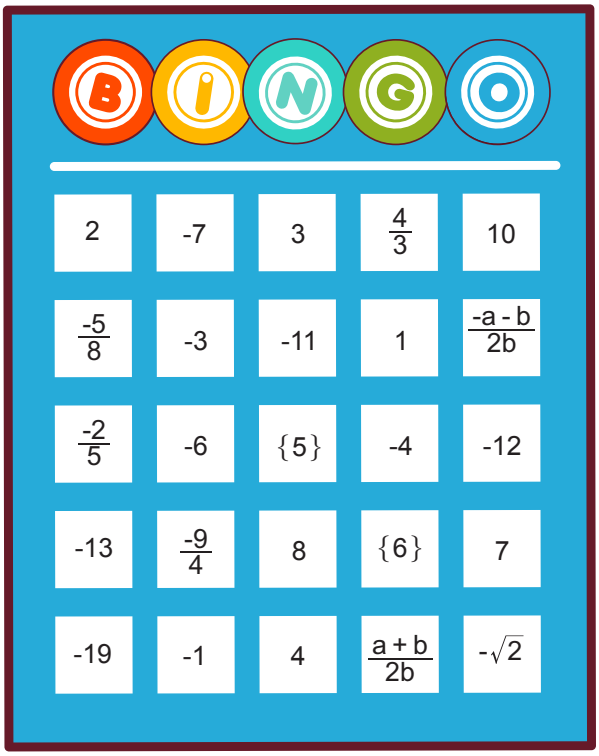
A) 1 **B)** 2 **C)** 10 **D)** 10,5 **E)** 11

19. $(2c-d)x + c + d = (c+5)x - 3$ denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre $2c \cdot d$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -4 **B)** -2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** -8

20. $7x + ax - 3 = 0$ denkleminin kökünün bir gerçek sayı olması için a değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) -7 **B)** -5 **C)** -3 **D)** 0 **E)** 3



2.1.4. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Cebirsel Yöntemlerle Çözümü

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemi

a, b ve c birer gerçek sayı $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $ax + by + c = 0$ şeklindeki denklemlere birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya doğrusal denklem denir. Bu denklemin çözüm kümesi (x, y) ikililerinden oluşur. Bu ikililer, koordinat sisteminde birer nokta belirtir ve bu noktalar birleştirildiğinde doğru oluşur.

Aşağıdaki ifadeler birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlere birer örnektir.
$3x + 2y = 5,\ 5x - 4y = 3,\ x + 3y = 1, \ldots$

Bu denklemler gibi birinci dereceden iki bilinmeyenli iki veya daha fazla denkleme, denklem sistemi denir. İki bilinmeyenli denklem sistemlerine örnek olarak da aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = 8 \end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \\ \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = \frac{11}{2} \end{matrix}\right\}$$

Denklem sistemindeki denklemlerin tümünü sağlayan (x, y) denklem sisteminin çözümüdür. Denklem sisteminin çözüm kümesini bulmak için üç farklı yöntem bulunmaktadır:

1. Yerine koyma yöntemi
2. Yok etme yöntemi
3. Grafik yöntemi

1. Yerine Koyma Yöntemi: İki denklemden herhangi birinde bilinmeyenlerden biri, diğeri cinsinden yazılır. Bulunan ifade, diğer denklemde yerine yazılarak çözüm yapılır.

Örnek

$\left.\begin{matrix} 5x - y = 4 \\ 3x + 2y = 18 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$5x - y = 4 \Rightarrow y = 5x - 4$ olur.

Bu eşitlik diğer denklemde yerine yazılır.

$3x + 2(5x - 4) = 18$
$3x + 10x - 8 = 18$
$13x = 26$
$x = 2$ olur.

Verilen denklemlerden herhangi birinde $x = 2$ yazılır.

$5x - y = 4$
$5 \cdot 2 - y = 4$
$y = 6$ olur. Ç = {(2, 6)} bulunur.

Örnek

$\left.\begin{matrix} 3x - 4y = 11 \\ x - 2y = 4 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x - 2y = 4 \Rightarrow x = 2y + 4$ olur.

Bu eşitlik diğer denklemde yerine yazılır.

$3 \cdot (2y + 4) - 4y = 11 \Rightarrow 6y + 12 - 4y = 11$
$2y = -1$
$y = \frac{-1}{2}$ olur.

Bu değer, denklemlerden birinde yerine yazılır.

$x - 2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) = 4 \Rightarrow x + 1 = 4$
$x = 3$ olur. Ç = $\left\{\left(3, \frac{-1}{2}\right)\right\}$ bulunur.

Örnek

x ve y birer tam sayı olmak üzere x in 3 katı ile y nin -5 katının toplamı 4, y nin 2 katı ile x in toplamı 5 olduğuna göre x ile y değerlerini bulunuz.

Çözüm

$\left.\begin{array}{l}3x - 5y = 4\\ x + 2y = 5\end{array}\right\}$ biçiminde denklem sistemi oluşturulur ve bilinmeyenlerden biri yalnız bırakılır.

$x + 2y = 5 \Rightarrow x = 5 - 2y$ bulunur. Bu eşitlik diğer denklemde yerine yazılır.

$3(5 - 2y) - 5y = 4$
$15 - 6y - 5y = 4$
$15 - 11y = 4$
$y = 1$

$x = 5 - 2 \cdot 1$
$x = 3$

2. Yok Etme Yöntemi: Verilen iki denklemdeki bilinmeyenlerin bir tanesinin katsayıları zıt işaretli olacak biçimde düzenlenir. Denklemler taraf tarafa toplanarak bilinmeyenlerden bir tanesi yok edilir. Bilinmeyenler bulunur.
Çözüm kümesi $Ç = \{(x, y)\}$ şeklinde yazılır.

Örnek

$\left.\begin{array}{l}x - y = 8\\ x + y = 4\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$x - \cancel{y} = 8$
$+\ x + \cancel{y} = 4$
$2x = 12$
$x = 6$

denklemler taraf tarafa toplanır ve x bulunur. Denklemlerden birinde x yerine değer yazılarak y değeri bulunur.

$x + y = 4$
$6 + y = 4$
$y = -2$

$Ç = \{(6, -2)\}$ olur.

Örnek

$\left.\begin{array}{l}2x + y = 14\\ 4x - y = -2\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$2x + \cancel{y} = 14$
$+\ 4x - \cancel{y} = -2$
$6x = 12$
$x = 2$

$2x + y = 14$
$2 \cdot 2 + y = 14$
$y = 10$ ve $Ç = \{(2, 10)\}$ olur.

Örnek

$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2x-y}{5}=\dfrac{x+2y-2}{3}\\ x+y=4\end{array}\right\}$ olduğuna göre x - y ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$\dfrac{2x-y}{5}=\dfrac{x+2y-2}{3}$

$\dfrac{6x-3y}{15}=\dfrac{5x+10y-10}{15}$

$6x-3y=5x+10y-10$

$x-13y=-10$

$$\begin{array}{r} x-13y=-10\\ -1\,/\,x+y=4\\ \hline x-13y=-10\\ +\quad -x-y=-4\\ \hline -14y=-14\\ y=1\end{array}$$

$y = 1$ denklemde yerine yazılır.

$x + y = 4$

$x + 1 = 4$

$x = 3$ bulunur ve $x - y = 3 - 1 = 2$ olur.

Örnek

$\left.\begin{array}{r}2x-y=5\\ -8x+4y=3\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{array}{r} 4\,/\,2x-y=5\\ -8x+4y=3\\ \hline 8x-4y=20\\ +\quad -8x+4y=3\\ \hline 0\neq 23\end{array}$$

olduğundan $Ç = \varnothing$ olur.

Örnek

$\left.\begin{array}{r}3x-y=5\\ -6x+2y=-10\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{array}{r} 2\,/\,3x-y=5\\ -6x+2y=-10\\ \hline 6x-2y=10\\ +\quad -6x+2y=-10\\ \hline 0=0\end{array}$$

olduğundan $Ç = \mathbb{R}$ dur.

Örnek

$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}=3\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$2\,/\,\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}=3$

$\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{y}=-\dfrac{2}{3}$

$+\quad \dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}=3$

$\dfrac{7}{x}=\dfrac{7}{3}\Rightarrow x=3$

$\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{1}{y}=-1$

$y=-1$

$Ç = \{(3, -1)\}$

2.1.5. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemin Grafiği

Analitik Düzlem

Başlangıç noktaları aynı olan ve birbirine dik iki gerçek sayı ekseninin oluşturduğu sisteme, dik koordinat sistemi denir.

Üzerinde dik koordinat sistemi tanımlanmış düzleme analitik düzlem denir.

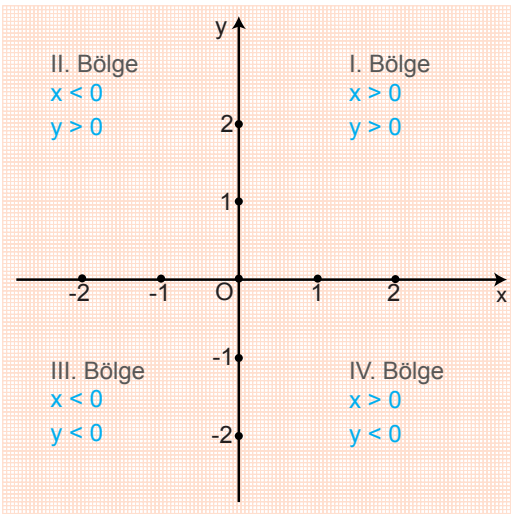
Yatay eksene x (apsis) ekseni, düşey eksene y (ordinat) ekseni denir. Eksenlerin kesiştiği noktaya orijin denir. Analitik düzlemde her noktaya (x, y) karşılık gelir ve bu ikili, noktanın koordinatlarıdır.

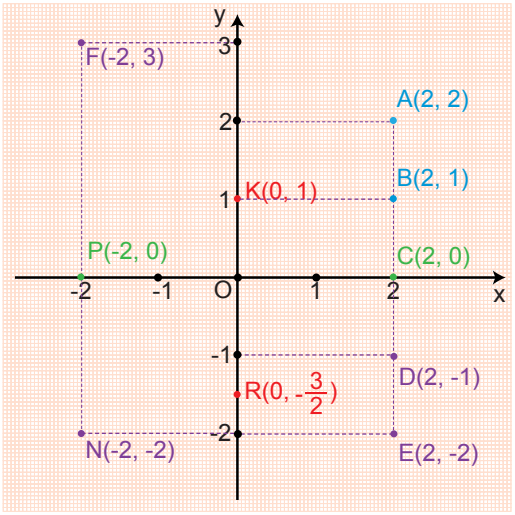
- A(x, y) noktası için apsis ve ordinat değerleri eksenlere çizilen dik doğruların eksenleri kestiği noktalardır.
- Orijin koordinatları O(0, 0) dır.
- x ekseni üzerindeki noktalar A(a, 0), y ekseni üzerindeki noktalar B(0, b) şeklinde gösterilir.

Örnek

A(2, 2), B(2, 1), C(2, 0), D(2, -1), E(2, -2), F(-2, 3), P(-2, 0), K(0, 1), N(-2, -2), R(0, $-\frac{3}{2}$) noktalarını analitik düzlemde gösteriniz.

Çözüm





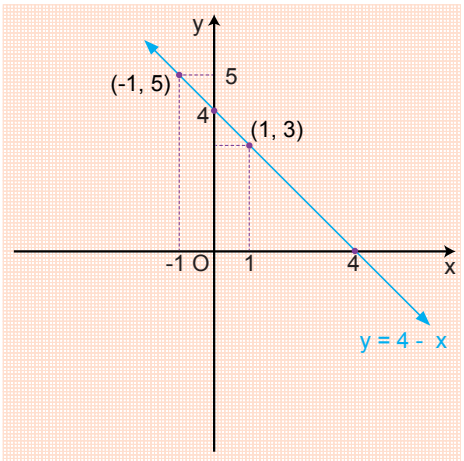
Örnek

x + y = 4 doğrusunun grafiğini çiziniz. Doğruya ait bazı noktaları gösteren tabloyu inceleyiniz.

Çözüm

Aşağıda x + y = 4 doğrusuna ait bazı noktalar bulunup tablo hâlinde verilmiştir. Bu noktalar analitik düzlemde işaretlenip birleştirilerek doğru grafiği çizilir.

x	-1	0	1	4
y	5	4	3	0



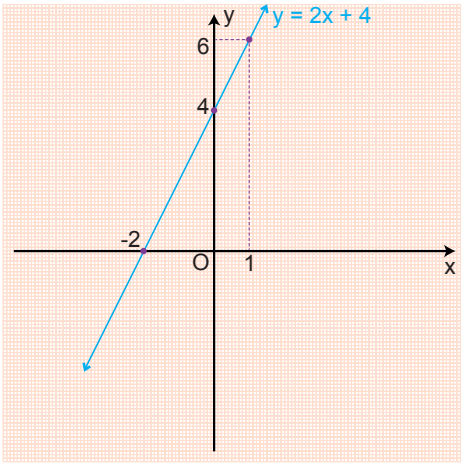
Örnek

y = 2x + 4 doğrusunun grafiğini çiziniz. Doğruya ait bazı noktaları gösteren tabloyu inceleyiniz.

Çözüm

Aşağıda y = 2x + 4 doğrusuna ait bazı noktalar bulunup tablo hâlinde verilmiştir. Bu noktalar analitik düzlemde işaretlenip birleştirilerek doğru grafiği çizilir.

x	-2	0	1
y	0	4	6



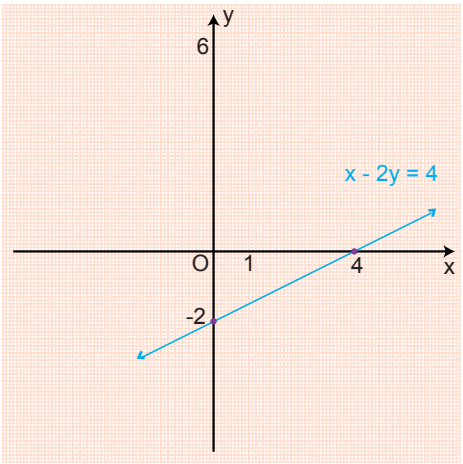
Örnek

x - 2y = 4 doğrusunun grafiğini çiziniz. Doğruya ait bazı noktaları gösteren tabloyu inceleyiniz.

Çözüm

Aşağıda x - 2y = 4 doğrusuna ait bazı noktalar bulunup tablo halinde verilmiştir. Bu noktalar analitik düzlemde işaretlenip birleştirilerek doğru grafiği çizilir.

x	0	4
y	-2	0



Zamanda Yolculuk



Ali KUŞÇU' nun matematik ve astronomi ile ilgili eserinden bir bölüm

Ali Kuşçu (1400-1474)

Ali Kuşçu, özellikle matematik ve astronomi alanlarında döneminin önemli Türk-İslam bilginlerindendir. XV. yüzyıl başlarında dünyanın en önemli bilim merkezi olan Semerkant'ta dünyaya gelmiştir.

Çocuk yaşlardan itibaren matematiğe ve astronomiye ilgisi olan Ali Kuşçu, bu alanlarda dönemin ileri gelenlerinden dersler almıştır. Semerkant'ta bulunduğu dönemde Uluğ Bey'in yardımcılığı ve rasathane yöneticiliği görevlerinde bulunan Ali Kuşçu, Fetih'ten sonra İstanbul'u dünyanın bilim ve sanat başkenti yapmak isteyen Fatih Sultan Mehmet'in daveti üzerine İstanbul'a gelmiştir. Ayasofya Medresesi'nde hocalık yapan Ali Kuşçu'nun, İstanbul'da o zamana kadar astronomi ile ilgilenen ilk bilgin olarak, verdiği dersler ve yetiştirdiği öğrenciler sayesinde İstanbul'da **astronomi** ve **matematik** alanlarında büyük gelişme katedilmiştir.

Ali Kuşçu'nun bugün elimizde bulunan ikisi matematikle ilgili olmak üzere astronomi, mekanik aletler, dil ve belagat gibi alanlarda yazmış olduğu yirmi beş eser farklı kütüphanelerde muhafaza edilmektedir. (Yıldız, 2002)

2.1.6. Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Grafik Yöntemiyle Çözümü

Grafik yöntemi ile denklem sistemlerinin çözümü aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

1. Adım: Milimetrik kâğıt üzerine dik koordinat sistemi çizilir.
2. Adım: Denklem sistemini oluşturan doğrulara ait noktalar bulunur ve doğruların grafikleri çizilir.
3. Adım: Grafiği çizilen doğruların kesiştiği noktadan eksenlere dik doğrular çizilir.
4. Adım: Çizilen dik doğruların eksenlerde gösterdiği apsis ve ordinat belirlenip $Ç = \{(x, y)\}$ şeklinde yazılarak denklem sisteminin çözüm kümesi bulunmuş olur.
Denklem sisteminin çözümünde bulunan (x, y) noktası doğruların ortak (kesim) noktasıdır.

Örnek

$\left.\begin{matrix} 2x + y = 8 \\ y - x = 2 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini grafik yöntemi ile bulunuz.

Çözüm

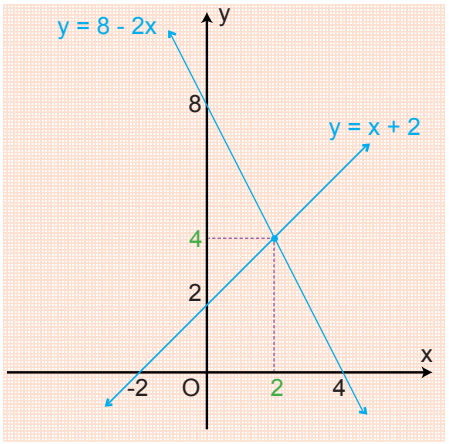
Bu örnekte doğruların kesim noktası istenmektedir.
$y = 8 - 2x$ doğrusuna ait herhangi iki nokta bulunur.

x	0	4
y	8	0

$y = x + 2$ doğrusuna ait herhangi iki nokta bulunur.

x	0	-2
y	2	0

Noktalarını bulduğunuz doğruların grafikleri çizilir ve grafikleri çizilen doğruların kesiştikleri nokta işaretlenir. Bu noktadan eksenlere dik doğrular çizilir ve doğruların kesiştikleri noktanın koordinatları bulunur. Bulunan bu nokta denklem sisteminin çözüm kümesidir ve $Ç = \{(2, 4)\}$ olur.



Örnek

$\left.\begin{matrix} 2x + y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{matrix}\right\}$ Denklem sisteminin çözüm kümesini yok etme ve grafik yöntemleri ile bulunuz.

Çözüm

1. Yok etme yöntemi:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 8 \\ -/2x + y = 2 \\ \hline 2x + y = 8 \\ +-2x - y = -2 \\ \hline 0 = 6 \end{array}$$

bu bir çelişkidir.

2. Grafik yöntemi:

$2x + y = 8$

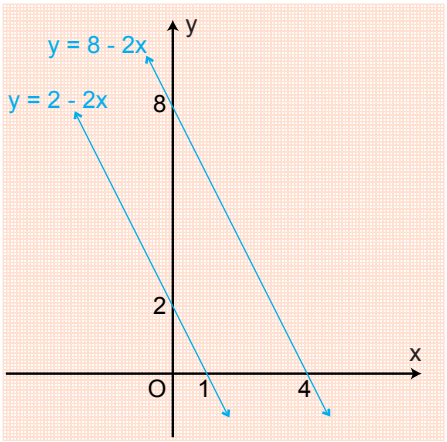
x	0	4
y	8	0

$2x + y = 2$

x	0	1
y	2	0

Çelişki olması, doğruların ortak noktasının olmadığını ve denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olduğunu gösterir.

Ayrıca grafiği çizilen doğruların kesişmemesi (paralel olması) çözüm kümesinin boş küme olduğu anlamına gelir.



$\left.\begin{matrix} 2x + y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi $Ç = \{\ \} = \varnothing$ dir.

Örnek

Bir çiftlikteki tavuk ile tavşanların sayısı 30 olup bu hayvanların toplam ayak sayısı 100'dür. Bu çiftlikteki tavuk ve tavşanların kaçar adet olduğunu grafik yöntemi ile bulunuz.

Çözüm

Tavuk sayısı x, tavşan sayısı y olsun.
1. denklem, toplam hayvan sayısı: $x + y = 30$
2. denklem, toplam ayak sayısı: $2x + 4y = 100$

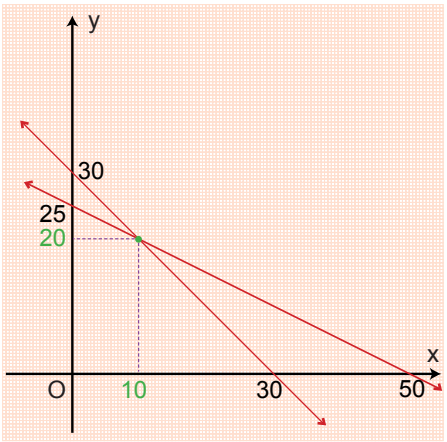
Bu denklemlere ait doğrular çizilir. İki denklemi de sağlayan ortak nokta bulunur ve denklem sisteminin çözüm kümesi yazılır.

$x + y = 30$ $\qquad$ $2x + 4y = 100$

x	0	30
y	30	0

x	0	50
y	25	0

Ortak nokta (10, 20) olduğundan çiftlikte 10 tavuk, 20 tavşan vardır ve $Ç = \{(10, 20)\}$ olur.



Örnek

30 kişilik bir sınıfta her bir kız öğrencinin elinde bir adet 50 kuruş ve her bir erkek öğrencinin elinde bir adet 25 kuruş olan madeni para vardır. Sınıftaki tüm öğrencilerin elindeki paraların toplamı 11 lira (1100 kuruş) olduğuna göre sınıftaki kız öğrenci sayısını ve erkek öğrenci sayısını bulunuz.

Çözüm

Bu soruyu çözmek için kız sayısına x, erkek sayısına y denirse
1. denklem, öğrenci sayısı: $x + y = 30$
2. denklem, paraların toplamı: $50x + 25y = 1100$ şeklinde 1 ve 2 denklemlerinden oluşan bir denklem sistemi elde edilir. Denklem sisteminin şu ana kadar öğrenilen üç yöntemle çözümü şöyledir:

1. Yerine koyma yöntemi:

$$x + y = 30$$
$$y = 30 - x$$
$$50x + 25y = 1100$$
$$50x + 25(30 - x) = 1100$$
$$50x + 750 - 25x = 1100$$
$$25x = 350$$
$$x = 14 \text{ (kız)}$$
$$y = 16 \text{ (erkek)}$$
$$Ç = \{(14, 16)\}$$

2. Yok etme yöntemi:

$$x + y = 30$$
$$50x + 25y = 1100$$
$$-1 \,/\, x + y = 30$$
$$2x + y = 44$$
$$-x - \cancel{y} = -30$$
$$+\ 2x + \cancel{y} = 44$$
$$x = 14 \text{ (kız)}$$
$$y = 16 \text{ (erkek)}$$
$$Ç = \{(14, 16)\}$$

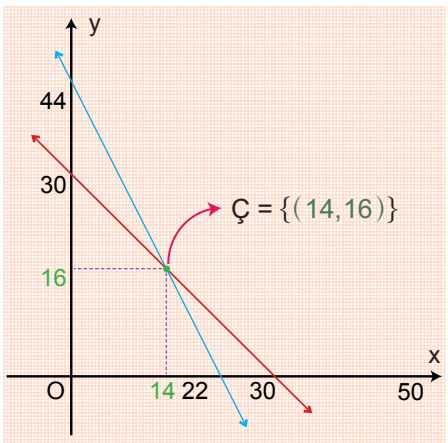
3. Grafik yöntemi:

$x + y = 30$

x	0	30
y	30	0

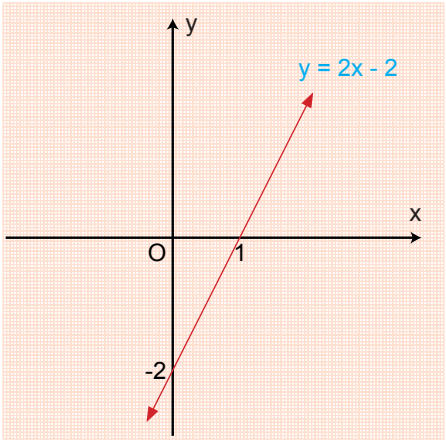
$50x + 25y = 1100$

x	0	22
y	44	0



Örnek

$\left.\begin{matrix} 2x - y = 2 \\ y - 2x = -2 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

$$\begin{array}{r} 2x - y = 2 \\ +\ y - 2x = -2 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

İfadenin doğru olması, çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu gösterir. Bu durum denklem sistemini oluşturan doğruların aynı doğrular olduğu anlamına gelir. Ç = $\mathbb{R}$ dir.

Uyarı

$\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{matrix}\right\}$ gibi bir denklem sisteminin çözümünde şu sonuçlar çıkarılır:

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular çakışıktır ve denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular paraleldir ve denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise doğrular bir noktada kesişir ve denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlıdır.

Örnek

$\left.\begin{matrix} 3x + (m+2)y - 4 = 0 \\ (n-3)x - 4y + 8 = 0 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre m + n kaçtır?

Çözüm

$\frac{3}{n-3} = \frac{m+2}{-4} = \frac{-4}{8}$ olmalıdır.

$\frac{3}{n-3} = \frac{-4}{8}$ $\quad$ $\frac{m+2}{-4} = \frac{-4}{8}$

$-4n + 12 = 24$ $\quad$ $8m + 16 = 16$

$n = -3$ $\quad$ $m = 0$

$m + n = 0 - 3 = -3$

Örnek

$\left.\begin{matrix} 3x + 2my + 7 = 0 \\ mx + 6y - 8 = 0 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olması için m kaç olmalıdır?

Çözüm

$\frac{3}{m} = \frac{2m}{6}$ ve $2m^2 = 18$

$m^2 = 9$

$m = \pm 3$ bulunur.

Örnek

$\left.\begin{matrix} ax + y = 4 \\ 3ax - by = 5 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesinin tek elemanlı olması için b kaç olamaz?

Çözüm

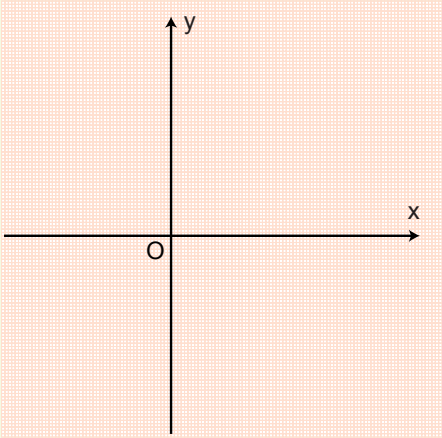
Denklem sisteminin tek çözümünün olması için $\frac{a}{3a} \neq \frac{1}{-b}$ olmalıdır.

$\frac{a}{3a} \neq \frac{1}{-b}$ ise $b \neq -3$ olur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $\left.\begin{matrix} 2x + y = 6 \\ x + 2y = 6 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

2. $\left.\begin{matrix} -x + y = 3 \\ x + 2y = 0 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini grafik yöntemi ile bulunuz.

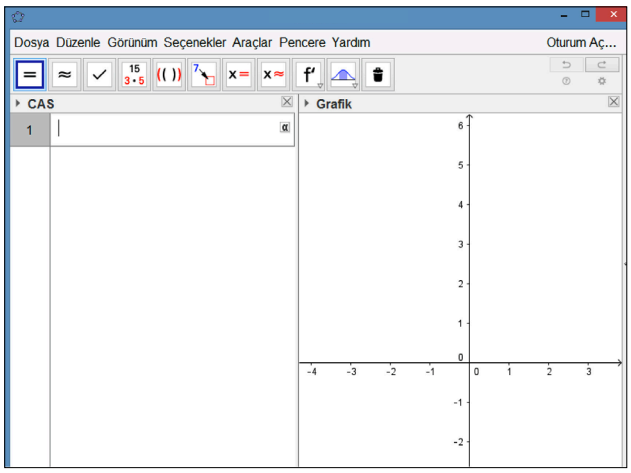


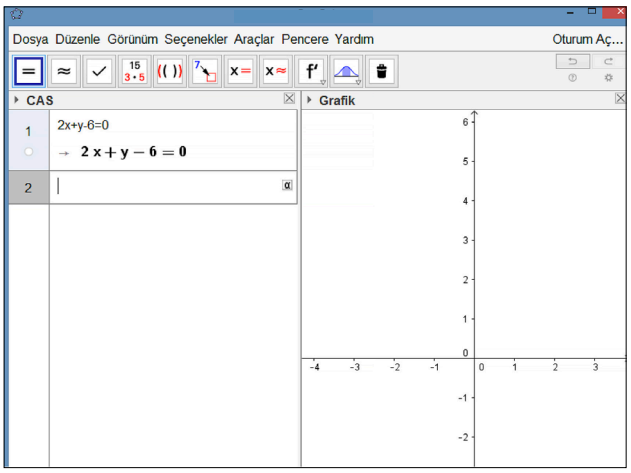
3. 9 liraya 3 kg elma ile 1 kg portakal, 11 liraya 1 kg elma ile 3 kg portakal alınıyor ise 1 kg elma kaç liradır?
Bu soruya karşılık gelen denklem sistemini yazınız.

4. Bir firma 460 bin lira ödeyerek 50 bin liralık ve 70 bin liralık araçlardan toplam 8 adet almıştır. Bu firma, 70 bin liralık araçtan kaç adet almıştır?

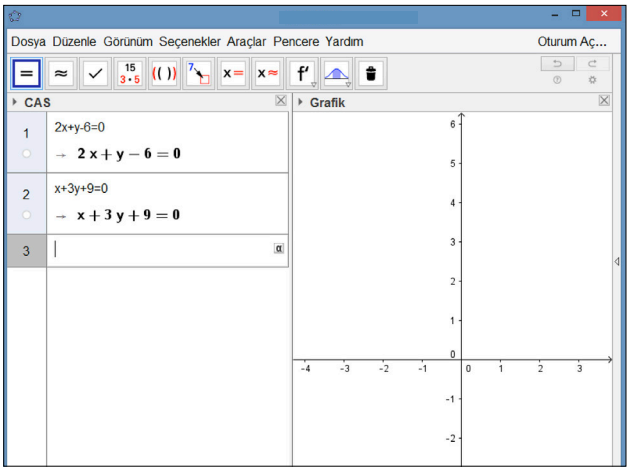
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sisteminin Bilişim Destekli Çözümü

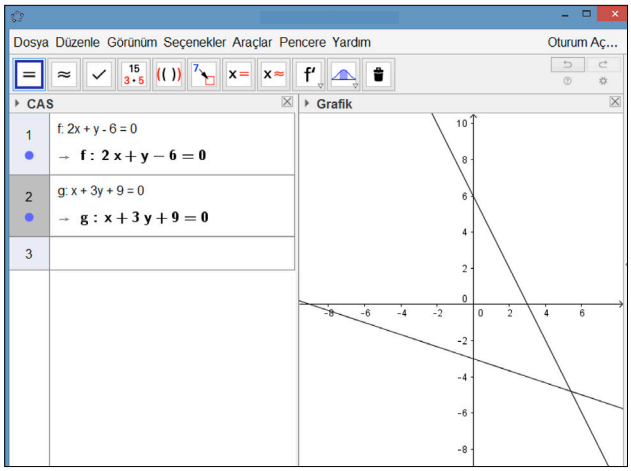
Dinamik geometri yazılımı programı açılır. Görünümden geometri ve CAS penceresi seçilir. CAS giriş alanına birinci dereceden iki bilinmeyenli 2x + y - 6 = 0 denklemi yazılır.



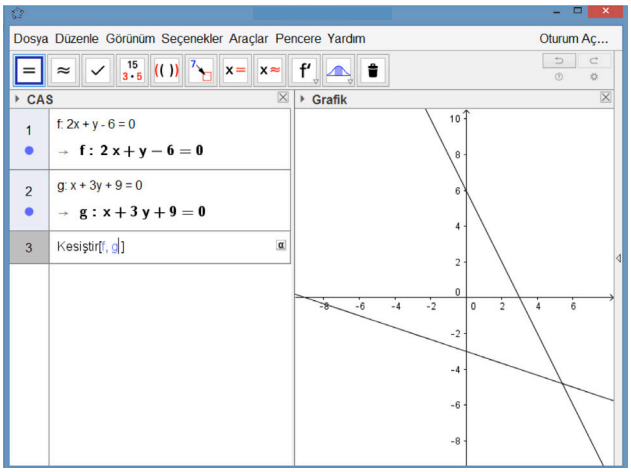


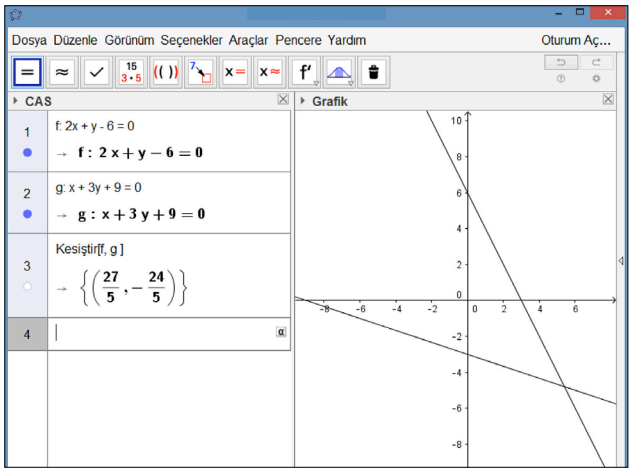
İkinci giriş alanına birinci dereceden iki bilinmeyenli x + 3y + 9 = 0 denklemi yazılır. Yazılan denklemlerin yanında yer alan beyaz daireler tıklanarak grafiğin çizilmesi sağlanır.



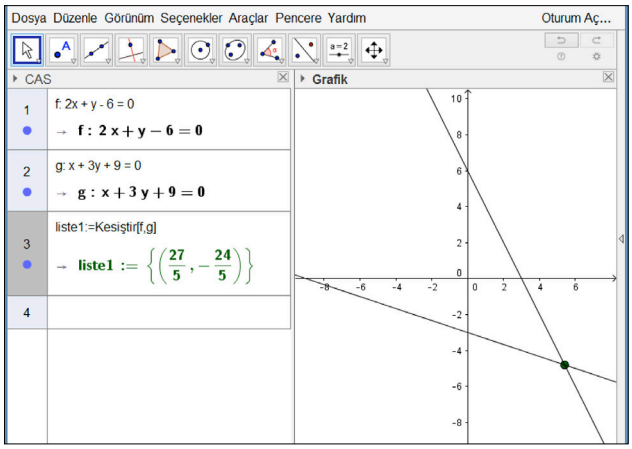


CAS görünümünde üçüncü giriş alanına Kesiştir [f, g] yazılır. CAS görünümünün üçüncü adımında iki denklemin kesim noktalarının apsis ve ordinatı görülür.

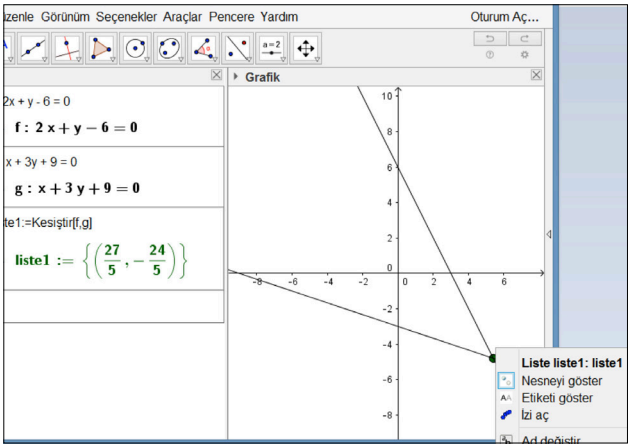


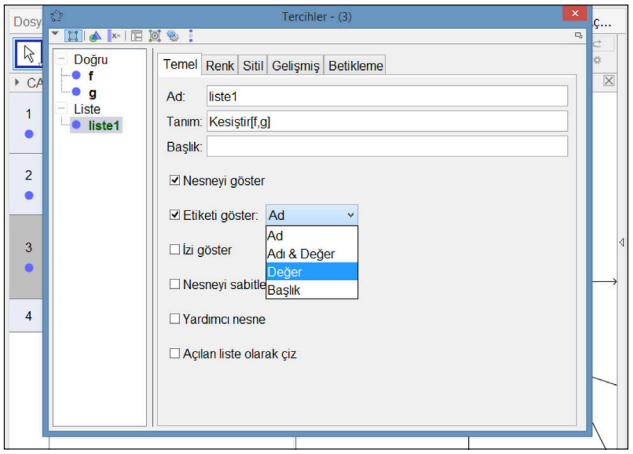


Üçüncü adımdaki beyaz daire seçilerek kesim noktasının grafik üzerinde de gösterilmesi sağlanır.

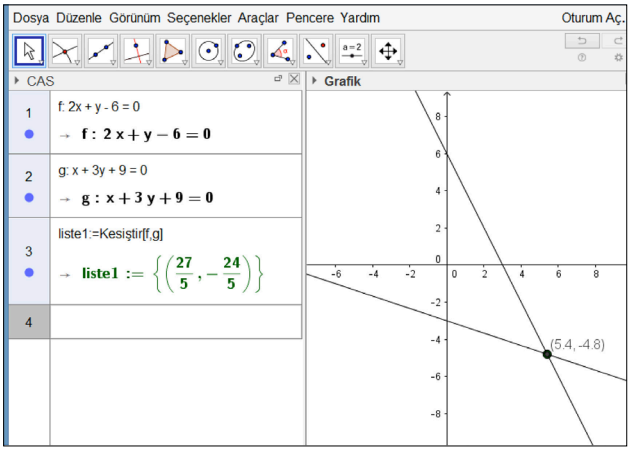


Grafik görünümünden kesim noktası sağ tıklanır ve özelliklere basılır. Açılan pencereden etiketi göster-değer seçilir.





Grafik üzerinde kesim noktasının koordinatları görülebilir.



Kendimizi Sınayalım

1. $\left.\begin{matrix} x^2 - 9 = 0 \\ \frac{y-2}{x+3} = 0 \end{matrix}\right\}$ ve $ax - 2y + 10 = 0$ olduğuna göre a değeri kaçtır?

A) -1 **B)** -2 **C)** -3 **D)** 1 **E)** 2

2. $\left.\begin{matrix} \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi nedir?

A) $\{(-6,12)\}$ **B)** $\{(-6,-12)\}$ **C)** $\{(6,-12)\}$ **D)** $\{(6,12)\}$ **E)** $\{(12,6)\}$

3. $\frac{1}{a-b+1} + \frac{1}{3a+b-5} = 1$ denklemini sağlayan(a, b) tam sayı ikilisi nedir?

A) $\{(-2,-1)\}$ **B)** $\{(-2,1)\}$ **C)** $\{(-1,-2)\}$ **D)** $\{(1,2)\}$ **E)** $\{(2,1)\}$

4. Her $x,y \in \mathbb{R}$ için $(2a-b+2)x+(a+b-5)y = 0$ denklemi sağlanıyorsa a - 2b değeri kaçtır?

A) -6 **B)** -7 **C)** -8 **D)** -9 **E)** -10

5. $\left.\begin{matrix} 2x + ay + b - 4 = 0 \\ x - 3y + a = 0 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre b - a değeri kaçtır?

A) -1 **B)** -2 **C)** -3 **D)** -4 **E)** -5

6. $\left.\begin{matrix} 4x + 8y + a - 1 = 0 \\ 3x + 6y + 3 = 0 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre a hangi değeri alamaz?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

7.

	Pide (1 adedi x lira)	Lahmacun (1 adedi y lira)	Tutar (lira)
Zeynep	3	2	34
Halil	2	3	31

Zeynep ve Halil'in arkadaşları için verdikleri yemek siparişleri, yukarıdaki gibidir. Buna göre 1 pide ve 1 lahmacunun fiyatları toplamı kaçtır?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

8. $\left.\begin{matrix} \frac{x-3y}{3} = 2 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{1}{2} \end{matrix}\right\}$ denklem sistemini sağlayan sıralı ikili (x, y) olduğuna göre x - y değeri kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

9. $\left.\begin{matrix} ax + 2by = 8 \\ bx - ay = 1 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi $\{(-2, 1)\}$ ise b - a değeri kaçtır?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

10. $\begin{matrix} 2ax - by = 4 \\ 3ax + 2by = 6 \end{matrix}$ denklem sisteminin çözüm kümesi $\{(1,3)\}$ ise a.b kaçtır?

A) -3 **B)** -2 **C)** -1 **D)** 0 **E)** 1

Kendimizi Sınayalım

11. $\left.\begin{array}{l}\frac{3}{a-2}+\frac{1}{b+2}=\frac{4}{7}\\ \frac{2}{a-2}-\frac{1}{b+2}=\frac{3}{7}\end{array}\right\}$ denklem sisteminde a değeri kaçtır?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

12. $\left.\begin{array}{l}\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=-18\\ \frac{1}{x}-\frac{2}{y}=4\end{array}\right\}$ olduğuna göre y değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{3}$ **B)** $\frac{-2}{3}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** 1

13. Bir öğrenci kırtasiyeden 3 defter ve 2 kalem alırsa 65 lira ödüyor ve parası bitiyor. Eğer 1 defter 3 kalem alırsa cebinde 20 lira parası kalıyor. Bir defterin fiyatı kaç liradır?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14 **E)** 15

14. x ve y doğal sayı olmak üzere

(4x + y)(5x - 2y) = 19 olduğuna göre 2x + y işleminin sonucu kaçtır?

A) 13 **B)** 14 C) 16 **D)** 18 **E)** 22

15. $\left.\begin{array}{l}2x-3y=2\\ x+2y=8\\ ax+3y=10\end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre a değeri kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

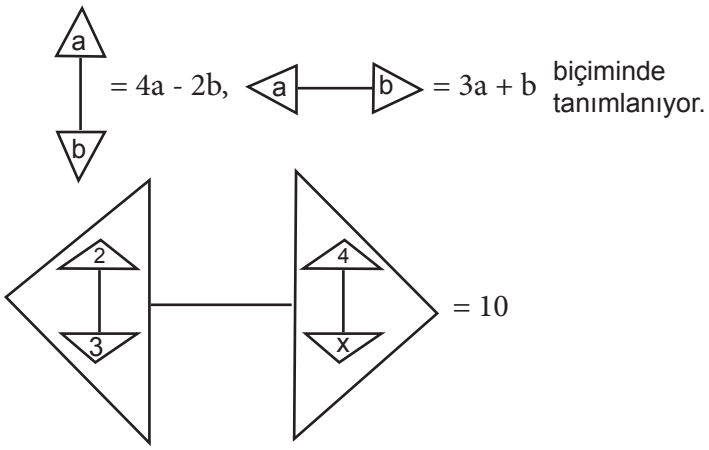
16. İki sayının farkının 3 katının 4 fazlası 31'dir. İlk sayının 2 katı ile ikinci sayının 3 katının toplamının yarısı 4 ise bu sayıların toplamı kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

17. $\left.\begin{array}{l}xy+2y=40\\ \frac{1}{x+2}+\frac{1}{y}=\frac{4}{5}\end{array}\right\}$ olduğuna göre x+y değeri kaçtır?

A) 30 **B)** 32 **C)** 36 **D)** 39 **E)** 40

18. a ve b doğal sayılar olmak üzere



biçiminde tanımlanıyor.

Olduğuna göre x kaçtır?

A) 3 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 9

19. x = m - 6
y = m + 3
x + y = 5 ise 3x - y işleminin sonucu kaçtır?

A) -11 **B)** -12 **C)** -13 **D)** -14 **E)** -15

20. x ve y doğal sayı olmak üzere $x^2 - y^2 = 13$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(-7,6)\}$ **B)** $\{(-7,-6)\}$ **C)** $\{(-6,-7)\}$ **D)** $\{(7,6)\}$ **E)** $\{(6,7)\}$

2.1.7. Günlük Hayatla İlgili Problemler (Oran Orantı, Sayı-Kesir Problemleri, Yaş Problemleri, Hareket Problemleri, Yüzde ve Kâr-Zarar Problemleri, İşçi-Havuz Problemleri, Karışım Problemleri)

Oran Orantı

Oran

En az biri sıfırdan farklı a ve b gerçek sayılarının $\frac{a}{b}$ şeklinde karşılaştırılmasına **"a nın b ye oranı"** denir. a sayısının b sayısına oranı "$\frac{a}{b}$ veya a:b" şeklinde gösterilir. Örneğin Ezgi'nin yaşı 15, babasının yaşı 45 ise Ezgi'nin yaşının babasının yaşına oranı $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$ olur. Cemal'in matematik notu 80, Davut'un matematik notu 100 ise Cemal'in matematik notunun Davut'un matematik notuna oranı $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ olur. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı 18, kız öğrenci sayısı 12 ise erkek sayısının kız sayısına oranı $\frac{E}{K} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ olur.

Örnek

$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre $\frac{3a+b}{b-a}$ oranını bulunuz.

Çözüm

a = k için b = 3k alınır ve bu değerler istenen oranda yerine yazılır. $\frac{3a+b}{b-a} = \frac{3k+3k}{3k-k} = \frac{6k}{2k} = 3$ bulunur.

Orantı

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir. İki oranın eşitliği, "$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$" şeklinde gösterilir ve **a nın b ye oranı, c nin d ye oranına eşittir** diye okunur. Orantıda a ya 1. terim, b ye 2. terim, c ye 3. terim, d ye 4. terim denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında b ile c ye içler (ortalar), a ile d ye dışlar (yanlar) denir.

Orantının Özellikleri

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında k, orantı sabitidir.

1. İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.
   $b \cdot c = a \cdot d$

2. İçler yer değiştirirse eşitlik bozulmaz.
   Dışlar yer değiştirirse eşitlik bozulmaz.
   $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ için $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ veya $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

3. Orantıda paylar toplanıp paya yazılır ve paydalar toplanıp paydaya yazılırsa orantı sabiti değişmez.
   $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ ve $k = \underset{(x)}{\frac{a}{b}} = \underset{(y)}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot x + c \cdot y}{b \cdot x + d \cdot y}$

4. Orantıda iki oranın çarpımı, orantı sabitinin karesi olur.
   $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = k \cdot k = k^2$ olur.

5. "a ve b sayıları sıra ile x ve y ile orantılıdır." ifadesine karşılık gelen orantı;
   $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = k$ veya a:b = x:y = k şeklindedir.

Özelliklerle İlgili Örnekler

$k = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ orantısında:

1. $4 \cdot 6 = 3 \cdot 8$
   $24 = 24$

2. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ için $\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ veya $\frac{8}{4} = \frac{6}{3}$

   $4 \cdot 6 = 3 \cdot 8$ $\quad$ $6 \cdot 4 = 3 \cdot 8$ $\quad$ $4 \cdot 6 = 8 \cdot 3$
   $24 = 24$ $\quad$ $24 = 24$ $\quad$ $24 = 24$

3. $k = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3+6}{4+8} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{12}} = \frac{3}{4}$

   $k = \underset{(-2)}{\frac{3}{4}} = \underset{(3)}{\frac{6}{8}} = \frac{-6+18}{-8+24} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{16}} = \frac{3}{4}$

4. $k = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ise $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{8} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = k^2$

5. a ve b sayıları sırasıyla 3 ve 4 ile orantılıdır.
   2a + 3b = 72 için (a , b) ikilisini bulunuz.

   $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = k$ ise a = 3k ve b = 4k

   $2a + 3b = 72$
   $2 \cdot 3k + 3 \cdot 4k = 72$
   $18k = 72$
   $k = 4$

   a = 12 $\quad$ b = 16
   (a , b) = (12 , 16)

Örnek

$\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$ ve $\frac{b}{c}=\frac{2}{3}$ orantıları için $\frac{a}{c}$ oranını bulunuz.

Çözüm

1. Yol:

Önce iki orantıda da bulunan b çoklukları eşitlenir.

$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}\\ \frac{b}{c}=\frac{2}{3}=\frac{6}{9}\end{array}\right\}$ $a=2k$ için $b=6k$ ve $c=9k$ olur.

Buradan $\frac{a}{c}=\frac{2k}{9k}=\frac{2}{9}$ bulunur.

2. Yol:

$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}=\frac{1}{3} \text{ için } a=\frac{b}{3}\\ \frac{b}{c}=\frac{2}{3} \text{ için } c=\frac{3b}{2}\end{array}\right\}$ Buradan $\frac{a}{c}=\frac{\frac{b}{3}}{\frac{3b}{2}}=\frac{b}{3}\cdot\frac{2}{3b}=\frac{2}{9}$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1. $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$ ve $\frac{b}{c}=\frac{4}{5}$ orantıları için $\frac{a}{c}$ oranını bulunuz.

2. $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}, \frac{b}{c}=\frac{5}{6}$ ve $\frac{c}{d}=\frac{3}{4}$ orantıları veriliyor. $\frac{a}{d}$ oranını bulunuz.

Örnek

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$ ve $3a+2b-c=48$ için $b-a$ değerini bulunuz.

Çözüm

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k$ denirse

$a=2k$, $b=3k$, $c=4k$ olur.

$3a+2b-c=48$

$6k+6k-4k=48$

$8k=48$, $k=6$ bulunur.

$\left.\begin{array}{l}a=2k=12\\ b=3k=18\\ c=4k=24\end{array}\right\}$ $b-a=18-12=6$

Örnek

$a\cdot x=b\cdot y=c\cdot z=240$ ve $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{6}$ için $x+y+z$ değerini bulunuz.

Çözüm

$a\cdot x=b\cdot y=c\cdot z=240$

$\frac{x}{\frac{1}{a}}=\frac{y}{\frac{1}{b}}=\frac{z}{\frac{1}{c}}=\frac{x+y+z}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=240$

$\frac{x+y+z}{\frac{1}{6}}=240$, $x+y+z=\frac{1}{6}\cdot 240$ ise $x+y+z=40$ olur.

Örnek





Mert; üzüm, fıstık ve leblebiden oluşan 520 gramlık bir karışım hazırlıyor. Karışımda üzümün ağırlığının fıstığın ağırlığına oranı $\frac{3}{4}$, fıstığın ağırlığının leblebinin ağırlığına oranı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre Mert karışımda kaç gram üzüm kullanmıştır?

Çözüm

Üzümün ağırlığı x, fıstığın ağırlığı y, leblebinin ağırlığı z gram ile gösterilirse

$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{y}=\frac{3}{4}=\frac{3k}{4k}\\ \frac{y}{z}=\frac{2}{3}=\frac{4k}{6k}\end{array}\right\}$ $x=3k$, $y=4k$, $z=6k$ alınır.

$x+y+z=520$

$3k+4k+6k=500$

$13k=250$

$k=40$

$x=3.k$

$x=3.40$

$x=120$ gram üzüm kullanılmıştır.

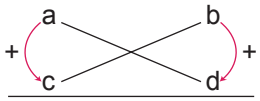
Şimdi Yapabilirsin

1. Hülya Hanım 360 lirayı, 14 ve 16 yaşlarındaki iki çocuğuna yaşları ile orantılı bir şekilde paylaştırmak istiyor. Hülya Hanım küçük çocuğuna kaç lira vermiştir?

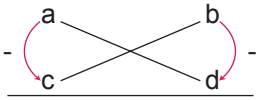
2. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ ve $5a + 2b + c = 140$ için $\sqrt{3abc}$ değerini bulunuz.

Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa veya biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklara doğru orantılı (DO) çokluklar denir.



$a \cdot d = b \cdot c$



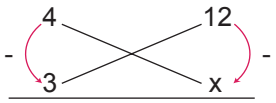
$a \cdot d = b \cdot c$

(Doğru orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.)

Örnek

Eşit miktarda iş yapabilen 4 işçi bir günde 12 çift ayakkabı üretirse bu işçilerden 3 ü aynı sürede kaç çift ayakkabı üretir?

Çözüm



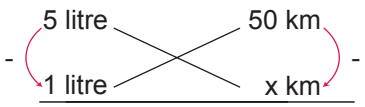
DO $4 \cdot x = 3 \cdot 12$

$x = 9$

Örnek

5 litre yakıt ile 50 km yol giden bir aracın yakıt tüketimi değiştikçe alınan yolu gösteren bir tablo yapınız ve örneğe uygun grafiği çiziniz.

Çözüm

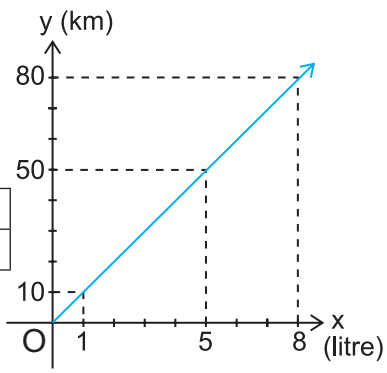


DO $5x = 50$

$x = 10$ km

x	1	2	3	4	5	6	7	8	(litre)
y	10	20	30	40	50	60	70	80	(kilometre)

$\frac{x}{y} = \frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \ldots$ ise $y = 10x$



$\frac{x}{y} = k$ ifadesindeki bölüm şeklindeki çokluklar (x ile y) doğru orantılıdır.

k orantı sabitidir.

Örnek

2a +1 sayısı ile b + 3 sayısı doğru orantılıdır. a = 7 için b = 2 ise b = 8 için a kaçtır?

Çözüm

2a +1 sayısı ile b + 3 sayısı doğru orantılı ise $\frac{2a+1}{b+3} = k$ yazılmalıdır.

a = 7 ve b = 2 sayıları, orantıda yerine yazılır ve k orantı sabiti bulunur.

$\frac{2 \cdot 7 + 1}{2 + 3} = k \Rightarrow k = 3$ olur.

b = 8 için $\frac{2a+1}{8+3} = 3$

2a + 1 = 33

a = 16 bulunur.

Örnek

Mehmet Bey 8, 14 ve 18 yaşındaki üç çocuğuna 400 lirayı, çocukların yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde nasıl paylaştırabilir?

Çözüm

Küçük çocuk x lira, ortanca çocuk y lira, büyük çocuk z lira alırsa x + y + z = 400 olacaktır. x, y, z sayıları 8, 14, 18 ile doğru orantılı ise bu durum,

$x:y:z = 8:14:18 = k$ veya $\frac{x}{8} = \frac{y}{14} = \frac{z}{18} = k$ şeklinde gösterilir.

x = 8k, y = 14k, z = 18k için

8k + 14k + 18k = 400

40k = 400

k = 10 olur.

x = 8 · 10 = 80 lira

y = 14 · 10 = 140 lira

z = 18 · 10 = 180 lira şeklinde paylaştırmalıdır.

Örnek

Ali, Veli ve Kazım adındaki 3 arkadaş şehirler arası yolculuk için bir taksi kiralamış ve taksi ücretini yaşları ile orantılı olacak şekilde paylaşmıştır. Ali 25, Veli 28 ve Kazım 32 yaşında olup taksi ücreti 1700 lira tutmuştur. Kazım kaç lira ödeme yapmıştır?

Çözüm

Ali = x lira
Veli = y lira
Kazım = z lira ödesin..

x:y:z = 25:28:32 = k şeklinde gösterilir.

x = 25k y = 28k z = 32k için

25k + 28k + 32k = 1700

85k = 1700

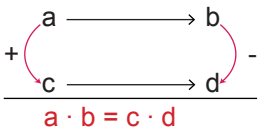
k = 20

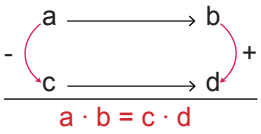
Kazım 32k lira ödediği için

32.20 = 640 lira öder.

Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyorsa veya biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa böyle çokluklara **ters orantılı** (TO) çokluklar denir.



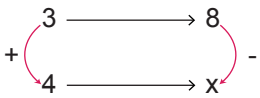


(Ters orantıda yan çarpımlar eşittir.)

Örnek

Eşit miktarda iş yapabilen 3 işçi bir işi 8 günde bitirirse 4 işçi aynı işi kaç günde bitirir?
Bu işin farklı sayıda işçiye yaptırılması durumunda işin bitme zamanını gösteren bir tablo yapınız ve örneğe uygun grafiği çiziniz.

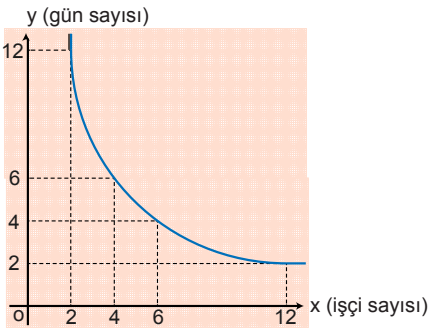
Çözüm



TO $3 \cdot 8 = 4 \cdot x$

$x = 6$ gün

x	1	2	3	4	6	8	12	24 (işçi sayısı)
y	24	12	8	6	4	3	2	1 (gün)



$x \cdot y = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = \ldots = 24 \cdot 1$ için $x \cdot y = 24$

$x \cdot y = k$ ifadesindeki çarpım şeklindeki çokluklar (x ile y) ters orantılıdır. k orantı sabitidir.

Örnek

a) 234 fındık; 6, 8 ve 12 yaşlarındaki çocuklara yaşları ile ters orantılı olarak paylaştırılırsa küçük çocuğun kaç tane fındık aldığını bulunuz.

b) Farz edelim ki fındıklar çocuk yaşları ile doğru orantılı paylaşıldı. Bu durumda en küçük çocuk kaç fındık alırdı?

Çözüm

a) Çocukların payları sırasıyla ; a, b, c olursa a + b + c = 72 olmalıdır. a, b, c sayıları 6, 8, 12 ile ters orantılı ise bu durum, $6 \cdot a = 8 \cdot b = 12 \cdot c = k$ şeklinde gösterilir.

$a = \frac{k}{6}$, $b = \frac{k}{8}$, $c = \frac{k}{12}$ için

$\underset{(4)}{\frac{k}{6}} + \underset{(3)}{\frac{k}{8}} + \underset{(2)}{\frac{k}{12}} = 234 \quad \frac{4k + 3k + 2k}{24} = 234$

$9k = 234 \cdot 24 \quad 9k = 5616 \quad k = 624$

6 yaşındaki en küçük çocuk

$a = \frac{624}{6} = 104$ fındık alır.

b) 6, 8 ve 12 ile doğru orantılı paylaştırılırsa, $a : b : c = 6 : 8 : 12 = k$ şeklinde gösterilir.
$a = 6k$, $b = 8k$, $c = 12k$ için

$6k + 8k + 12k = 234$
$26k = 234$
$k = 9$

En küçük çocuk
$6 \cdot 9 = 54$ fındık alır.

Örnek

Bir izci kampında 24 kişiye 60 gün yetecek kadar yiyecek vardır. 12 gün sonra kamptan 8 kişi ayrılırsa kalan yiyecekler kalan izcilere kaç gün yeter?

Çözüm

24 izciye 60 gün yetecek yiyecek, 12 gün sonra 24 izciye 60 - 12 = 48 gün yeter.
Kalan yiyecekler, 8 izcinin ayrılması durumunda

24 izciye 48 gün yeterse
16 izciye x (kaç) gün yeter.

TO $24 \cdot 48 = 16 \cdot x$ ve x = 72 gün yeter.

Bileşik Orantı

İçerisinde hem doğru orantı hem de ters orantı bulunan orantılara **bileşik orantı** denir.

"a sayısı, b ile doğru ve c ile ters orantılıdır." ifadesi, k orantı sabiti olmak üzere $\frac{a \cdot c}{b} = k$ şeklinde gösterilir.

Örnek

x sayısı (y + 1) ile ters, (z - 2) ile doğru orantılıdır. x = 10, y = 2 için z = 5 oluyorsa x = 4, y = 4 için z kaç olur?

Çözüm

Önce "x sayısı (y + 1) ile ters, (z - 2) ile doğru orantılıdır." ifadesine karşılık gelen orantı yazılır.

$\frac{x \cdot (y+1)}{(z-2)} = k$ bu orantıda verilenler yerine yazılarak k bulunur.

$\frac{10 \cdot (2+1)}{(5-2)} = k$ ise $k = 10$ bulunur. İstenen değerler yerine yazılırsa

x=4 ve y=4 için $\frac{4 \cdot (4+1)}{(z-2)} = 10$ eşitliğinden z = 4 olur.

Örnek

Eşit miktarda iş yapabilen 6 işçi, 8 günde 240 parça mal üretirse 8 işçi, 5 günde kaç parça mal üretir?

Çözüm

Pratik Yol:

$$\frac{\text{1. yapılan iş çokluğu}}{\text{2. yapılan iş çokluğu}} = \frac{\text{1. işin yanındaki diğer çoklukların çarpımı}}{\text{2. işin yanındaki diğer çoklukların çarpımı}}$$

Bu soruda ilk durum için iş 240 parça mal üretimidir. 2. durum için iş ise x parça mal olsun. Buna göre

$\frac{240}{x} = \frac{8.6}{8.5}$ $\quad 6 \cdot 8 \cdot x = 8 \cdot 5 \cdot 240$ ise

$x =$ 200 parça mal üretir.

Şimdi Yapabilirsin

1. Eşit miktarda iş yapabilen a sayıda işçi, günde b saat çalışarak 10 parça iş yapmaktadır. Bu işçilerden b sayıda işçi, günde 2a saat çalışarak kaç parça iş yapabileceğini bulunuz.

2. Bir yarışmaya katılan sporculardan ilk üçe girenlere 4900 lira dağıtılacaktır. Bu dağıtım sporcunun yaptığı derecenin karesinin çarpma işlemine göre tersi ile orantılı olduğuna göre 3. olan sporcunun kaç lira alacağını bulunuz.

3. a sayısı (b - 2) ile doğru, (c + 1) ile ters orantılıdır. a = 5, b = 6 için c = 7 oluyorsa a = 8, c = 9 için b değerini bulunuz.

4. 350 sayfalık bir kitabı incelemek üzere görevlendirilen 4 uzmandan Mert Bey ile Metin Bey, sırasıyla 2 ve 3 sayılarıyla doğru orantılı; Hacer Hanım ile Hülya Hanım, sırasıyla 2 ve 3 sayılarıyla ters orantılı olacak şekilde sayfaları paylaşıyorlar. En az sayfa inceleyen uzmanın kaç sayfa incelediğini bulunuz.

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Kerim Erim (1894-1952)

Türkiye'de yüksek matematik öğretiminin yaygınlaşmasında ve çağdaş matematiğin yerleşmesinde etkin rol oynayan, **mekaniğin** matematik esaslarına dayandırılmasına öncülük eden, Türkiye Cumhuriyeti Devleti'nin doktoralı ilk Türk matematikçisidir.

Kerim Erim, 1919'da Almanya'da Albert Einstein'ın (Albert Aynştayn) yanında doktorasını yapmıştır. Türkiye matematiğinin en büyük kurucularından olan Kerim Erim, **diferansiyel ve integral** hesabın ve matematiksel analiz metotlarının ülkemizde kapsamlı biçimde verilmesinde büyük rol oynamıştır. Bilimin uluslararası niteliğine ve uluslararası bilimsel yayın yapmanın gerekliliğine inanan, enstitü çalışmaları ve kurumsallaşma yollarıyla bunları pratiğe dönüştüren bir bilim insanıdır. Cumhuriyet döneminde matematiği uluslararası bir niteliğe kavuşturmuştur.

"Nazari Hesap", "Mihanik", "Matematik ve Realite", "Analiz Dersleri", "Diferansiyel ve İntegral Hesap" Erim'in kitaplarından bazılarıdır.

Kerim Erim, <http://acikerisim.istanbul.edu.tr/bitstream/handle/123456789/32626/55852.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Kendimizi Sınayalım

1. a ve b gerçek sayıdır. $\frac{a+b}{a} = 4$ olduğuna göre $\frac{a+b}{b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{2}{3}$ **C)** $\frac{4}{3}$ **D)** $\frac{5}{3}$ **E)** $\frac{7}{3}$

2. 330 ceviz üç kişiye sırasıyla 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ sayıları ile orantılı olacak şekilde paylaştırılıyor. Payı en az olan kişi, kaç tane ceviz almıştır?

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 55 **E)** 60

3. İki öğrencinin ağırlıkları oranı $\frac{5}{7}$, ağırlıkları farkı ise 20 kg olduğuna göre bu öğrencilerin ağırlıkları toplamı kaç kg'dır?

A) 72 **B)** 96 **C)** 108 **D)** 120 **E)** 132

4. Kaya, parasının $\frac{1}{5}$ ini Mehmet'e verdiğinde Mehmet'in parası $\frac{2}{7}$ oranında artıyor.

Buna göre başlangıçta Kaya'nın parasının Mehmet'in parasına oranı nedir?

A) $\frac{7}{10}$ **B)** $\frac{5}{7}$ **C)** $\frac{6}{7}$ **D)** $\frac{7}{6}$ **E)** $\frac{10}{7}$

5. a, b, c pozitif tam sayılar $\frac{a}{b} = 5$ ve $\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre $a + b + c$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 30 **E)** 45

6. a ve b gerçek sayıdır.

$$\left.\begin{array}{l} a + \frac{1}{b} = 3 \\ b + \frac{1}{a} = 4 \end{array}\right\}$$ olduğuna göre $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** 2 **E)** $\frac{4}{3}$

7. a, b, c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere

$\frac{bc}{a} = 1$, $\frac{ac}{b} = 2$, $\frac{ab}{c} = 3$ olduğuna göre $a^2 + b^2 + c^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 16

8. a, b, c, d ve k birer gerçek sayıdır.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısından $\frac{2a+3c}{2b+md} = k$ elde edildiğine göre m nin değeri nedir?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** 3 **C)** $\frac{3}{d}$ **D)** $\frac{d}{3}$ **E)** 3d

9. Bir kitapçıda ders kitaplarının sayısının test kitaplarının sayısına oranı $\frac{5}{11}$ dir.

Ders kitaplarının sayısı 400'den fazla olduğuna göre bu kitapçıda en az kaç kitap vardır?

A) 1094 **B)** 1195 **C)** 1204 **D)** 1296 **E)** 1397

10. a, b, c $\in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$\frac{1}{a-2} = \frac{2}{b-3} = \frac{3}{c-4}$ ve $2a + 3b + 4c = 129$ olduğuna göre a nın değeri kaçtır?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

Kendimizi Sınayalım(Bingo)

11. Boş bir havuzu 36 saatte dolduran bir musluğun birim zamanda akıttığı su miktarı %50 arttırılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

A) 12 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 27 **E)** 30

12. "Harita üzerindeki uzunluğun gerçek uzunluğa oranına harita ölçeği denir." $\frac{1}{4\,000\,000}$ ölçekli bir haritada iki şehir arasındaki uzaklık 24 santimetre ise bu şehirler arası uzaklık gerçekte kaç kilometredir?

A) 48 **B)** 96 **C)** 144 **D)** 480 **E)** 960

13. 1, 2, 3, 4 şeklinde numaralandırılmış dört kutuya numaraların kareleri ile orantılı miktarda 60 000 lira paranın tamamı paylaştırılırsa 3. kutuda kaç bin lira olur?

A) 8 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 24 **E)** 32

14. 1, 2, 3, 4 şeklinde numaralandırılmış dört kutuya, numaraların kareleri ile ters orantılı olacak şekilde 410 000 lira paranın tamamı paylaştırılırsa 2. kutuda kaç bin lira olur?

A) 22 **B)** 18 **C)** 32 **D)** 72 **E)** 144

15. Bir atölye, günde 16 saat çalışma ile 24 günde ürettiği miktarda ürünü, çalışma kapasitesi %20 düşürülerek günde 12 saat çalışma ile kaç günde üretir?

A) 12 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 30 **E)** 40

16. A, B, C miktarda oy alan üç partinin katıldığı bir seçimde toplam 51 milyon oy kullanılmıştır. Oylar partilere 2A=3B=9C orantısına göre dağılırsa en az oy alan parti kaç milyon oy almış olur?

A) 6 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 18 **E)** 27

17. Bir aracın duruş mesafesi, frene basıldığı andaki hızın karesi ile doğru orantılıdır. Araç, saatte 100 km hızla giderken frene basıldığında 50 metrede durabiliyorsa saatte 120 km hızla giderken frene basıldığında kaç metrede durur?

A) 60 **B)** 64 **C)** 72 **D)** 81 **E)** 100

18. a tane işçinin günde 8 saat çalışarak 24 günde bitirebildiği bir işi, a + x tane işçi günde 12 saat çalışarak 10 günde bitirirse a ve x sayıları sıra ile hangi sayılarla orantılıdır?

A) 3 : 5 **B)** 5 : 8 **C)** 3 : 8 **D)** 8 : 3 **E)** 5 : 3

19. 6 işçi bir işi 15 günde bitirmektedir. İşçi sayısı 4 artırılır, iş miktarı 2 katına çıkarılır ise iş kaç günde biter?

A) 18 **B)** 20 **C)** 22 **D)** 24 **E)** 28

20. a ve b 0'dan farklı bir reel sayı olmak üzere $\frac{a-2b}{b} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\frac{a+b}{a}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ **B)** $\frac{5}{2}$ **C)** $\frac{2}{5}$ **D)** $\frac{3}{5}$ **E)** $\frac{7}{5}$

Sayı-Kesir Problemleri

Sayı Problemleri

Genel olarak problemlerin çözümünde öncelikli koşul, problemin iyi anlaşılmasıdır. Problem iyice anlaşıldıktan sonra istenen değerin bulunması için uygun denklem kurulur.

Örnek

2 katının 15 fazlası, 3 katının 9 eksiğine eşit olan sayıyı bulunuz.

Çözüm

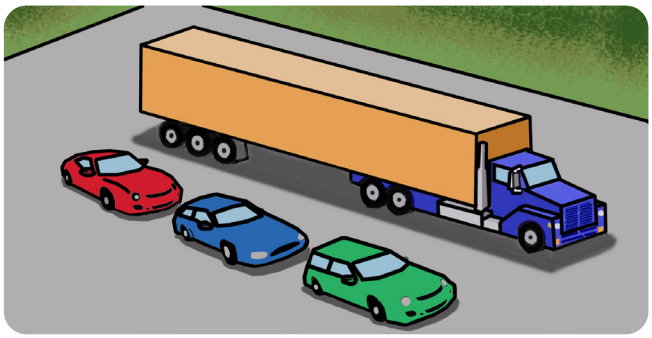
Sayı x olsun. Bu durumda 2 katının 15 fazlası: $2x + 15$

3 katının 9 eksiği: $3x - 9$

$$2x + 15 = 3x - 9$$

$$x = 24 \text{ bulunur.}$$

Örnek



Bir otoparka aynı anda 24 otomobil ve 11 kamyon ya da 18 otomobil ile 13 kamyon park edilebilmektedir. Otoparkın otomobil kapasitesinln kaç araç olduğunu bulunuz. (Her bir kamyonun kapladığı alan ve yine her bir otomobilin kapladığı alan kendi arasında eşittir.)

Çözüm

Bir otomobilin kapladığı alan: a
Bir kamyonun kapladığı alan: b olsun.
Otoparkın alanının kapasitesini veren ifadeler eşitlenir.
Otopark alanı: $11b + 24a = 18a + 13b$

$$24a - 18a = 13b - 11b$$

$$6a = 2b$$

$$3a = b$$ 1 kamyonun kapladığı alan, 3 otomobilin kapladığı alana eşittir. Otoparkın kapasitesini veren ifadelerden birinde b yerine 3a yazılarak otoparkın tamamının alabildiği otomobil sayısı bulunur.

$$11b + 24a = 11(3a) + 24a$$

$$= 33a + 24a$$

$$= 57a$$

Otoparkın otomobil kapasitesi 57'dir.



Örnek

a) Ahmet elindeki 390 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğu sayfanın 2 katı kadar okuyarak 4 günde bitiriyor. Ahmet, son gün kitaptan kaç sayfa okumuştur?

b) Farz edelim ki Ahmet her gün bir önceki gün okuduğunun 2 kat fazlası kadar okuyup 3 günde bitirseydi, son gün kaç sayfa kitap okumuş olurdu?

Çözüm

a)

Ahmet'in Okuduğu Sayfa Sayısı			
1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün
x	2x	4x	8x

$x + 2x + 4x + 8x = 390$

$15x = 390$

$x = 26$

Ahmet son gün kitabın
$8 \cdot 26 = 208$ sayfasını okumuştur.

b)

Ahmet'in okuduğu kitap sayfası		
1. Gün	2. Gün	3. Gün
x	3x	9x

$x + 3x + 9x = 390$

$13x = t390$

$x = 30$

Ahmet son gün
$9 \cdot 30 = 270$ sayfa okumuştur.

Örnek

Bir otobüste bulunan erkek yolcu sayısı, kadın yolcu sayısının 2 katıdır. İlk durakta otobüsten 5 erkek yolcu iniyor ve otobüse 5 kadın yolcu biniyor. Bu durumda otobüsteki erkek ve kadın yolcu sayıları eşit olduğuna göre otobüste ilk durumda kaç kadın yolcu olduğunu bulunuz.

Çözüm

	Kadın Yolcu Sayısı	Erkek Yolcu Sayısı
İlk Durum	x	2x
Son Durum	x + 5	2x - 5

$2x - 5 = x + 5$

$x = 10$ bulunur.

İlk durumda otobüste 10 kadın yolcu vardır.

Örnek

Bir otelde 2 yataklı ve 3 yataklı olmak üzere toplam 85 oda vardır. Bu otelde aynı anda en fazla 206 kişi konaklayabildiğine göre oteldeki 3 yataklı oda sayısını bulunuz.

Çözüm

3 Yataklı Oda Sayısı	2 Yataklı Oda Sayısı
x	85 - x

Otelde 3 yataklı odalarda kalan kişi sayısı 3x iken 2 yataklı odalarda kalan kişi sayısı 2(85 - x) olur.

$3x + 2(85 - x) = 206$

$3x + 170 - 2x = 206$

$x = 36$ bulunur.

Sonuç olarak otelde 36 tane 3 kişilik oda vardır.

Örnek

Bir sınıfta öğrenciler sıralara ikişerli oturduklarında 3 öğrenci ayakta kalmaktadır. Üçerli oturduklarında bir sırada sadece 1 öğrenci oturup 5 sıra da tamamen boş kalmaktadır. Buna göre sınıf mevcudunu bulunuz.

Çözüm

Sınıftaki sıra sayısı x olmak üzere, bir sırada 2 kişi oturup 3 kişi ayakta kaldığı için sınıf mevcudu 2x +3 olur. İkinci durumda ise, x-6 sıra 3 erli dolmuş ve 1 kişi tek oturduğundan sınıf mevcudu 3(x - 6)+1 kişi olur. Sınıf mevcudu: 2x + 3 veya 3(x - 6) + 1 olur.

$$2x + 3 = 3(x - 6) + 1$$
$$2x + 3 = 3x - 18 + 1$$
$$3 + 18 - 1 = 3x - 2x$$
$$x = 20 \text{ olur.}$$

Sınıf mevcudu: $2x + 3 = 2 \cdot 20 + 3 = 43$ bulunur.

Örnek

16 kişilik bir grup, giderlerini eşit miktarda paylaştıkları bir otobüs kiralayarak gezi düzenliyor. Gruba sonradan 9 kişi daha katılınca kişi başına düşen miktar 36 TL azaldığına göre otobüsün kira bedelinin toplam kaç TL olduğunu bulunuz.

Çözüm

Otobüsün kira bedeli x olsun. İlk durumda kişi başına düşen miktar, $\frac{x}{16}$ iken ikinci durumda bu miktar $\frac{x}{25}$ olmuştur.

$\frac{x}{16} - \frac{x}{25} = \frac{9x}{400} = 36$ ve $x = 1600$ TL bulunur.

Örnek

Bir yemeğe katılan 24 kişinin her biri diğer katılımcıların tamamı ile tokalaşıyor. Yemekte toplam kaç tokalaşma yapıldığını bulunuz.

Çözüm

1. kişi kendisi dışındaki 23 kişi ile tokalaşıp masaya otursun.
2. kişi kendisi dışındaki 22 kişi ile tokalaşıp masaya otursun.
3. kişi kendisi dışındaki 21 kişi ile tokalaşıp masaya otursun.

.
.
.

23. kişi kendisi dışındaki 1 kişi ile tokalaşıp masaya otursun.

Sonuç olarak toplam tokalaşma sayısı, $23 + 22 + 21 + ... + 1 = \frac{23 \cdot 24}{2} = 276$ bulunur.

Örnek

Ali ile Göktürk'ün toplam 200 TL si vardır. Ali parasının $\frac{1}{5}$ ini Göktürk'e verdiğinde paraları eşit olduğuna göre Göktürk'ün en başta kaç TL'sinin olduğunu bulunuz.

Çözüm

Ali	Göktürk
5x	200 - 5x

Ali'nin başlangıçtaki parası 5x olsun. Bu durumda Göktürk'e kalan para 200 - 5x olur.

Ali parasının $\frac{1}{5}$ ini Göktürk'e verdiğinde paraları eşit oluyorsa

$$5x - x = 200 - 5x + x$$
$$4x = 200 - 4x$$
$$8x = 200$$
$$x = 25 \text{ bulunur.}$$

Göktürk'ün başlangıçta

$$200 - 5x = 200 - 5 \cdot 25$$
$$= 75 \text{ TL' si vardır.}$$

Örnek

Her biri özdeş 5 mavi, 6 kırmızı ve 7 sarı top bulunan bir torbadan aynı anda en az kaç top çekildiğinde

a) İçinde kesinlikle 1 sarı top bulunur?

b) Herhangi bir renkten kesinlikle üç top alınmış olur?

Çözüm

a) En kötü ihtimalle 11 top çekildiğinde hiç sarı top gelmemiş olur. Fakat bundan sonra alınacak bir top kesinlikle sarı olacaktır. Sonuç olarak 12 top çekildiğinde en az 1 sarı top kesinlikle çekilmiş olur.

b) En kötü ihtimalle 6 top alındığında her renkten ikişer tane alınmış olabilir. Fakat bundan sonra alınacak yedinci top ile kesinlikle aynı renkten üç top olacaktır.



Şimdi Yapabilirsin

1. Her biri özdeş toplardan bir kutuda 3 kırmızı, 4 beyaz, 5 mavi top vardır. Kutudan en az kaç top alınmalı ki kesinlikle bir mavi top alınmış olsun?

2. Her biri özdeş toplardan bir kutuda 3 kırmızı, 4 beyaz, 5 mavi top vardır. Kutudan en az kaç top alınmalı ki kesinlikle aynı renkten 3 top alınmış olsun?

3. Mert elindeki 200 lira paranın bir kısmını kardeşi Yıldız'a veriyor. Mert'te kalan paranın yarısı, kardeşine verdiği paradan 25 lira fazla olduğuna göre Mert kardeşine kaç lira vermiştir?

4. Bir Anadolu lisesinin hazırlık sınıflarındaki kız ve erkek öğrenci sayıları eşittir. Bu sınıflardaki erkek öğrenci sayısının 3 katının 10 eksiği, kız öğrenci sayısının 20 eksiğinin 5 katına eşit olduğuna göre bu okulda hazırlık sınıflarında okuyan öğrenci sayısı kaçtır?

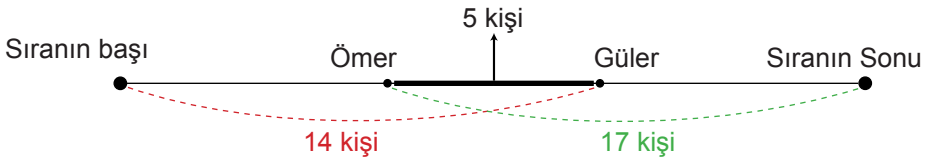
Sıra (kuyruk) problemlerinde şuna dikkat edilir:
A kişisi sırada baştan x inci kişi,
B kişisi sırada sondan y ninci kişi olsun.
A ile B arasında z kişi varsa
I. Durum: Sırada en çok x + y + z kişi,
II. Durum: Sırada en az x + y - (z + 2) kişi vardır.

Örnek

Güler ve Ömer'in bulunduğu bir gişe sırasında Güler baştan 14. kişi, Ömer sondan 17. kişidir. Güler ile Ömer'in arasında 5 kişi olduğuna göre
a) Sırada en az kaç kişi vardır?
b) Sırada en çok kaç kişi vardır?

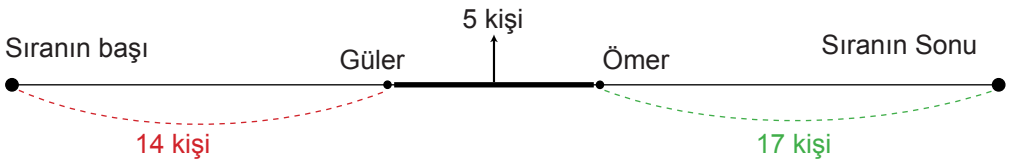
Çözüm

a) Sıradaki kişi sayısının en az olması için Ömer, Güler'in önünde olmalıdır.



Bu durumda sırada en az
14 + 17 - (5 + 2) = 24 kişi vardır.

b) Sıradaki kişi sayısının en çok olması için Ömer, Güler'den sonra olmalıdır.



Bu durumda sırada en çok 14 + 17 + 5 = 36 kişi vardır.

Şimdi Yapabilirsin

1. 124 sayfalık bir kitabın sayfalarını numaralandırmak için toplam kaç rakamın kullanılacağını bulunuz.

2. Bir kurbağa düştüğü 3 metre derinliğindeki bir kuyudan çıkarken her seferinde 50 cm sıçrayıp 20 cm geri kaymaktadır. Kurbağanın kuyudan çıkana kadar aldığı toplam yolun en az kaç metre olduğunu bulunuz.

3. Bir futbol maçını seyretmek isteyen Ahmet bilet sırasında baştan 12., Mert sondan 16. sıradadır. Ahmet ile Mert arasında 7 kişi bulunmaktadır. Mert daha önde yer aldığına göre sıradaki kişi sayısını bulunuz.

Kesir Problemleri

Bir bütünün parçaları üzerinden kurulmuş problemlerdir.

x sayısının $\frac{a}{b}$ si: $x \cdot \frac{a}{b} = \frac{ax}{b}$ dir.

Örnek

Örneğin x sayısının;

a) Yarısı: $x \cdot \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$,

b) Yarısının 5 fazlası: $x \cdot \frac{1}{2} + 5 = \frac{x}{2} + 5$,

c) $\frac{1}{3}$ünün 8 eksiği: $x \cdot \frac{1}{3} - 8 = \frac{x}{3} - 8$,

ç) $\frac{3}{4}$ ü kadar fazlası: $x + x \cdot \frac{3}{4} = x\left(1 + \frac{3}{4}\right) = x \cdot \frac{7}{4} = \frac{7x}{4}$,

d) $\frac{2}{9}$u kadar eksiği: $x - x \cdot \frac{2}{9} = x\left(1 - \frac{2}{9}\right) = x \cdot \frac{7}{9} = \frac{7x}{9}$,

e) $\frac{3}{5}$inin $\frac{2}{7}$ si: $\left(x \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{7} = \frac{6x}{35}$ olarak bulunur.

Örnek

$\frac{2}{5}$i 12 olan sayıyı bulunuz.

Çözüm

1. Yol: Sayı x olsun.

$\frac{2x}{5} = 12$ denklemi elde edilir ve

$2x = 60$

$x = 30$ bulunur.

Not

Bazı kesir problemlerini şekil çizerek çözmek kolaylık sağlar.

2. Yol:

6	6			

Bir bütünü 5 eşit parçaya ayırıp bunlardan 2 tanesini almak,
o bütünün $\frac{2}{5}$ ini almaktır.
Eğer alınan bu 2 parçanın değeri 12 ise tek bir parça,
$12 : 2 = 6$ olur.
Bütünün ise değeri $6 \cdot 5 = 30$ olur.

Örnek

$\frac{3}{7}$ sinin 6 fazlası 30 olan sayı kaçtır?

Çözüm

Sayı x olsun. $\frac{3x}{7} + 6 = 30$ denklemi yazılır. $\frac{3x}{7} = 24$ ise $x = 56$ bulunur.

Örnek

Değeri $\frac{2}{9}$ olan bir kesrin payı ile paydasının toplamı 66 olduğuna göre bu kesrin payı ile paydasının farkının pozitif değerini bulunuz.

Çözüm

Değeri $\frac{2}{9}$ olan kesir $\frac{2x}{9x}$ alınırsa

$2x + 9x = 66$

$11x = 66$

$x = 6$ bulunur.

Pay $2x = 12$, payda $9x = 54$ olur ve farklarının pozitif değeri

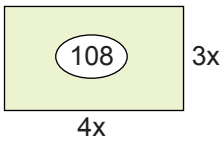
$54 - 12 = 42$ bulunur.

Örnek

Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları oranı $\frac{3}{4}$ tür. Bu dikdörtgenin alanı 108 birimkare olduğuna göre çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm

Kenarlarının oranı $\frac{3}{4}$ olduğundan kenar uzunlukları 3x ve 4x olsun.



Alan = 108 birimkare

$3x \cdot 4x = 108$

$12x^2 = 108$

$x^2 = 9$

$x = 3$

Dikdörtgenin kenarları 9 birim ve 12 birim olur. Çevresi $2 (9 + 12) = 42$ birim bulunur.

Örnek

Bir sınıftaki öğrenci sayısının iki katına sınıftaki arkadaşlarının sayısının $\frac{1}{3}$ ünü ve kendisini ekleyen Ali, 73 sayısını buluyor. Buna göre Ali'nin sınıfında kaç öğrencinin olduğunu bulunuz.

Çözüm

Sınıf mevcudu x olsun.

$2x + \frac{x - 1}{3} + 1 = 73$

$\frac{6x + x - 1}{3} = 72$

$7x - 1 = 216$

$x = 31$ bulunur.

Örnek

$\frac{1}{5}$i ile $\frac{2}{7}$ sinin toplamı 34 olan sayıyı bulunuz.

Çözüm

Sayı x olsun. $\frac{x}{5}_{(7)} + \frac{2x}{7}_{(5)} = 34$

$\frac{17x}{35} = 34$

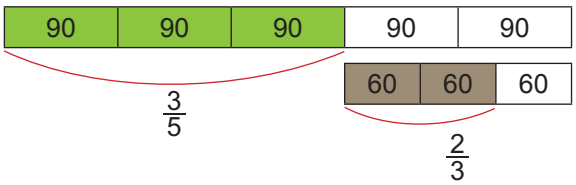
$x = 70$ bulunur.

Örnek

Bir market, stoklarındaki pirincin birinci gün $\frac{3}{5}$ ini, ikinci gün ise kalan pirinçlerin $\frac{2}{3}$ ünü satıyor. Son durumda ellerinde 60 paket pirinç kaldığına göre birinci gün kaç paket pirinç satılmıştır?

Çözüm

Problem şekil yardımı ile çözüldüğünde



renkli bölümler, satılan pirinç miktarını belirtmektedir. Bu durumda ilk gün toplam 90 + 90 + 90 = 270 paket pirinç satılmıştır.

Örnek

Birlikte yemeğe giden üç arkadaştan Ali cüzdanını evde unuttuğu için hesabın $\frac{3}{5}$ ini Emir, geri kalanını Taha ödemiştir. Ali'nin Emir'e 28 TL borcu olduğuna göre hesabın tamamı kaç TL'dir?

Çözüm

Payda ve kişi sayısı dikkate alınarak hesabın tamamı 15x seçilir. Bu durumda kişi başına düşen hesap 5x tir.

Ali	Taha	Emir
0	6x	9x
5x	5x	5x

Ali'nin Talha'ya x, Emir'e 4x borcu vardır.

$4x = 28$

$x = 7$ TL bulunur.

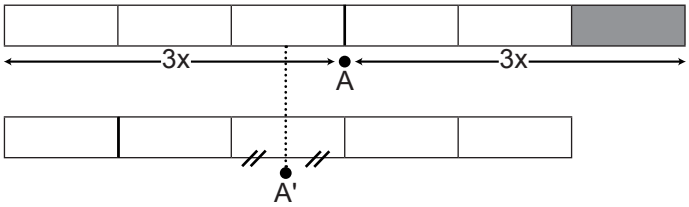
Hesabın tamamı $15x = 15 \cdot 7 = 105$ TL'dir.

Örnek

Homojen bir tel çubuğun bir ucundan $\frac{1}{6}$ sı kesildiğinde telin orta noktası, ilk duruma göre 8 cm kaymıştır. Buna göre telin ilk uzunluğunun kaç cm olduğunu bulunuz.

Çözüm

Telin uzunluğu 6x olsun.



Telin orta noktasındaki kayma miktarı, kesilen uzunluğun yarısı kadar olacaktır. Bu durumda kesilen parça

$6x \cdot \frac{1}{6} = x$ ve $\frac{x}{2} = 8$ olduğuna göre x = 16 cm olur.

Telin ilk durumdaki uzunluğu,

$6x = 6 \cdot 16 = 96$ cm bulunur.

Örnek

a) Ali; maaşının $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına, ev kirasının $\frac{1}{4}$ ünü yol giderine, yol giderinin 3 katını ise mutfak masraflarına ayırıyor. Maaşından geriye 800 TL kalan Ali'nin maaşının tamamı kaç TL'dir?

b) Farz edelim ki Ali; maaşın $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına, kalanın $\frac{1}{4}$ ünü mutfak masraflarına ve mutfak masraflarının yarısı kadarını da yol masrafına ayırıp geriye 800TL kalsaydı, Ali'nin maşının tamamı kaç TL olurdu?

Çözüm

a) Ali'nin maaşı 12x olsun.

Kira: $12x \cdot \frac{1}{3} = 4x$

Yol: $4x \cdot \frac{1}{4} = x$

Mutfak: $x \cdot 3 = 3x$

$12x - (4x + x + 3x) = 800$

$x = 200$

Ali'nin maaşının tamamı

$12x = 2400$ TL bulunur.

b) Ali'nin maaşı 24x olsun.

Kira = $24x \cdot \frac{1}{3} = 8x$

Kalan $24x - 8x = 16x$ olur.

Mutfak masrafları = $16x \cdot \frac{1}{4} = 4x$ olur.

Yol gideri mutfak masraflarının yarısı olduğu için $4x \cdot \frac{1}{2} = 2x$ olur.

$24 - (14x) = 10x = 800$ $\quad x = 80$

$24 \cdot 80 = 1920$ bulunur.

Örnek

İçinde bir miktar su bulunan bir depoya 5 kova su ilave edilirse depo yarısına kadar doluyor. Eğer depodan 4 kova su alınırsa deponun $\frac{4}{5}$ i boş kaldığına göre bu deponun tamamının kaç kova su aldığını bulunuz.

Çözüm

Deponun tamamı x miktar su alsın ve deponun içindeki suyun miktarı y olsun.

$5 \text{ kova su} = \frac{x}{2} - y$

$+ \quad 4 \text{ kova su} = y - \frac{x}{5}$

$9 \text{ kova su} = \frac{x}{2} - \frac{x}{5}$

$\frac{3x}{10} = 9$ kova su

$x = 30$ kova su bulunur.

Bu depo 30 kova su alır.

Örnek

Bir şişe, tamamı su ile dolu iken 650 gram, $\frac{3}{4}$ ü dolu iken 510 gram gelmektedir. Bu durumda boş şişenin ağırlığının kaç gram olduğunu bulunuz.

Çözüm

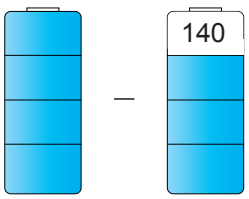
1. Yol:

Boş şişenin ağırlığı: a gram,
Şişeyi tamamen dolduran suyun ağırlığı: 4b gram olsun.

$$a + 4b = 650 \text{ gram (şişenin tamamen dolu olduğu durum)}$$
$$+ \quad -/a+3b = 510 \text{ gram (şişenin } \frac{3}{4} \text{ ünün dolu olduğu durum)}$$

b = 140 gram bulunur. Bulunan değer, denklemlerden birinde yerine yazılırsa a = 90 gram bulunur.

2. Yol:

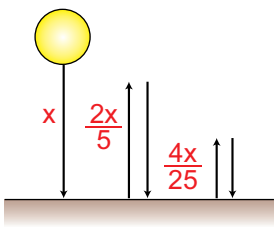


İki şekil arasındaki ağırlık farkı 140 gram olup şişeyi dolduran suyun $\frac{1}{4}$ ünden kaynaklanmaktadır.
Şişenin tamamı dolu olduğunda şişedeki suyun ağırlığı,
$140 \cdot 4 = 560$ gram ve boş şişenin ağırlığı,
$650 - 560 = 90$ gram olur.

Örnek

x metre yükseklikten bırakılan bir top, yere her çarptığında bir önceki yüksekliğin $\frac{2}{5}$ i kadar zıplamaktadır. Top yere 3. kez çarpana kadar toplam 106 metre yol aldığına göre x in kaç metre olduğunu bulunuz.

Çözüm



Top 3. kez yere çarptığında alınan toplam yol,

$$x + 2 \cdot \frac{2x}{5} + 2 \cdot \frac{4x}{25} = 106$$
$$\frac{53x}{25} = 106$$
$$x = 50 \text{ metre bulunur.}$$

Şimdi Yapabilirsin

1. Bir şişe tamamı su ile dolu iken a gram, $\frac{3}{5}$ i su ile dolu iken b gram gelmektedir. Buna göre boş şişenin ağırlığını a ve b cinsinden bulunuz.

2. Bir merdivenin basamaklarını ikişer ikişer çıkıp üçer üçer inen bir kişi toplam 40 adım attığına göre merdivenin kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

Zamanda Yolculuk

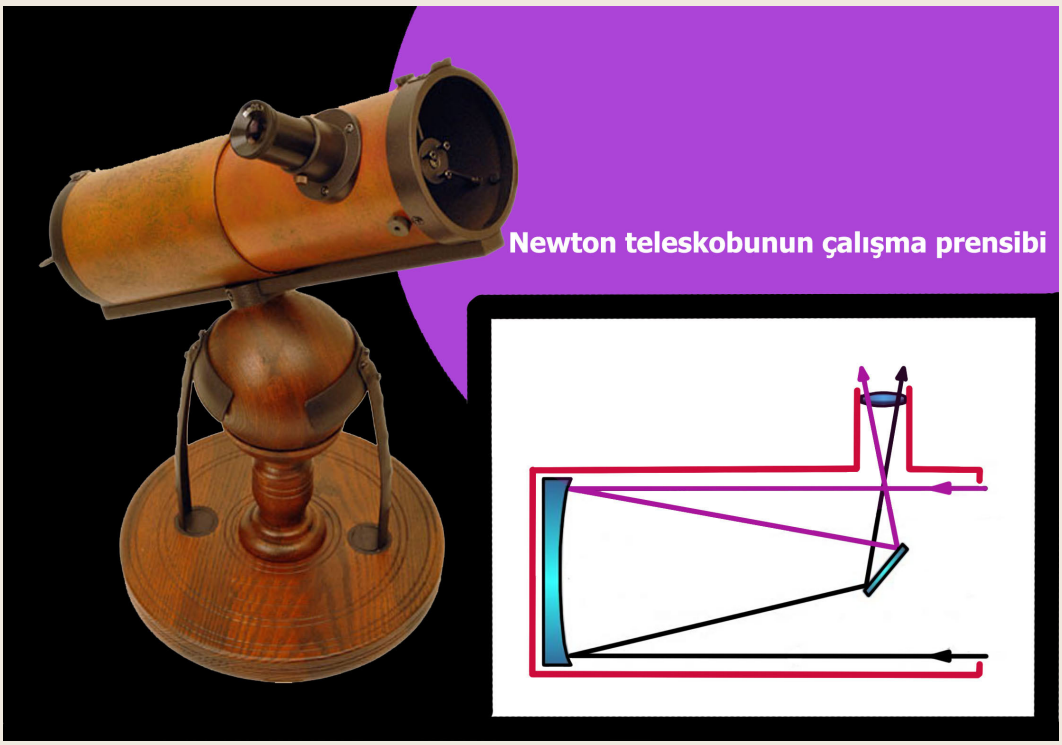


(Görsel temsilîdir.)

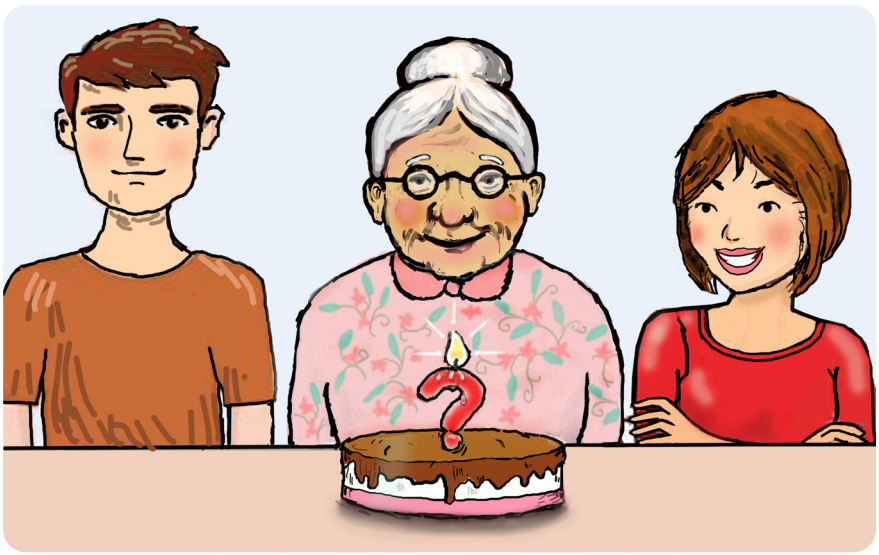
Isaac Newton [Ayzek Nivton (1642-1727)]

Isaac Newton, 1642'de İngiltere'de dünyaya gelmiş ünlü bilim insanıdır. 1665'te Cambridge'te (Kembiriç) yüksek lisans çalışmalarına başlayacağı sırada ortaya çıkan veba salgını yüzünden Üniversite kapatılınca salgından korunmak amacıyla annesinin çiftliğine yerleşen Newton, iki yıl boyunca en önemli buluşlarını burada gerçekleştirmiştir.

Newton 1667'de Cambridge'e dönüp diferansiyel ve integral hesabının temellerini atmış, beyaz ışığın renkli bileşenlerine ayrıştırabileceğini saptamış ve cisimlerin birbirlerini, uzaklıklarının karesi ile ters orantılı çektikleri sonucuna ulaşmıştır. Newton, 1671'de aynalı teleskopu gerçekleştirmiştir. Newton, yaptığı araştırma ve deneyler sonucu kendi adıyla anılan **hareket kanunlarını** ve **yerçekimi kanununu** yayımlamak için 20 yıl kadar beklemiştir. Bu araştırmaları geç yayımlamasının nedeni olarak Newton'un tenkit edilmeye tahammülü olmayan bir karaktere sahip olması gösterilmiştir. Ayrıca Newton, "Eğer diğer insanlardan ileriyi görebiliyorsam bu, devlerin omuzlarında olduğum içindir." diyerek de kendine yardım edenleri unutmadığını göstermiştir.
Newton'un bazı eserleri, "Method", "Naturalis Principia Mathematica", "Opticks", "Arithmetica Universalis" olarak sayılabilir.
Isaac Newton, <https://plato.stanford.edu/entries/newton/>



Yaş Problemleri



Yaş problemlerinde veriler, aşağıdaki tablodaki gibi düzenlendikten sonra soruların çözümüne geçilir.

Kişiler	y Yıl Önceki Yaşları	Şimdiki Yaşları	x Yıl Sonraki Yaşları
Anne	A - y	A	A + x
İki Çocuğun Yaşları Toplamı	Ç - 2y	Ç	Ç + 2x

İki kişi arasındaki yaş farkı, aradan kaç yıl geçerse geçsin değişmez.

Örnek

Bir annenin yaşı 50, çocuklarının yaşı ise 10, 12, 13'tür.
Kaç yıl önce, annenin yaşının çocukların yaşları toplamının 2 katına eşit olduğunu bulunuz.

Çözüm

Kişiler	Şimdiki Yaşları	x Yıl Önceki Yaşları
Anne	50	50 - x
Küçük Çocuk	10	10 - x
Ortanca Çocuk	12	12 - x
Büyük Çocuk	13	13 - x

$$50 - x = 2 \cdot (10 - x + 12 - x + 13 - x)$$
$$50 - x = 2 \cdot (35 - 3x)$$
$$50 - x = 70 - 6x$$
$$5x = 20$$
$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Örnek

Bir annenin yaşı, üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katına eşittir. 7 yıl sonra annenin yaşı, bu üç çocuğun yaşları toplamının 5 fazlası olacağına göre annenin bugünkü yaşını bulunuz.

Çözüm

Kişiler	Şimdiki Yaşları	7 Yıl Sonraki Yaşları
Anne	2x	2x + 7
Üç Çocuğun Yaşları Toplamı	x	x + 3.7

Annenin yaşı 3 çocuğunun yaşları toplamından 5 fazla olacağına göre

$$2x + 7 = x + 21 + 5$$
$$2x + 7 = x + 26$$
$$2x - x = 26 - 7$$
$$x = 19$$

Annenin bugünkü yaşı: $2x = 38$ bulunur.

Örnek

Aysel ile Funda'nın yaşları oranı $\frac{2}{5}$ tir. 12 yıl sonra yaşları oranı $\frac{1}{2}$ olacaktır.
Buna göre Aysel ile Funda'nın bugünkü yaşları toplamını bulunuz.

Çözüm

Kişiler	Şimdiki Yaşları	12 Yıl Sonraki Yaşları
Aysel	2x	2x + 12
Funda	5x	5x + 12

$\frac{2x + 12}{5x + 12} = \frac{1}{2}$ ise

$$2 \cdot (2x + 12) = 5x + 12$$
$$4x + 24 = 5x + 12$$
$$x = 12$$

Aysel: $2x = 2 \cdot 12 = 24$

Funda: $5x = 5 \cdot 12 = 60$

Aysel ile Funda'nın yaşları toplamı:
24 + 60 =84 bulunur.

Örnek

54 yaşında olan bir babanın yaşı, beşer yıl arayla doğmuş dört çocuğunun yaşlarının toplamına eşittir. Buna göre en küçük çocuk doğduğunda babanın kaç yaşında olduğunu bulunuz.

Çözüm

En küçük çocuğun yaşı x olsun.
Diğer çocukların yaşları sırasıyla x + 5, x + 10 ve x + 15 olur.

$$x + x + 5 + x + 10 + x + 15 = 54$$
$$4x + 30 = 54$$
$$4x = 54 - 30 = 24$$
$$x = 6 \text{ olur.}$$

Buna göre en küçük çocuk doğduğunda babanın yaşı, 54 - 6 = 48 bulunur.

Örnek

Ahmet'in yaşının 3 katı, Emre'nin yaşının 4 fazlasının 2 katına eşittir.
İkisinin 5 yıl önceki yaşlarının toplamı 21 ise Ahmet'in şimdiki yaşını bulunuz.

Çözüm

Kişiler	Şimdiki Yaşları	5 Yıl Önceki Yaşları
Ahmet	x	x - 5
Emre	y	y - 5

$3x = 2 \cdot (y + 4)$ $\quad x - 5 + y - 5 = 21$

$3x = 2y + 8$ $\quad x + y = 31$

$$\begin{array}{rr} & 3x - 2y = 8 \\ + & 2x + 2y = 62 \\ \hline & 5x = 70 \end{array}$$

$x = 14$ bulunur.

Örnek

Bir babanın yaşı, kızının yaşının 5 katıdır. Kızı, babasının şimdiki yaşına geldiğinde baba 63 yaşında olacağına göre kızın şimdiki yaşını bulunuz.

Çözüm

Kişiler	Şimdiki Yaşları	4x Yıl Sonraki Yaşları
Baba	5x	63
Kız	x	5x

5x-x = 4x yıl sonra kız babasının yaşına gelir. Babasının yaşı da 4x kadar artar.

$5x + 4x = 63$

$9x = 63$

$x = 7$

Kızın şimdiki yaşı 7 bulunur.

Örnek

2000 yılında Cemil'in yaşı Hasan'ın yaşının 4 katı, 2006 yılında Cemil'in yaşı Hasan'ın yaşının 2 katıdır. Buna göre Cemil'in 2017 yılındaki yaşını bulunuz.

Çözüm

Kişiler	2000 Yılındaki Yaşları	2006 Yılındaki Yaşları
Cemil	4x	4x + 6
Hasan	x	x + 6

$4x + 6 = 2(x + 6)$

$4x + 6 = 2x + 12$

$2x = 6$

$x = 3$ olur.

2000 yılında Cemil'in yaşı: $4 \cdot 3 = 12$
2017 yılında Cemil'in yaşı: $12 + 17 = 29$ bulunur.

Örnek

Mete'nin 6 yıl önceki yaşının karesi, 8 yıl önceki yaşının 8 katına eşit olduğuna göre Mete'nin 5 yıl sonraki yaşı kaç olur?

Çözüm

Mete'nin şimdiki yaşı x olsun.

$$(x-6)^2 = 8\cdot(x-8)$$
$$x^2 - 12x + 36 = 8x - 64$$
$$x^2 - 20x + 100 = 0$$
$$(x-10)^2 = 0 \text{ ise } x = 10$$

Mete şimdi 10 yaşında olduğundan Mete'nin 5 yıl sonraki yaşı 15 olur.

Şimdi Yapabilirsin

1. Ayşe ile Emine'nin 4 yıl önceki yaşları farkı 6 olduğuna göre 5 yıl sonraki yaşları farkının kaç olacağını bulunuz.

2. Bir annenin yaşı, oğlunun yaşının 3 katına eşittir. 4 yıl önce annenin yaşı, oğlunun yaşının 4 katına eşit olduğuna göre oğlunun bugünkü yaşını bulunuz.

3. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 7 katına eşittir. 8 yıl sonra annenin yaşı, çocukların yaşları farkının 9 katına eşit olacağına göre annenin 2 yıl önceki yaşını bulunuz.

4. Bir babanın yaşı, üçer yıl ara ile doğmuş olan üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir. Baba 54 yaşında olduğuna göre en büyük çocuk doğduğunda babanın yaşını bulunuz.

5. Baba ve 3 çocuğunun yaşları toplamı y dir. Baba x yaşında ise kaç yıl sonra babanın yaşının çocukların yaşları toplamına eşit olacağını bulunuz.

6. Ali'nin yaşının 24 katı, Buket'in yaşının karesine eşittir. Ali ile Buket'in yaşları birer tam sayı olduğuna göre ikisinin yaşları toplamının en az kaç olduğunu bulunuz.

7. Baba ile oğlunun şimdiki yaşlarının kareleri farkı, yaşları farkının 40 katına eşittir. Çocuğun yaşının 3 katının 4 fazlası, babasının yaşına eşit olduğuna göre babanın şimdiki yaşını bulunuz.

Hareket Problemleri



Hareket problemleri için kullanılan üç ayrı kavram ve bu kavramların sembolleri şu şekildedir: Hareketlinin hızı v, aldığı yol x ve hareket süresi t dir.

Bu kavramlar arasındaki eşitlikler (bağıntılar) aşağıdaki gibidir.

Yol = Hız · Zaman

$x = v \cdot t \qquad t = \frac{x}{v} \qquad v = \frac{x}{t}$ ve Ortalama Hız $= \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}}$

Hareket problemlerinin çözümünde probleme uygun şema çizmek; problemi anlamayı, denklemleri yazmayı ve çözümü kolaylaştırır.

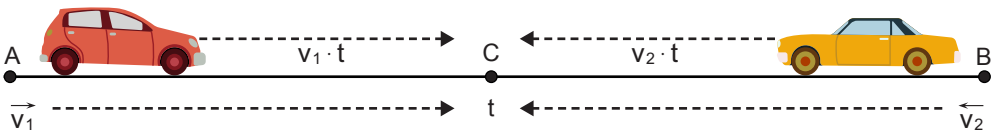
Uyarı

Hareket problemlerinde kullanılan birimlerin sorudaki veriler ile tutarlı olması önemlidir. Birimler arasındaki geçişler için aşağıdaki eşitliklerden yararlanılır.

1 km = 1000 m 1 saat = 60 dk. = 3600 sn.

Hareket problemleri şu başlıklar altında incelenir.

Aynı Anda Zıt Yönlü Hareket



Aynı anda A noktasından v_1 ve B noktasından v_2 hızlarıyla birbirlerine doğru hareket eden iki araç, C noktasında karşılaşıyor. Araçların karşılaşma anına kadar geçen süreye t denirse

$|AC| = v_1 \cdot t$ ve $|BC| = v_2 \cdot t$ olur.
$|AB| = |AC| + |BC|$ olduğundan
$|AB| = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t$
$|AB| = t \cdot (v_1 + v_2)$ elde edilir.

Örnek

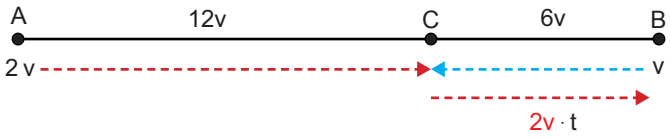
A ve B şehirlerinden aynı anda birbirlerine doğru harekete geçen iki araçtan A şehrinden hareket eden aracın hızı, B şehrinden hareket eden aracın hızının iki katıdır. Bu iki aracın C şehrinde karşılaşmaları 6 saat sonra gerçekleştiğine göre hızlı olan aracın bu karşılaşmadan kaç saat sonra B şehrine ulaştığını bulunuz.

Çözüm

B şehrinden hareket eden aracın hızına v denirse A şehrinden hareket eden aracın hızı 2v olur. Araçlar hareketlerinden 6 saat sonra C şehrinde karşılaştıklarına göre

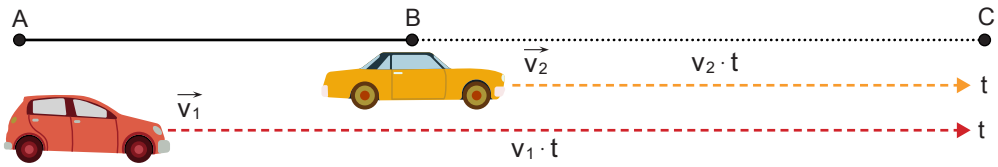
$|AC| = 2v \cdot 6 = 12v$

$|CB| = v \cdot 6 = 6v$ bulunur.



Bu durumda A şehrinden gelen hareketlinin C şehrindeki karşılaşmadan sonra B şehrine ulaşması için gideceği yol $|CB| = 6v$ olduğuna göre $6v = 2v \cdot t$ eşitliğinden $t = 3$ bulunur. Hızlı olan araç, karşılaşmadan 3 saat sonra B şehrine ulaşır.

Aynı Anda Aynı Yönlü Hareket



Aynı anda A noktasından v_1 ve B noktasından v_2 hızları $(v_1 > v_2)$ ile hareket eden iki araçtan hızlı olan, diğerine t saat sonra C noktasında yetişiyorsa denklemler aşağıdaki gibidir.

$|AC| = v_1 \cdot t$ ve $|BC| = v_2 \cdot t$ olur.

$|AB| = |AC| - |BC|$

$|AB| = v_1 \cdot t - v_2 \cdot t$ olur.

$|AB| = (v_1 - v_2) \cdot t$ elde edilir.

Örnek



Hızları oranı $\frac{v_1}{v_2} = \frac{7}{5}$ olan, A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde harekete geçen iki araçtan hızlı olan araç; diğerini C noktasında yakalıyor. $|AB| = 100$ km olduğuna göre CB yolunun kaç km olduğunu bulunuz.

Çözüm

A noktasından hareket eden aracın hızına 7v, B noktasından hareket eden aracın hızına 5v, iki aracın C noktasında yan yana gelmesi anına kadar geçen süreye de t denirse

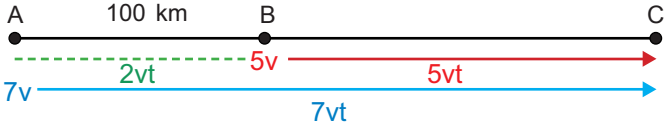
$|AC| = 7v \cdot t$

$|BC| = 5v \cdot t$

$|AB| = (7v - 5v) \cdot t = 2v \cdot t$

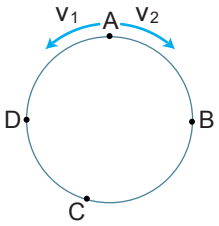
$2v \cdot t = 100$ ise $v \cdot t = 50$

$|BC| = 5v \cdot t = 250$ km bulunur.



Dairesel Hareket

1. Zıt Yönlü

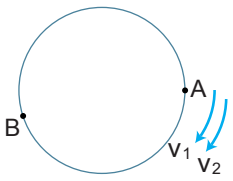


Hızları v_1 ve v_2 olan iki araç A noktasından aynı anda, zıt yönde hareket ediyor ve C noktasında karşılaşıyor. Karşılaşma anına kadar geçen t süresinde araçların aldıkları yolların toplamı pistin çevresine eşittir.

$|\widehat{ADC}| = v_1 \cdot t$ ve $|\widehat{ABC}| = v_2 \cdot t$

Dairesel yolun çevresi: $v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = (v_1 + v_2) \cdot t$ bulunur.

2. Aynı Yönlü

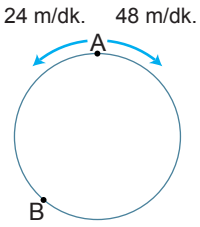


Hızları v_1 ve v_2 olan iki araç A noktasından aynı anda ve aynı yönde hareket ediyor. Araçlar B noktasında ilk kez yan yana geldiklerinde hızlı olan araç diğer araçtan bir tur fazla yol almış olur.

$v_1 > v_2$ olmak üzere

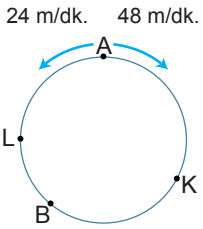
Dairesel yolun çevresi: $v_1 \cdot t - v_2 \cdot t = (v_1 - v_2) \cdot t$ bulunur.

Örnek



720 metre uzunluğundaki dairesel pistin A noktasından hareket eden ve dakikadaki hızları 24 metre ve 48 metre olan iki hareketli, B noktasında karşılaşıyor. Hızlı olan hareketlinin, hareketine devam ederek karşılaşma noktası ile A noktası arasını kaç dakikada aldığını bulunuz.

Çözüm

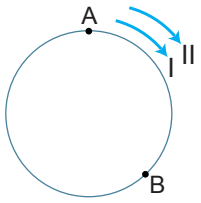


Hareketlilerin karşılaşması için geçen süre t ise $720 = (24 + 48)t$ eşitliğinden $t = 10$ dakika bulunur.

10 dakika boyunca yavaş olan hareketlinin aldığı yol, $|\widehat{ALB}| = 24 \cdot 10 = 240$ metredir.

Bu yolu hızı 48 m/dk olan hareketli, $\frac{240}{48} = 5$ dakikada alır.

Örnek



A noktasından aynı anda ve aynı yönde harekete geçen iki hareketliden hızlı olan I. hareketli, 25 dakika sonra II. hareketliyle ilk kez B noktasında yan yana geliyor. Pistin çevresi 500 metre olduğuna göre bu hareketlilerin hızları farkını bulunuz.

Çözüm

Aynı noktadan, aynı anda, aynı yöne doğru hareket eden iki hareketlinin ilk karşılaşması için hızlı olan hareketlinin diğerinden 1 tur daha fazla yol alması gerekir.
Bu durumda

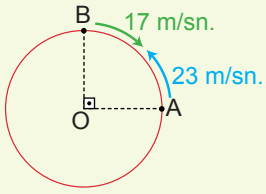
$500 = 25(v_1 - v_2)$

$500 = 25v_1 - 25v_2$

$v_1 - v_2 = 20$ m/dk bulunur.

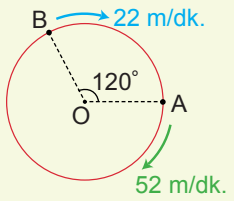
Şimdi Yapabilirsin

1.



Şekilde A ve B noktalarından hızları sırası ile 23 m/sn. ve 17 m/sn. olan iki hareketli birbirine doğru hareket ediyor. Pistin çevre uzunluğu 320 metre ve $(\widehat{BOA}) = 90°$ olduğuna göre hareketlilerin 4. kez karşılaşması için geçen sürenin kaç saniye olduğunu bulunuz.

2.



Şekilde A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki aracın hızları sırası ile 52 m/dk. ve 22 m/dk. dır. Pistin çevre uzunluğu 900 metre olduğuna göre kaç dakika sonra bu iki aracın ilk kez yan yana geldiğini bulunuz.



Trenin hızı v, trenin boyu x birim ve tünelin boyu y birim olmak üzere trenin tünelden geçmesi için toplam yol, trenle tünelin uzunlukları toplamı olarak alınır.

Tren sorularında özellikle birimlere dikkat edilmelidir. Kullanılan birimlerin sorudaki verilerle tutarlı olması önemlidir.

Trenin tüneli geçme süresine t denirse $x + y = v \cdot t$ denklemi ile istenen bulunur.

Örnek

Hızı 72 km/sa. olan bir tren, kendi boyunun 15 katı uzunluğundaki bir tüneli 4 dakikada geçtiğine göre trenin uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

Çözüm

Trenin uzunluğu x metre alınırsa tünelin uzunluğu 15x metre olur.
Soruda ayrıca trenin hızı km/sa olarak verilmiş ancak trenin tüneli geçme süresi dakika olarak kullanılıp trenin uzunluğu da metre olarak istenmiştir.
Bu nedenle trenin hızını m/dk dönüştürmek gerekir.

$v = 72$ km/sa.

$v = 72 . \frac{1000 \text{ m}}{60 \text{ dk.}}$

$v = 1200$ m/dk.



Bu durumda $16x = 1200 \cdot 4$

$x = 300$ bulunur. Trenin uzunluğu 300 metredir.

Şimdi Yapabilirsin

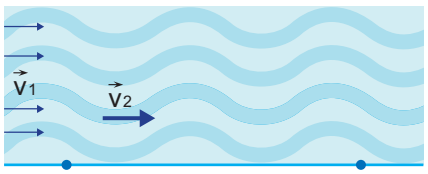
1. Saatteki hızı 90 km olan bir tren, 240 metre uzağında bulunan 720 metre uzunluğundaki tüneli 40 saniyede geçiyor. Trenin uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

2. Dakikadaki hızı 240 metre olan bir tren, bir direği 20 saniyede geçmektedir. Bu trenin 2600 metre uzaklığında bulunan 920 metre uzunluğundaki bir tüneli kaç dakikada geçtiğini bulunuz.

v_1: akıntı hızı

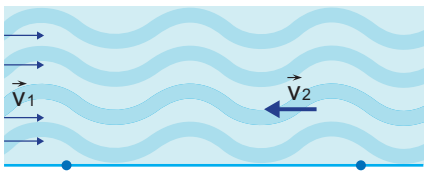
v_2: hareketlinin durgun sudaki hızı olmak üzere

I. Akıntı ile hareketlinin yönü aynı ise



Hareketlinin sudaki hızı: $v_1 + v_2$

II. Akıntı ile hareketlinin yönü zıt ise



Hareketlinin sudaki hızı: $v_2 - v_1$

$v_2 > v_1$

Örnek

Dalgalara karşı 20 m/dk hızla yüzebilen bir yüzücü, kıyıdan denize girmiş ve bir A noktasına kadar gidip hiç durmadan geri dönmüştür. Dönerken dalgalarla aynı yönde 60 m/dk hızla yüzen bu yüzücü, toplam 12 dakika suda kaldığına göre kıyıdan kaç metre açıldığını bulunuz.

Çözüm

Yüzücü dalgalara karşı yüzerken geçen süreye t denirse dönüş sırasında geçen süre 12-t olacaktır. Gidilen ve dönülen yol eşit olduğuna göre

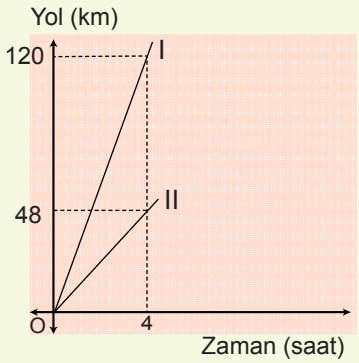
$$20t = 60(12 - t)$$
$$80t = 720$$
$$t = 9 \text{ dk.}$$

$20 \cdot 9 = 180$ metre bulunur. Yüzücü kıyıdan 180 metre açılmıştır.

Şimdi Yapabilirsin

1. Bir su motoru; bir nehirde akıntı ile aynı yönde hareket ettiğinde 600 metrelik yer değiştirmeyi 30 saniyede, akıntı ile ters yönde hareket ettiğinde 300 metrelik yer değiştirmeyi 30 saniyede gerçekleştiriyor. Buna göre bu su motorunun aynı nehirde 400 metrelik bir yolu kaç saniyede gidip dönebileceğini bulunuz.

2.



Aynı anda, aynı yerden, zıt yönde hareket eden iki hareketlinin yol-zaman grafiği şekildeki gibidir. 7 saat sonra iki hareketli arasındaki mesafenin kaç km olduğunu bulunuz.

Yüzde Problemleri

Bir A sayısının %x ini bulmak için A sayısı ile $\frac{x}{100}$ çarpılır.

" $A \cdot \frac{x}{100}$ " biçiminde yazılır ve "A nın yüzde x i" şeklinde okunur.

Tablodaki yüzdeler 240 sayısı için uygulansın:

$\%50 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ "yüzde 50 = yarım"	$240 \cdot \frac{50}{100} = 120$
$\%25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ "yüzde 25 = dörtte bir"	$240 \cdot \frac{25}{100} = 60$
$\%20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ "yüzde 20 = beşte bir"	$240 \cdot \frac{20}{100} = 48$
$\%10 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ "yüzde 10 = onda bir"	$240 \cdot \frac{10}{100} = 24$

Örnek

Hangi sayının %25'inin 30 fazlasının 50 olduğunu bulunuz.

Çözüm

Sayı x olsun. $x \cdot \frac{25}{100} + 30 = 50$

$\frac{25 \cdot x}{100} = 20$

$x = 80$ bulunur.

Örnek

180 sayısının %20'sinin %75'i kaçtır?

Çözüm

$$\left(180 \cdot \frac{20}{100}\right) \cdot \frac{\cancel{75}^{3}}{\cancel{100}_{4}} = 36 \cdot \frac{3}{4} = 27$$

Örnek

%25'inin %40'ı 36 olan sayı kaçtır?

Çözüm

Sayı x olsun. $\left(x \cdot \frac{25}{100}\right) \cdot \frac{40}{100} = 36$

$$\left(x \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{10} = 36$$

$$\left(x \cdot \frac{1}{\cancel{4}}\right) \cdot \frac{\cancel{4}}{10} = 36$$

$$\frac{x}{10} = 36 \text{ ise } x = 360$$

Örnek

x sayısının %40'ı, y sayısının %25'ine eşit ise y sayısı, x sayısının yüzde kaçıdır?

Çözüm

$$x \cdot \frac{40}{100} = y \cdot \frac{25}{100}$$

$$x \cdot \frac{\cancel{40}}{\cancel{100}} = y \cdot \frac{\cancel{25}}{\cancel{100}}$$

$8x = 5y$ için $\frac{y}{x} = \frac{8}{5} = \frac{160}{100} = \%160$

Şimdi Yapabilirsin

1. Hangi sayının %35'inin 21 eksiği 28 dir?

2. %30'unun %75'i 63 olan sayı kaçtır?

3. %20'lik şekerli su karışımında şeker, suyun yüzde kaçıdır?

4. Mert, parasının %25'ini Emre'ye verirse paraları eşit olacaktır. Emre'nin parası Mert'in parasının yüzde kaçıdır?

Kâr–Zarar Problemleri

Bu bölümde sıkça kullanılacak kavramlar:

MF: maliyet fiyatı
AF: alış fiyatı
ÜF: üretim fiyatı
SF: satış fiyatı
EF: etiket fiyatı

K: kâr
Z: zarar
G: gelir

SF < MF ise MF - SF = Zarar
SF > MF ise SF - MF = Kâr

Örnek

Aşağıdaki tablodaki satış işlemlerini inceleyiniz ve boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Ürün Adı	Alış Fiyatı	Satış Fiyatı	Kâr	Kâr Yüzdesi
Kalem	5 TL	8 TL	3 TL	$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = \%60$
Silgi	50 kuruş	.....kuruş	100 kuruş	$\frac{100}{50} = \frac{200}{100} = \%200$
Defter	4 TL	7 TL	.....TL	$\frac{...}{4} = \frac{...}{100} = \%...$
Gömlek	.....TL	27 TL	15 TL	$\frac{15}{...} = \frac{5}{...} = \frac{125}{...} = \%...$
Pantolon	40 TL	.....TL	.....TL	$\frac{...}{40} = \frac{15}{10} = \frac{150}{100} = \%150$
Akıllı Telefon	500 TL	2000 TL	1500 TL	$\frac{...}{500} = \frac{300}{...} = \%...$

Örnek

Aşağıdaki tablodaki satış işlemlerini inceleyiniz ve boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Ürün Adı	Alış Fiyatı	Satış Fiyatı	Zarar	Zarar Yüzdesi
Kitap	8 TL	6 TL	2 TL	$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$
Bere	10 TL	.....TL	6 TL	$\frac{...}{10} = \frac{...}{100} = \%...$
Cep Telefonu	100 TL	80 TL	.....TL	$\frac{...}{100} = \%...$
MP3 Çalar	120 TL	.....TL	.....TL	$\frac{...}{120} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \%60$

Not

1. Yüzde problemlerinin çözümünde 100 sayısı ile ast ve üst katlarının kullanılması çözümde kolaylık sağlar.
2. Problem, önce 100 sayısına göre çözülüp sonra verilenlerle karşılıklı orantı kurulduğunda istenen sonuç daha kolay bulunacaktır.

Örnek

%40 kârla 224 liraya satılan bir ceketin maliyet fiyatı kaç liradır?

Çözüm

Ceketin MF si x olsun.

1.Yol: Denklem Yöntemi:

$$MF + K = SF$$

$$x + x \cdot \frac{40}{100} = 224$$

$$\frac{140 \cdot x}{100} = 224 \text{ ise } x = 160 \text{ lira}$$

2.Yol: Karşılıklı Orantı Yöntemi: 100 liralık ceket %40 kârla 140 liraya satılır.

$$\begin{matrix} 100 & 140 \\ x & 224 \end{matrix} \Big\} \quad (MF)\, x = \frac{100 \cdot 224}{140} = 160 \text{ lira bulunur.}$$

Örnek

%30 zararla 210 liraya satılan bir montun %20 kârlı satış fiyatı kaç liradır?

Çözüm

Montun MF: x olsun.

1.Yol: Önce maliyet fiyatı bulunur.

$$MF - Z = SF$$

$$x - x \cdot \frac{30}{100} = 210$$

$$\frac{70 \cdot x}{100} = 210$$

$$x = 300 \text{ lira}$$

$$\text{Kâr} = 300 \cdot \frac{20}{100} = 60 \text{ lira}$$

$$SF = 300 + 60 = 360 \text{ lira}$$

2.Yol: 100 liralık mont
%30 zararla 70 liraya
%20 kârla 120 liraya satılır.

$$\begin{matrix} 70 & 120 \\ 210 & x \end{matrix}$$

$$x = \frac{210 \cdot 120}{70} = 360 \text{ lira}$$

Örnek

Etiket fiyatının %50 eksiğine alınıp etiket fiyatının %10 eksiğine satılan bir maldan % kaç kâr elde edilmiştir?

Çözüm

EF=100 lira olsun.

-%50 → AF=50

-%10 → SF=90

50	40
100	x

x = 80 kâr %80 olur.

Örnek

Etiket fiyatı üzerinden %30 indirim yapan bir mağaza, beklenen satış gerçekleşmeyince indirimli fiyatlar üzerinden %20 lik ikinci bir indirim yapıyor. Bu mağazanın fiyatlarında toplam % kaç indirim yaptığını bulunuz.

Çözüm

Herhangi bir ürünün fiyatı verilmediği durumlarda ürünlerin etiket fiyatı 100 lira olarak alınabilir.

EF = 100 lira olsun.

-%30

70

-%20

56

Toplam indirim %44 olmuştur.

$100 \cdot \frac{30}{100} = 30$

100 - 30 = 70

$70 \cdot \frac{20}{100} = 14$

70 - 14 = 56

Örnek

Salur Bey litresi 25 TL olan benzinden 50 litre almayı düşünürken radyoda arka arakaya iki günlük bir indirim yapılacağını duymuştur. İlk gün yapılacak inidirm %20 ikinci gün ise %10 oranında olacaktır. Buna göre benzini iki gün sonra almaya karar veren Salur Bey'in elde edeceği karı kaç TL'dir?

Salur Bey'in ilk güne göre kârı kaç liradır?

Çözüm

Benzini ilk gün indirimsiz alsaydı
25 . 50 = 1250 lira ödeyecekti.

1. Gün yapılan indirim sonucunda benzinin litresi

$25 - 25 \cdot \frac{20}{100} = 20$ lira

2. Gün yapılan indirim sonucunda benzinin litresi

$20 - 20 \cdot \frac{10}{100} = 18$ lira olmuştur.

İndirimlerden sonra benzin alan Salur Bey'in
18 . 50 = 900 lira ücret ödemiştir.

Salur Bey'in kârı 1250 - 900 = 350 lira olur.

Örnek

Bir malın alış fiyatı x ile satış fiyatı y arasında y = 4x - 660 bağıntısı vardır.
Bu malın satışından;
a) Zarar edilmemesi için malın alış fiyatı en az kaç lira olmalıdır?
b) %25 kâr edilmesi için satış fiyatı kaç lira olmalıdır?

Çözüm

a) Satıştan zarar edilmemesi için $y \geq x$ olmalıdır. $y = 4x - 660$ denklemi eşitsizlikte yerine yazılır.

$$y \geq x$$
$$4x - 660 \geq x$$
$$3x \geq 660$$
$$x \geq 220$$

$x = 220$ için ne kâr ne de zarar olur.
Alış fiyatı en az 220 lira olmalıdır.

b) Satıştan %25 kâr edilmesi için

$SF = y = x + \frac{25x}{100}$ olmalı ve

$y = 4x - 660$ denklemleri ortak çözülmelidir.

$$4x - 660 = x + \frac{25x}{100}$$
$$4x - 660 = \frac{125x}{100}$$
$$4x - 660 = \frac{5x}{4}$$
$$16x - 4 \cdot 660 = 5x$$
$$11x = 4 \cdot 660$$
$$AF = x = 240 \text{ lira,}$$

Satış fiyatı:
$y = 4x - 660$
$y = 4 \cdot 240 - 660$
$y = 300$ lira olur.

Örnek

Bir iş yerinde çalışanlar için iki farklı maaş zammı seçeneği vardır.
1. Seçenek: net 400 lira zam
2. Seçenek: maaşın %25'i kadar zam
Maaşı x lira olan bir çalışan 400 lira zammı, maaşı y lira olan diğer çalışan %25'lik zammı seçtiğinde x ile y arasında nasıl bir bağıntı olur?

Çözüm

Maaş	1. Seçenek		2. Seçenek		
	400		%25		
x	400	$>$	$\frac{x}{4}$	ise	$\frac{x}{4} < 400 < \frac{y}{4}$
y	400	$<$	$\frac{y}{4}$		$x < 1600 < y$ bulunur.

Örnek

Bir satıcı %40'ı bozuk olan portakalların bozuk kısmını %50 zararına satıyor. Satıcı, kalan portakalları % kaç kârla satmalı ki tüm satıştan % 40 kâr etsin?

Çözüm

Kilosu 10 liradan 10 kg portakal alınmış olsun. Verilen para 100 lira ve satıcının hedefi %40 kâr olduğuna göre portakalların tamamını 140 liraya satmalıdır.

%40'lık bozuk kısmın maliyeti 40 liradır. %50 zarar edilmiş ise bozuk portakallardan 20 lira kazanılmıştır.

%60'lık sağlam olan portakallardan 140 - 20 = 120 lira kazanılmalı ve sağlam kısmın maliyeti, 60 lira olduğundan sağlam portakallardan %100 kâr edilmelidir.

Şimdi Yapabilirsin

1. Bir mal %25 kârla x liraya, %20 zararla y liraya satılırsa x ile y arasında nasıl bir bağıntı olur?

2. Bir tabletin etiket fiyatı üzerinden yapılan 120 liralık bir indirim %60 lık kârı %20 lik zarara dönüştürüyorsa bu tabletin maliyet fiyatı kaç liradır?

3. Tanesi 50 kuruştan alınan 60 yumurtanın taşıma sırasında 20 tanesi kırılırsa bir yumurtanın maliyeti kaç kuruş olur?

4. Bir çantanın etiket fiyatından %25 indirim yapıldığında satıştan %50 kâr edilirse indirim yapılmadığında % kaç kâr edilir?

5. Bir kalemin alış fiyatının 8 katı, satış fiyatının 5 katına eşittir. Bu kalemin satışından % kaç kâr edilir?

6. Bir malın fiyatı %30 indirildiğinde %50 fazla mal satılırsa gelir nasıl değişir?

İşçi-Havuz Problemleri

İşçi veya havuz problemlerinde birim zamanda (1 saat, 1 gün vb.) yapılan iş veya doldurulan havuz üzerinden denklem kurulur.

- Bir işçi bir işin tamamını x günde bitiriyorsa

  1 günde işin $\frac{1}{x}$ ini,

  a günde işin $\frac{a}{x}$ ini bitirir.

- Bir musluk boş bir havuzun tamamını x saatte dolduruyorsa

  1 saatte havuzun $\frac{1}{x}$ ini,

  a saatte havuzun $\frac{a}{x}$ ini doldurur.

- İki işçi tek başlarına çalışarak bir işi x ve y günde bitiriyorsa

  I. işçi 1 günde işin $\frac{1}{x}$ ini,

  II. işçi 1 günde işin $\frac{1}{y}$ sini bitirir.

  Bu işçiler birlikte çalıştıklarında aynı işi t günde bitiriyorlarsa

  $t \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ olur.

- İki farklı musluk havuzu tek başlarına x ve y saatte dolduruyorsa

  I. musluk 1 saatte havuzun $\frac{1}{x}$ ini,

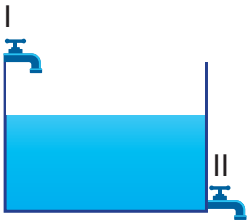
  II. musluk 1 saatte havuzun $\frac{1}{y}$ sini doldurur.

  İki musluk birlikte açıldıklarında havuzun tamamını t saatte dolduruyorsa

  $t \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ olur. (1 sayısı havuzun tamamının dolu olduğunu ifade eder.)

- Havuz sorularında havuzu dolduran muslukların yanında boşaltan musluklar da olabilir. Bu tip sorularda iki ayrı durum vardır:

1. Dolduran musluğun birim zamanda akıttığı sıvı miktarı, boşaltan musluğunkinden fazla olabilir.

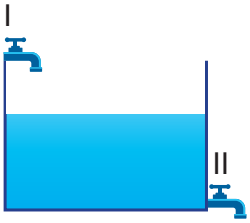


I. musluk, boş havuzu tek başına x saatte dolduruyor.
II. musluk, dolu havuzu y saatte boşaltıyor.
($x < y$ olmak üzere)

Bu durumda her iki musluk aynı anda açıldığında boş havuz t saatte doluyorsa

$t \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 1$ olur.

2. Boşaltan musluğun birim zamanda akıttığı sıvı miktarı, dolduran musluğunkinden fazla olabilir.



I. musluk boş havuzu tek başına x saatte dolduruyor.
II. musluk dolu havuzu y saatte boşaltıyor.
($x > y$ olmak üzere)

$t \cdot \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = 1$ olur.

Örnek

Bir işi Merve tek başına 12 günde, aynı işi Hasan tek başına 6 günde bitirdiğine göre ikisi birlikte çalıştığında aynı iş kaç günde biter?

Çözüm

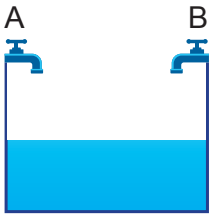
1 günde Merve işin $\frac{1}{12}$ sini, Hasan $\frac{1}{6}$ sını bitirir.

Bu şekilde t gün devam ederek işin tamamını bitireceklerdir.

$t \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) = 1$ $\quad \frac{3 \cdot t}{12} = 1$ $\quad t = 4$ bulunur.

Merve ile Hasan birlikte bu işi 4 günde bitirir.

Örnek



A musluğu, şekildeki havuzu tek başına B musluğunun 2 katı sürede dolduruyor.
İki musluk birlikte açıldığında havuz 4 saatte dolduğuna göre B musluğu tek başına boş havuzu kaç saatte doldurur?

Çözüm

B musluğunun havuzu doldurma süresine x saat denirse bu süre A musluğu için 2x saat olacaktır. Bu durumda

$4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x}\right) = 1$ $\quad 4 \cdot \frac{3}{2x} = 1$ $\quad x = 6$ saat bulunur.

Örnek

Ali ve Nehir bir işi birlikte 10 günde, Ali ve Canan aynı işi birlikte 12 günde ve Nehir ile Canan aynı işi birlikte 15 günde bitirdiğine göre üçü birlikte aynı işi kaç günde bitirir?

Çözüm

Ali'nin işi bitirme süresi a gün,
Nehir'in işi bitirme süresi b gün,
Canan'ın işi bitirme süresi c gün olsun.

Ali ve Nehir: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10}$

Ali ve Canan: $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$

Nehir ve Canan: $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{15}$ Eşitlikler taraf tarafa toplanırsa

$$\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = \underset{(6)}{\frac{1}{10}} + \underset{(5)}{\frac{1}{12}} + \underset{(4)}{\frac{1}{15}}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = \frac{15}{60}$$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{8}$ ise $t = 8$ bulunur.

Ali, Nehir ve Canan birlikte çalışarak işin tamamını 8 günde bitirirler.

Örnek

Boş bir havuzu 3 musluk birlikte 18 saatte, yalnız başlarına ise sıra ile a, b ve c saatte doldurabilmektedir. $a < b < c$ olduğuna göre c nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm

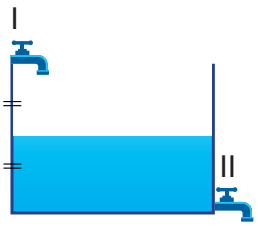
$a < b < c$ için $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ dir.

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{18}$ denkleminde $\frac{1}{a}$ ve $\frac{1}{b}$ yerine $\frac{1}{c}$ yazılırsa denklemin sol tarafı küçülür.

$\frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} < \frac{1}{18}$ ve $\frac{3}{c} < \frac{1}{18}$ ise $\frac{c}{3} > 18$ olur.

$c > 54$ olduğundan en küçük c değeri 55 olur.

Örnek



Şekildeki musluklardan I.si havuzun tamamını tek başına 6 saatte doldururken dipteki II. musluk havuzun tamamını tek başına 18 saatte boşaltmaktadır.

Havuzun yarısı dolu iken iki musluk da aynı anda açıldığında havuz kaç saatte tamamen dolar?

Çözüm

Soruda dikkat edilmesi gereken nokta, havuzun zaten yarısı dolu olduğundan boş olan diğer yarısı için geçen süreye t denir ve denklem kurulur.

$$t \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{18}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow t \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{2}$$

$t = \frac{9}{2}$ bulunur.

Havuzun geri kalanının dolması için geçen süre 4,5 saattir.

Örnek

Aynı sürede eşit miktarda iş yapan işçilerden 12 işçi aynı anda bir işe başlıyor. Her günün sonunda 2 işçi işten ayrılıyor. İşin tamamı 4 günde bitirildiğine göre 1 işçi, bu işi kaç günde bitirir?

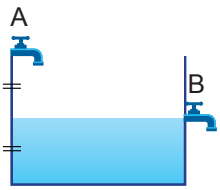
Çözüm

İşçilerden her biri tek başına işi x günde bitirsin. Bu durumda ilk gün aynı anda 12 işçi, ikinci gün aynı anda 10 işçi, 3. gün aynı anda 8 işçi, 4. gün aynı anda 6 işçi çalışır. 4. günün sonunda iş tamamlandığına göre

$$\underbrace{12\left(\frac{1}{x}\right)}_{1.\text{ gün}} + \underbrace{10\left(\frac{1}{x}\right)}_{2.\text{ gün}} + \underbrace{8\left(\frac{1}{x}\right)}_{3.\text{ gün}} + \underbrace{6\left(\frac{1}{x}\right)}_{4.\text{ gün}} = 1$$

$$\frac{12 + 10 + 8 + 6}{x} = 1 \qquad \frac{36}{x} = 1$$

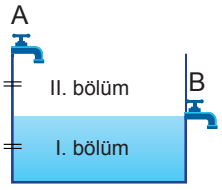
$x = 36$ bulunur.



Örnek

Şekildeki A musluğu boş havuzu tek başına 4 saatte doldururken havuzun yüksekliğinin tam ortasında bulunan B musluğu, havuzun kendi seviyesine kadar olan kısmını 3 saatte boşaltmaktadır. Havuz boşken iki musluk aynı anda açıldığında havuzun tamamı kaç saatte dolar?

Çözüm



Bölümlendirilmiş havuz sorularında havuzun her bir bölümü ayrı bir havuz gibi düşünülür. Her bir bölüm için çalışan musluk sayısı ve durumuna göre süreler yeniden düzenlenir.

A musluğu havuzun tamamını 4 saatte doldurduğuna göre I. bölümünü 2 saatte doldurur. Bu sırada B musluğu çalışır durumda değildir. Daha sonra havuzun ikinci bölümü dolmaya başlar bu noktadan sonra hem A hem de B musluğu çalışır.

Havuzun II. bölümünün dolması için geçen süre t saat olsun.

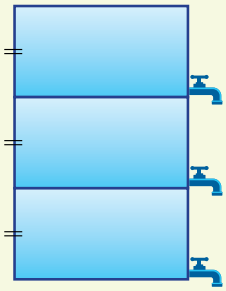
$$t \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 \qquad t = 6$$

Sonuç olarak havuzun tamamı toplamda 2 + 6 = 8 saatte dolar.

Şimdi Yapabilirsin

1. Eren ile Hülya bir işi birlikte 4 günde yapıyor. Eren bu işi tek başına 20 günde yaptığına göre Hülya işin $\frac{1}{5}$ ini tek başına kaç günde bitirebilir?

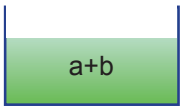
2.



Üç eşit bölmeye ayrılmış bir havuzun şekildeki gibi her bir bölmesinin altında eşit kapasiteli birer musluk, havuzu kendi seviyesine kadar boşaltmaktadır.

Üç musluk açık iken dolu havuz, toplam 44 dakikada boşaltıldığına göre sadece en alttaki musluk açıkken tüm havuzu tek başına kaç dakikada boşaltır?

Karışım Problemleri



A maddesinden a gram, B maddesinden b gram alınarak oluşturulan bu karışımda

Karışımdaki A maddesinin oranı: $\frac{a}{a+b}$

Karışımdaki B maddesinin oranı: $\frac{b}{a+b}$ şeklindedir.

Örnek

25 gram su, 15 gram şeker ve 10 gram tuzdan oluşan bir karışımdaki
a) Tuz yüzdesini bulunuz.
b) Şeker yüzdesini bulunuz.
c) Su yüzdesini bulunuz.

Çözüm

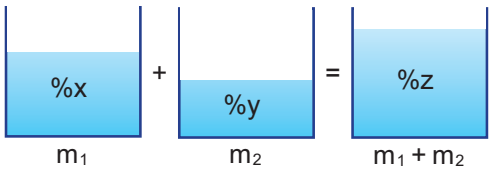
$$\text{Tuz oranı} = \frac{\overbrace{10}^{\text{Tuz}}}{\underbrace{10+15+25}_{\text{tuz + şeker + su}}} = \frac{10}{50} \quad \text{ise} \quad \frac{10}{50} = \frac{20}{100}$$ olduğundan karışımın tuz yüzdesi 20'dir.

$$\text{Şeker oranı} = \frac{\overbrace{15}^{\text{Şeker}}}{\underbrace{10+15+25}_{\text{tuz + şeker + su}}} = \frac{15}{50} \quad \text{ise} \quad \frac{15}{50} = \frac{30}{100}$$ olduğundan karışımın şeker yüzdesi 30'dur.

$$\text{Su oranı} = \frac{\overbrace{25}^{\text{Su}}}{\underbrace{10+15+25}_{\text{tuz + şeker + su}}} = \frac{25}{50} \quad \text{ise} \quad \frac{25}{50} = \frac{50}{100}$$ olduğundan karışımın şeker yüzdesi 50'dir.

Karışım problemlerinde karşılaşılabilecek bazı durumlar, tuz ve su ile oluşturulmuş karışımlar üzerinden şu şekilde özetlenebilir.

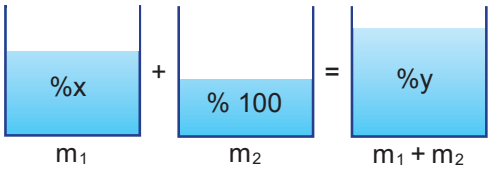
1. İki ayrı karışım karıştırıldığında:



m_1: 1. karışımın miktarı
m_2: 2. karışımın miktarı
%x: 1. karışımın tuz oranı
%y: 2. karışımın tuz oranı
%z: oluşan son karışımın tuz oranı

$$m_1 \cdot x + m_2 \cdot y = (m_1 + m_2) \cdot z$$

2. Karışıma tuz ilave edildiğinde:

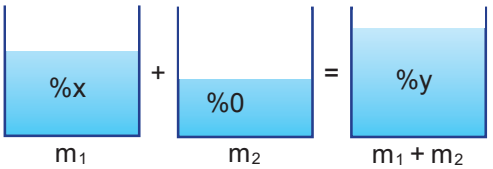


m_1: 1. karışımın miktarı
%x: 1. karışımın tuz oranı
m_2: karışıma ilave edilen tuz miktarı
%y: oluşan son karışımın tuz oranı

- Burada, eklenen tuz için tuz oranının %100 alındığına dikkat ediniz!

$$m_1 \cdot x + m_2 \cdot 100 = (m_1 + m_2) \cdot y$$

3. Karışıma su ilave edildiğinde:

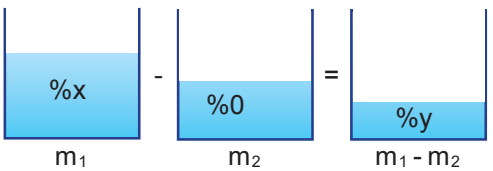


m_1:1. karışımın miktarı
%x: 1. karışımın tuz oranı
m_2:karışıma ilave edilen su miktarı
%y: son karışımın tuz oranı

- Burada eklenen su için tuz oranının %0 alındığına dikkat ediniz!

$$m_1 \cdot x + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot y$$

4. Karışımdan su buharlaştırıldığında:



m_1: 1. karışımın miktarı
%x: 1. karışımın tuz oranı
m_2: buharlaşan su miktarı
%y: son karışımın tuz oranı

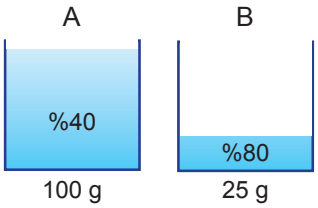
- Burada buharlaşan saf sudur. Tuz miktarından bir kayıp olmaz.

$$m_1 \cdot x - m_2 \cdot 0 = (m_1 - m_2) \cdot y$$

Uyarı

Bütün bu yöntemler, başka karışımlar için de yüzdeleri istenen maddelere göre düzenlenmek şartıyla uyarlanabilir.

Örnek



Şekildeki A kabında şeker oranı %40 olan 100 gram şekerli su, B kabında ise şeker oranı %80 olan 25 gram şekerli su bulunmaktadır. Bu bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

a) İki karışım karıştırıldığında oluşan son karışımın şeker oranı yüzdesini bulunuz.
b) A kabına 20 gram şeker eklendiğinde A kabının son durumdaki şeker oranını bulunuz.
c) B kabına 75 gram tuz ilave edildiğinde B kabının son durumdaki şeker oranını bulunuz.
ç) A kabının yarısı dökülüp yerine dökülen miktar kadar su ilave edildiğinde son durumdaki şeker oranını bulunuz.

Çözüm

a) Son karışımın şeker oranı %x ve karışım miktarı 125 g olduğuna göre

$100 \cdot 40 + 25 \cdot 80 = (100 + 25) \cdot x$

$4000 + 2000 = 125 \cdot x$

$6000 = 125 \cdot x$

$x = 48$ bulunur. Oluşan son karışımın şeker oranı %48'dir.

b) A kabındaki son şeker oranı %y olsun. İlave edilen şekerle birlikte karışımın son miktarı 120 gram olacaktır.

$100 \cdot 40 + 20 \cdot 100 = (100 + 20) \cdot y$

$4000 + 2000 = 120 \cdot y$

$6000 = 120 \cdot y$

$y = 50$ bulunur. A kabında oluşan karışımın şeker oranı %50'dir.

c) B kabındaki son karışımın şeker oranı %z olsun. Dikkat edilirse ilave edilen madde tuzdur ancak soruda karışımın şeker oranı sorulduğundan eklenen 75 gramlık bu maddenin şeker oranı %0 alınmalıdır.

$25 \cdot 80 + 75 \cdot 0 = (25 + 75) \cdot z$

$2000 + 0 = 100 \cdot z$

$2000 = 100 \cdot z$

$z = 20$ bulunur. B kabının son durumdaki şeker oranı %20'dir.

ç) A kabındaki 100 gramlık karışımın yarısı dökülürse geriye şeker oranı %40 olan 50 gram karışım kalır. Kalan karışıma dökülen miktar kadar 50 gram su ilave edildiğinde oluşan son durumdaki şeker oranı %t olsun.

$50 \cdot 40 + 50 \cdot 0 = (50 + 50) \cdot t$

$2000 + 0 = 100 \cdot t$

$2000 = 100 \cdot t$

$20 = t$ bulunur. A kabının son durumdaki şeker oranı %20'dir.

Şimdi Yapabilirsin

1. Un, yağ ve şekerden oluşan 200 gramlık bir karışımda un miktarı a gram, yağ miktarı b gram ve şeker miktarı c gramdır. $\frac{a}{b} = \frac{8}{5}$ ve $\frac{b}{c} = \frac{5}{7}$ olduğuna göre karışımdaki yağ miktarını bulunuz.

2. Şeker oranı %30 olan şeker-su karışımının $\frac{2}{5}$ i dökülerek yerine dökülen miktar kadar şeker ekleniyor. Karışımın son durumdaki su yüzdesi kaçtır?

1. Kendimizi Sınayalım

BİNGO

1. Bir yabancı dil kursundaki 4 ayrı sınıfta 32, 25, 19 ve 16 öğrenci bulunmaktadır. Sınıflardaki öğrenci sayısını eşitlemek için en az kaç öğrencinin sınıfı değiştirilmelidir?

A) 5 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 11 **E)** 13

2. Uzunluk ölçen bir alet, uzunlukları gerçek değerinden %10 eksik ölçmektedir. Bu ölçü aleti ile bir karenin alanı hesaplanıyor. Bu durumda hesaplanan alanda yapılan hata oranı yüzde kaçtır?

A) 5 **B)** 10 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 25

3. Satış fiyatının %20'si kâr olan bir üründen elde edilen kâr oranı yüzde kaçtır?

A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 25 **E)** 40

4. Ceylin, Seda'dan 5 kg daha ağır; Seda, Nihal'den 9 kg daha hafiftir.

Bu üç kişinin ağırlıkları toplamı 158 kg olduğuna göre Seda'nın ağırlığı kaç kg'dır?

A) 45 **B)** 48 **C)** 53 **D)** 55 **E)** 57

5.



Şekildeki A ve B şehirlerinden birbirine doğru hareket eden hızları sabit iki aracın ilk karşılaşması 6 saat sonra gerçekleşiyor. Araçlar bu iki şehir arasındaki hareketlerine aralıksız devam ettiklerine göre araçların 3. kez karşılaşmaları kaç saat sonra gerçekleşir?

A) 18 **B)** 24 **C)** 30 **D)** 36 **E)** 42

6. Bir mağaza bir A ürününün etiket fiyatını %20 indirerek günlük satışını %20 arttırıyor. Mağazanın gün sonunda kasasına giren paradaki değişim ne olur?

A) %4 azalır. **B)** Değişmez. **C)** %4 artar. **D)** %20 azalır. **E)** %20 artar.

7. Bir satıcı elindeki ürünün tanesini 25 TL'ye satarsa 100 TL kâr, 18 TL'ye satarsa 61 TL zarar etmektedir.
Buna göre satıcının elinde bu üründen kaç adet vardır?

A) 12 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 23 **E)** 24

8. Eren'in x TL, Ceren'in y TL parası vardır.
Eren parasının $\frac{2}{7}$ sini Ceren'e verdiğinde Ceren'in parası %50 oranında arttığına göre $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ **B)** $\frac{4}{7}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{7}{4}$ **E)** $\frac{9}{4}$

1. Kendimizi Sınayalım

9. Bir okulda yapılan sınıflar arası futbol turnuvasında Hazırlık-A sınıfı, diğer tüm sınıflarla yaptığı maçların $\frac{1}{4}$ ünü kaybetmiş, $\frac{2}{5}$ ini kazanmıştır. Aynı sınıfın 7 maçta da beraberliği olduğuna göre okulda kaç sınıf vardır?

A) 15 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 21 **E)** 23

10. Bir kapta %30 şeker oranına sahip bir miktar şekerli su bulunmaktadır.
Kaba içindeki su kadar şeker, içindeki şeker kadar su eklendiğinde son durumdaki su yüzdesi kaç olur?

A) 25 **B)** 40 **C)** 50 **D)** 60 **E)** 80

11. Bir bakkal, 3 tanesini 2 TL'ye aldığı yumurtaların 5 tanesini 4 TL'ye sattığına göre bakkalın bu alışverişteki kârı yüzde kaçtır?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 50

12. Bir manav, satmayı düşündüğü çileklerin %30 unu taşıma ve saklama sırasında çürüdüğü için atmak zorunda kalıyor. Manav, kilosunu 2 TL'den aldığı çileklerin kalanlarını, kilosu kaç TL'den satmalıdır ki tüm satıştan %40 kâr etsin?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

13. Büşra, elindeki bir masal kitabından oğlu Selim'e her gün eşit sayfa sayısında masal okumaktadır. Büşra'nın ilk 4 gün okuduğu toplam sayfa sayısı, tüm kitabın $\frac{1}{3}$ ü, ilk 9 gün okuduğu sayfa sayısı ise tüm kitabın sayfa sayısının 15 eksiği ise kitap kaç sayfadır?

A) 32 **B)** 48 **C)** 54 **D)** 60 **E)** 72

14. Dilek ve İlker cevizlerinden dörder tanesini yedikten sonra kalan cevizleri eşit şekilde paylaşıyorlar.
Dilek'in başlangıçta 36, son durumda 28 cevizi olduğuna göre İlker'in başlangıçtaki ceviz sayısı kaçtır?

A) 24 **B)** 28 **C)** 32 **D)** 36 **E)** 42

15. A ile B şehirleri arası 320 km'dir. A şehrinden B şehrine aynı anda, aynı yöne doğru hareket eden X ve Y araçlarından hızı 80 km/sa. olan X aracı, 1 saat yol aldığında Y aracı X in 30 dakika önce geçtiği noktada bulunduğuna göre X aracı B ye vardığında Y aracı kaç km yol almıştır?

A) 40 **B)** 80 **C)** 100 **D)** 120 **E)** 160

16. Yıllık enflasyon oranının %40 olduğu bir ülkede bir memurun maaşına %26 zam yapıldığına göre alım gücü yüzde kaç azalmıştır?

A) 10 **B)** 14 **C)** 20 **D)** 26 **E)** 40

1. Kendimizi Sınayalım

17. Bir torbada 24 adet top bulunmaktadır. Bir grup öğrenciden birincisi, torbaya 1 top atıyor. Hemen arkasından gelen 2. öğrenci torbadan 2 top alıyor, 3. öğrenci torbaya 3 top atıp 4. öğrenci torbadan 4 top alıyor… Bu şekilde devam edildiğinde kaçıncı öğrenci torbadaki son topu alır?

A) 24 **B)** 25 **C)** 32 **D)** 48 **E)** 50

18. Bir sitede K, L, M ve N apartmanlarının bahçelerindeki toplam 29 ağaçla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir;
K ve L apartmanlarının bahçesinde toplam 18 ağaç,
L, M ve N apartmanlarının bahçesinde toplam 19 ağaç,
K ve N apartmanlarının bahçesinde toplam 15 ağaç vardır.
Buna göre M apartmanının bahçesinde kaç ağaç vardır?

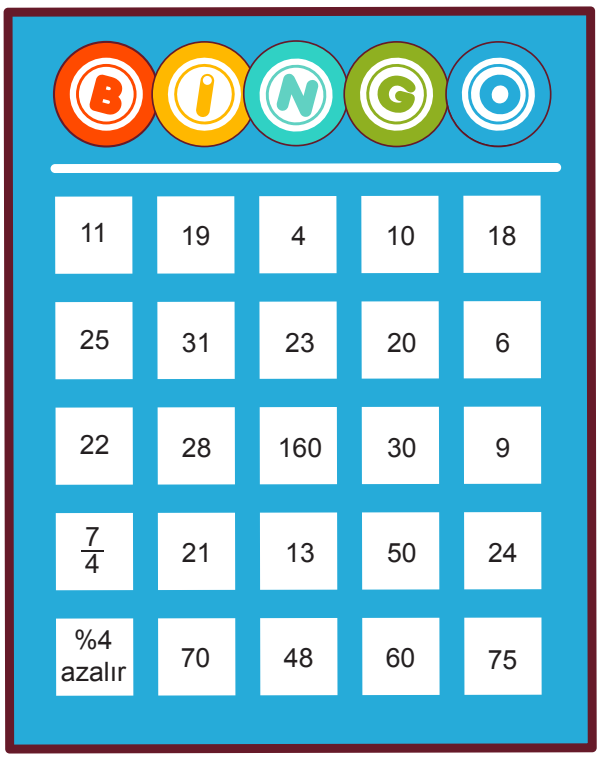
A) 5 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 12

19. Bir lastik esnetildiğinde boyu %24 uzamaktadır. Esnetilmiş şekliyle ölçüldüğünde 93 cm gelen lastiğin ilk boyu kaç cm'dir?

A) 62 **B)** 75 **C)** 80 **D)** 84 **E)** 87

20. Bir vapur, bazı teknik sebeplerden dolayı seferlerini gün boyunca on beşer dakika geciktirdiğinde sefer sayısı 3 azalmıştır. Vapur, bu durumu telafi etmek için çalışma süresini 3 saat uzatarak günlük sefer sayısını tamamladığına göre vapurun normal şartlarda günlük çalışma süresi kaç saattir?

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 12



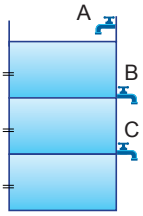
2. Kendimizi Sınayalım(Bingo)

1. 30 günde bitirilmesi şartıyla sipariş alan bir fabrika, makinelerinin arızalanması sebebiyle ilk 20 günde üretmeyi planladığı siparişlerin %10 eksiği kadar üretim yapmıştır. Fabrika, siparişini zamanında teslim etmek için kalan günlerde üretimini yüzde kaç arttırmalıdır?

A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

2. Asfalt yoldaki hızı toprak yoldaki hızından 30 km/sa. fazla olan bir hareketli, A şehrinden B şehrine asfalt yol üzerinden gitmiş, dönüşte ise aynı uzunlukta toprak bir yoldan dönmek zorunda kalmıştır. Hareketlinin gidiş-dönüş ortalama hızı 40 km/sa olduğuna göre asfalt yoldaki hızı saatte kaç km'dir?

A) 30 **B)** 40 **C)** 50 **D)** 60 **E)** 80

3. 

Şekildeki A musluğu boş havuzu tek başına 6 saatte doldururken B ve C muslukları havuzun kendi seviyelerine kadar olan kısmını tek başlarına 12 saatte boşaltıyor. Havuz boş iken üç musluk aynı anda açıldığında kaç saatte dolar?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 12

4. Bir satıcı elindeki aynı tür malların %20'sini %50 kârla, %50'sini %10 zararla satıyor. Bu satıcı kalan mallarını yüzde kaç kâr ile satarsa tüm satıştan %11 kâr elde eder?

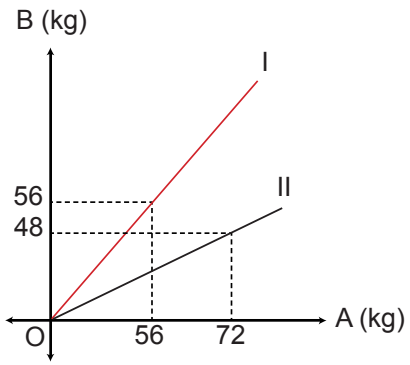
A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40

5. Vesile ile Kerem'in yaşları toplamı 56'dır. Kerem Vesile'nin yaşına geldiğinde Kerem'in yaşının 5 katı, Vesile'nin yaşının 4 katına eşit olacağına göre Kerem'in şimdiki yaşı kaçtır?

A) 16 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 28 **E)** 32

6. Tekstil atölyesinde çalışan Arzu bir seri ürünü 9 saatte tamamlarken Sevgi aynı sayıda ürünü 6 saatte tamamlamaktadır. Arzu'nun üretimini tamamladığı parçaların $\frac{1}{4}$ ü, Sevgi'nin üretimini tamamladığı parçaların ise $\frac{1}{2}$ si defolu çıktığına göre ikisi birlikte çalıştığında bir seri üründe çıkan defolu ürünün sağlam olanlara oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{7}$ **B)** $\frac{3}{5}$ **C)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{3}{4}$ **E)** 1

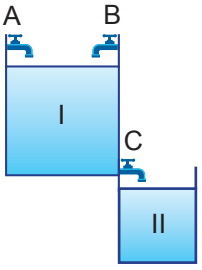
7. 

Şekilde I ve II. karışımlarda bulunan A ve B maddelerinin miktarları grafik ile gösterilmiştir.
I. karışımdan x kg, II. karışımdan y kg alınarak oluşturulan yeni karışımda A maddesinin oranı %55 olduğuna göre $\frac{x}{y}$ kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **C)** $\frac{4}{5}$ **D)** 1 **E)** $\frac{3}{2}$

2. Kendimizi Sınayalım(Bingo)

8.

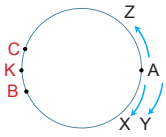


Şekildeki I. havuzu A musluğu tek başına 15 saatte, B musluğu tek başına 20 saatte doldururken havuzun en altında bulunan C musluğu dolu havuzu 30 saatte boşaltmaktadır.

Hacmi I. havuzun $\frac{1}{6}$ sı kadar olan II. havuz, C musluğundan akan su ile dolmaktadır. Havuzlar boş iken muslukların tümü açılıyor. II. havuz tamamen dolduğunda I. havuzun dolu kısmının boş kısmına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{4}{5}$ **C)** $\frac{5}{7}$ **D)** $\frac{6}{5}$ **E)** $\frac{7}{5}$

9.



Şekilde verilen 720 metre uzunluğundaki dairesel pistin A noktasından hareket eden X, Y ve Z araçlarının hızları sırası ile dakikada 18, 24 ve 12 metredir.

Bu araçlardan X ile Z, B noktasında karşılaşırken, Y ile Z araçlarının karşılaşması C noktasında gerçekleşmektedir.

Buna göre $|\widehat{BKC}|$ kaç metredir?

A) 24 **B)** 32 **C)** 36 **D)** 42 **E)** 48

10. Mustafa aldığı buğdayı, değirmende öğüterek buğdayın %60'ı kadar un elde ediyor. Kilosunu 75 kuruşa aldığı buğdaydan elde ettiği unun kilosunu kaç TL'den satarsa %20 kâr eder?

A) 1 **B)** 1,25 **C)** 1,5 **D)** 1,75 **E)** 2,25

11. Bir firma, çalışanlarını motive etmek amacıyla şu şekilde bir prim sistemi uygulamaktadır:

- Günlük satışı 300 TL -500 TL (300 TL ve 500 TL dâhil) arasında olanlar günlük 1 puan,
- Günlük satışı 500 TL'den fazla olanlar günlük 2 puan almaktadır.
- Haftalık puanı 8 ve 8 den fazla olanlara ayrıca 2 puan daha verilmektedir.

Alınan her bir puan haftalık ücrete fazladan 15 TL olarak yansımaktadır. Haftalık çalışma süresi 6 gün olan bir çalışan, bu süre boyunca yaptığı 2030 TL'lik satıştan en çok kaç TL prim alabilir?

A) 105 **B)** 120 **C)** 135 **D)** 150 **E)** 180

12. Canan babasından haftalık harçlık almaktadır. İlk hafta harçlığın $\frac{3}{10}$ unu, ikinci hafta $\frac{1}{6}$ sını kumbarasına atıyor. İki haftada kumbarasında biriken para 84 TL olduğuna göre Canan'ın haftalık harçlığı kaç TL'dir?

A) 120 **B)** 150 **C)** 160 **D)** 180 **E)** 200

13. Bir satıcı %20 kârla satmayı düşündüğü bir ürünün etiket fiyatı üzerinden %10 indirim yaptığında 36 TL daha az kâr ettiğine göre ürünün etiket fiyatı kaç TL'dir?

A) 240 **B)** 280 **C)** 300 **D)** 320 **E)** 360

2. Kendimizi Sınayalım(Bingo)

14. Ahmet içinde yeşil, mavi ve kırmızı toplar bulunan bir torbadan seçtiği topların her bir renkten en az iki tane olmasını kesinleştirmek için 14 top seçmesi gerektiğini söylüyor. Torbadaki kırmızı top sayısı diğerlerinden daha az olup mavi ve yeşil topların sayısı eşit ise torbada kaç yeşil top vardır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 7 **E)** 8

15. Bir babanın yaşı, kızının yaşının 3 katından 5 fazladır. 12 yıl sonra babanın yaşı, kızının yaşının 2 katı olacağına göre kızının şimdiki yaşı kaçtır?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5
D) 6 **E)** 7

16. Ali 32, Cem y yaşındadır. Cem 4y + 8 yaşına geldiğinde Ali kaç yaşında olur?

A) y + 22 **B)** y + 32 **C)** 3y + 40
D) 3y + 42 **E)** 4y + 5

17. Emre, Ali ve Tarkan'ın yaşları toplamı 48'dir. Emre, Ali'nin şimdiki yaşının 2 katı yaşına geldiğinde Tarkan, Ali'nin yaşında olacaktır. Buna göre Emre'nin şimdiki yaşı kaçtır?

A) 24 **B)** 25 **C)** 27
D) 28 **E)** 30

18. Bir babanın yaşı, üçer yıl arayla doğmuş 3 çocuğundan küçük çocuğun yaşının 9 katından 5 eksiktir. Baba ve çocukların yaşları toplamı 76 olduğuna göre kaç yıl sonra çocukların yaşları toplamı, babanın yaşına eşit olur?

A) 10 **B)** 11 **C)** 12
D) 13 **E)** 14

19. Bir annenin yaşı iki basamaklı XY sayısıdır. Annenin 9 yıl sonraki yaşı, 5'in bir katı olan YX sayısı olduğuna göre YX iki basamaklı sayısının rakamları toplamı kaçtır?

A) 11 **B)** 12 **C)** 15
D) 16 **E)** 17

20. Bir firma bebek bezi satışlarını arttırmak için "Boş Paketi Getir Ürünü Götür" kampanyası düzenliyor. Kampanyada getirilen her 5 adet boş paket için 1 paket bebek bezi veriliyor. Kampanya süresince 63 paket bez satın alan bir aile toplam kaç paket bedava bez kullanmıştır?

A) 8 **B)** 10 **C)** 12
D) 14 **E)** 15

2.2. STRATEJİ OYUNLARI

2.2.1. Dama, Hanoi Kuleleri, Mangala, Satranç

Dama



Dama, çok eski çağlardan beri oynanan bir oyundur. Damanın ilk olarak bugünkü durumundan daha basit hâliyle MÖ 1600 yıllarında Mısırlılar arasında oynandığı düşünülmektedir. Fransa'daki Louvre (Luvr) Müzesi'nde firavunlara ait iki dama tahtası sergilenmektedir. Dama bugünkü şekliyle ilk defa MS 1500 yıllarında Avrupa'da oynanmaya başlanmıştır.

Günümüzde Oynanan Damalar

1. Türk daması (8x8 kareli dama tahtasında on altışar taşla oynanır.)
2. İngiliz daması (8x8 kareli dama tahtasında on ikişer taşla oynanır.)
3. Polonya daması (10x10 kareli dama tahtasında yirmişer taşla oynanır.)
4. Kanada daması (12x12 kareli dama tahtasında otuzar taşla oynanır.)
5. Alman daması (8x8 kareli dama tahtasında on ikişer taşla oynanır.)
6. Rus daması (8x8 kareli dama tahtasında on ikişer taşla oynanır.)
7. Fransız daması (10x10 kareli dama tahtasında yirmişer taşla oynanır.)

Türk Daması Nasıl Oynanır?

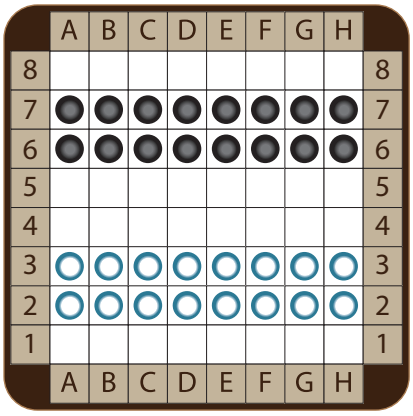
Dama taşları 16'sı bir kişide 16'sı diğer kişide olmak üzere toplam 32 adettir. Taşların bir grubu siyah diğer grubu ise beyaz renktedir. Bütün taşlar aynı özelliklere sahiptir ve aynı şekilde hareket eder. Taş dizilimine gelince her iki oyuncu da ilk sırayı boş bırakarak ikinci ve üçüncü sıraya taşlarını dizer. Oyunda amaç, rakibin bütün taşlarını yemektir.

Dama oyununda eğer taş yerinden kalktıysa o taşı mutlaka oynamak gerekir. Dama oyununda taş yemek mecburidir. Oyuncu, yenebilecek bir taş varsa onu yemek zorundadır. Taş yemek taşın üzerinden atlamakla olur. Arka arkaya iki taş varsa yani taşın arkasındaki kare doluysa bu taş yenemez. Ama arasında boş yer varsa yenebildiği kadar taş yenmelidir. Eğer aynı hamlede farklı iki yöndeki taşı yeme seçeneği varsa oyuncu istediği taşı yiyebilir. Eğer bir tarafta üç taş, diğer tarafta iki taş yiyebilme durumu varsa oyuncu çok olan tarafı seçmek mecburiyetindedir. Oyunda ileriye doğru ve yan şekilde taş toplamak mümkündür. Eğer bir taş geriye taş almış ise ileriye, ileriye taş almış ise geriye doğru hareket edemez.

Karşı oyuncunun en gerisindeki sıraya taşını çıkaran oyuncu, dama yapmış sayılır. Bu taş özel bir taş hâline gelerek sağ-sol veya ileri-geri yönde uygun şartlarda istediği kadar mesafe alma hakkı kazanır. Ayrıca dama olunca, damaya çıkmaya bir sıra kalınca ve taş istemelerde kesinlikle rakip uyarılmalıdır. Kısaca bütün taşların hedefi 8. son sıraya çıkıp dama demektir. Eğer her iki oyuncunun da birer taşı kalırsa oyun pat olur. Bu durumda eşitlik olur ve oyun berabere biter.

Türk Daması

Türk Daması Tahtası

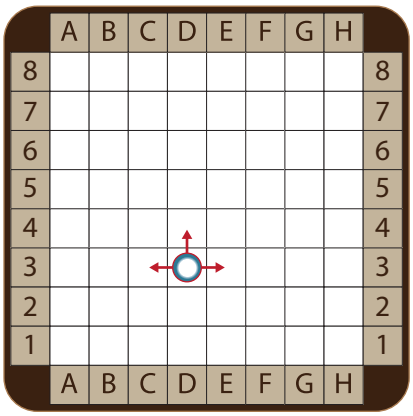


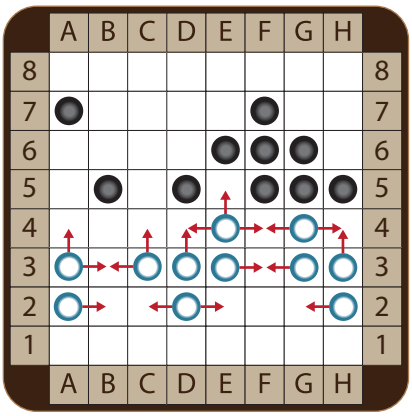
Türk daması, 8×8 dama tahtası üzerinde oynanır. Dama tahtası, kenarları birbirine eşit dört köşe bir alandır. Bu alanda 64 adet birbirine eşit kutucuk vardır. Bu kutucukların her birine kare adı verilir. Tahta üzerinde bulunan bu karelerin oluşturduğu yollar vardır. Bu yollardan sağa-sola doğru olanlara yatay yol denir. Aşağı-yukarı olan yollara ise dikey yol denir. Yatay ve dikey yollar dışında bir de çapraz yollar vardır ama Türk damasında çapraza hamle yapmak yasaktır.

Türk damasında iki farklı renk taş vardır.

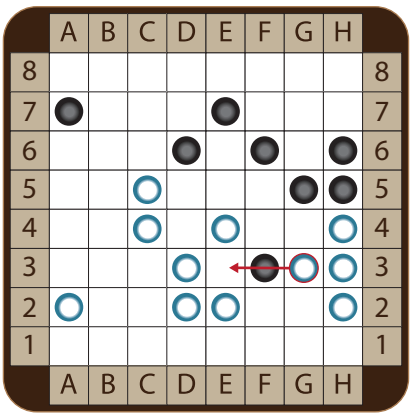
Dama taşları; 16 beyaz 16 siyah taş, ikişer sıralı olarak dizilir. Gerilerinde birer ve aralarında ikişer yatay yol boş bırakılır.

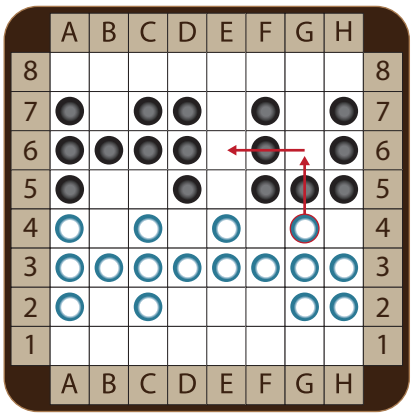
Yoz Taşlar ve Bunların Hareketi





Damaya çıkmamış taşlara yoz taş (piyon) denir. Başlangıçta bütün taşlar yoz taştır. Yoz taşlar komşu karelerin boş bulunduğu hâllerde ileriye, sağa ve sola doğru sadece bir kare hareket edebilir. Sağa ya da sola yapılan hamleye yana kayma, ileriye doğru yapılan hamleye ise sürme denir. Yoz taşlar geri, çapraz ya da birden fazla kare boyunca hareket ettirilemez.

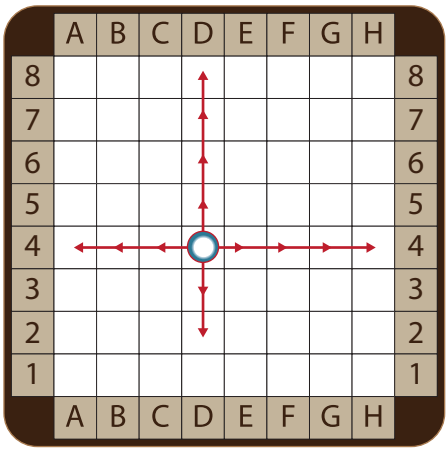


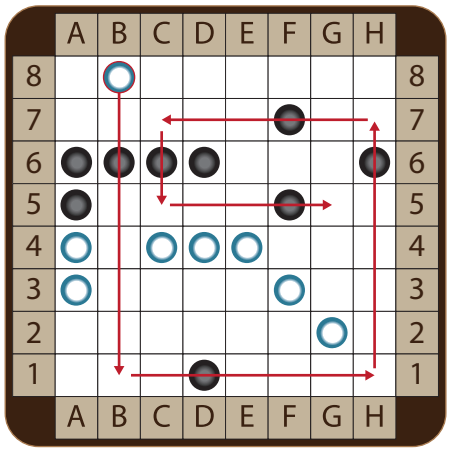


Yoz taş, rakip taşını nasıl ele geçirir? Eğer bir yoz taş, rakibin yoz ya da dama taşının yanında duruyorsa (ileri, sağa ve sola pozisyonda) ve bu taşın yanındaki kare boş ise oyuncu, rakip taşın üstünden atlayarak o taşı ele geçirir ve ele geçen taş tahtanın dışına çıkar.

Rakibin taşının üstünden atladıktan sonra bir başka taşın üstünden de atlanabiliyorsa oyuncu bu taşı da ele geçirmelidir.

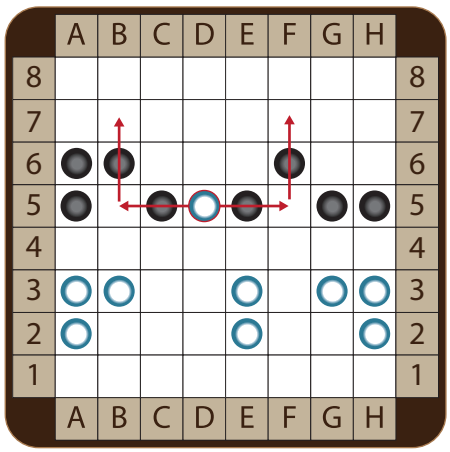
Dama Taşlarının Hareketi

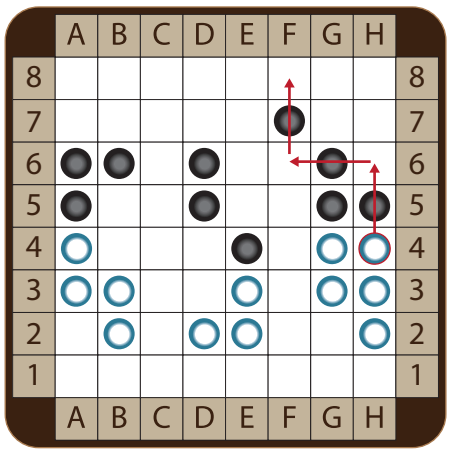




Sekizinci sütuna çıkan yoz taşı, dama payesine erişir ve bu taşa dama denir. Damaya çıkan taş yani dama olan taş, yoz taşlardan farklı olarak sağa, sola, ileriye ve geriye doğru birkaç kare hareket edebildiği gibi birkaç kare birden atlamak suretiyle L çizerek gezinebilir. Ancak bu hareketlerini yapabilmesi için her L çizişte bir veya birkaç taş alması gereklidir.

Türk Damasının Kuralları





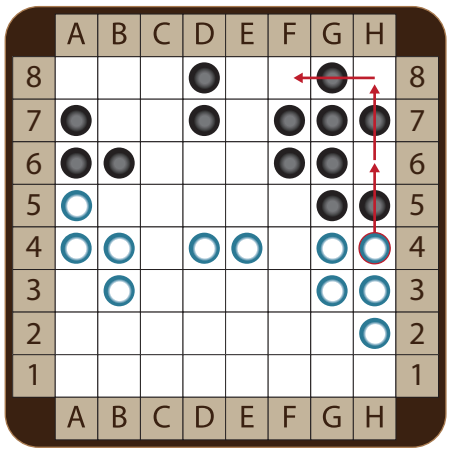
Uyarı

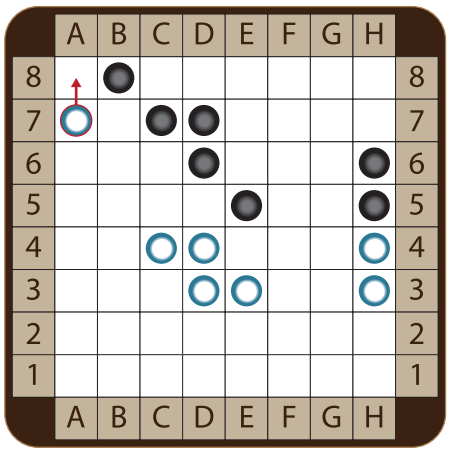
Dama kuralları dama taşı dâhil bütün taşlar için geçerlidir.

1. Kural: Her iki oyuncu da kendisinin bastığı (istediği taş) veya rakibin bilerek verdiği taşları ilk hamlede almak mecburiyetindedir.

2. Kural: Eğer oyuncunun taş almak için birden fazla seçeneği varsa ve alınacak taş sayısı eşitse oyuncu, dilediği taraftan taş almakta serbesttir.

3. Kural: Oyuncu birkaç yerden taş almak durumunda kalırsa evvela çok alınan taraftaki taşları toplamak zorundadır.
Örnekte görüldüğü üzere beyazlar iki ayrı yerden taş istemekte: E3:E5:C5 (iki taş) ve H4:H6:F6:F8 (üç taş). Kurallar gereği (3. kural) beyazlar rakip taşlarını H4:H6:F6:F8 yönünde toplamak zorundadır çünkü o yönde diğer taraftan daha fazla taş istemektedir.



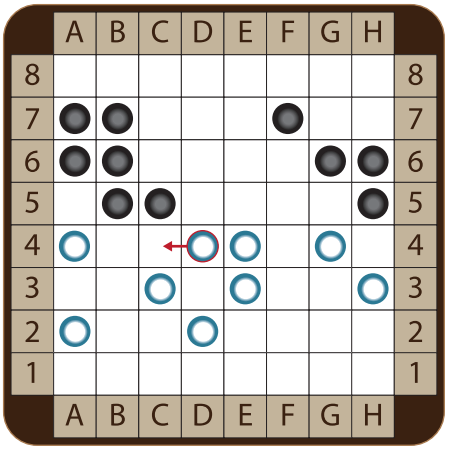


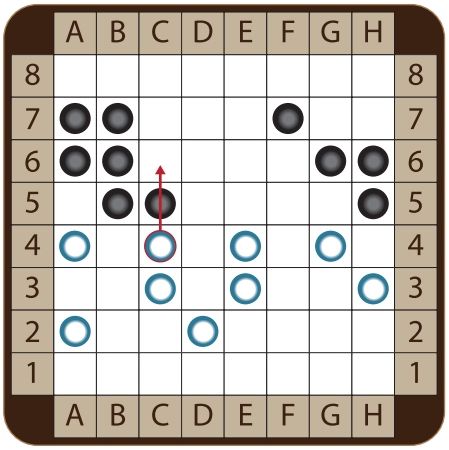
Yoz taş, taş alarak damaya çıkıyorsa ve bitişikte taş varsa yoz taş gibi taş almaya devam eder.

4. Kural: Bir oyuncu yerinden kaldırdığı taşı oynamak zorundadır. Geriye dönmek, hamleden vazgeçmek yasaktır.

5. Kural: Taş almadan veya taş alarak dama satırına çıkan bir taş, rakip oyuncunun hamlesinden sonra **dama** olur.

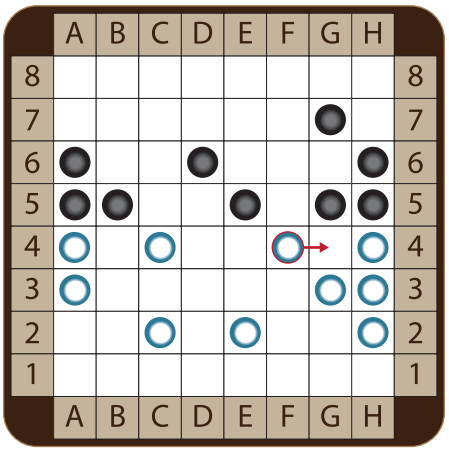
Hücum ve Savunma

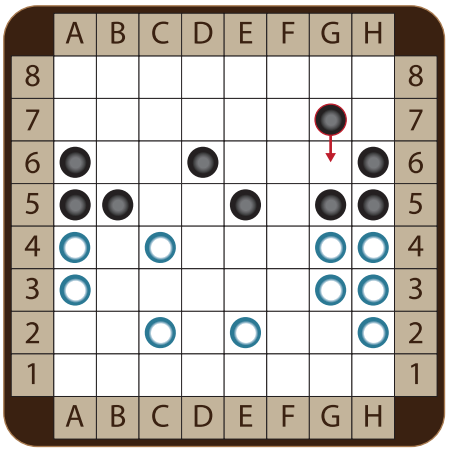




Hücum, bir oyuncunun rakip taşı alma amacıyla hamle yapmasıdır. Bu hamleyle oyuncu, rakip oyuncunun taşını almak ister ve bu hamleye taş isteme hamlesi denir. Görüldüğü üzere D4 karede bulunan beyaz taş, C4 karesine hamle yaparak siyahların C5 karesindeki taşı istemektedir.

İstenen Taşı Koruma

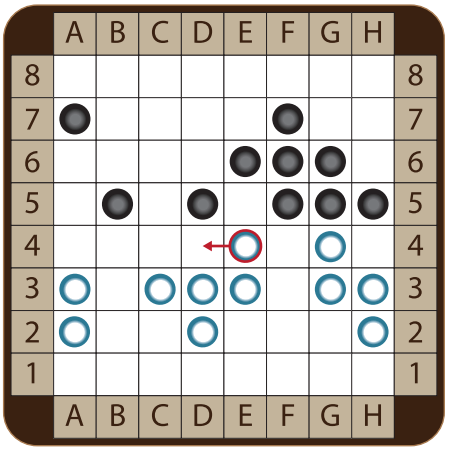


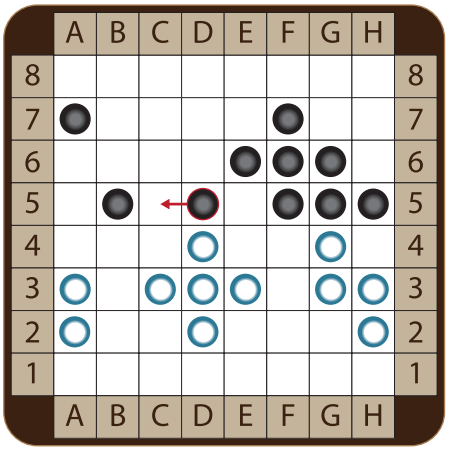


Koruma, istenen taşın başka bir taşla savunmasıdır. Hiçbir oyuncu, taşını karşılıksız vermek istemez. F4 karede bulunan beyaz taş G4 karesine hamle yaparak siyahların G5 ve G7 karesindeki taşlarını istemektedir.

Siyahlar ise buna karşılık olarak G5 karesindeki istenen taşla G7-G6 hamlesini yaparak G5 karesindeki taşı korumaktadır.

İstenen Taşı Kaçma





Kaçma, oyuncunun istenen taşını emniyetli bir kareye oynamasıdır. İstenen taşı korumak her zaman doğru olmayabilir, istenen taşı kaçmak bazen daha yararlıdır. E4 karede bulunan beyaz taş, D4 karesine hamle yaparak siyahların D5 karesindeki taşını istemektedir.

Siyahlar ise D5 karesindeki istenen taşı, D5-C5 hamlesini yaparak kaçmaktadır.

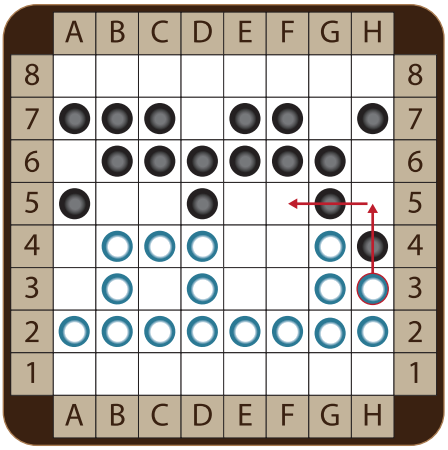
Taş Değişimi

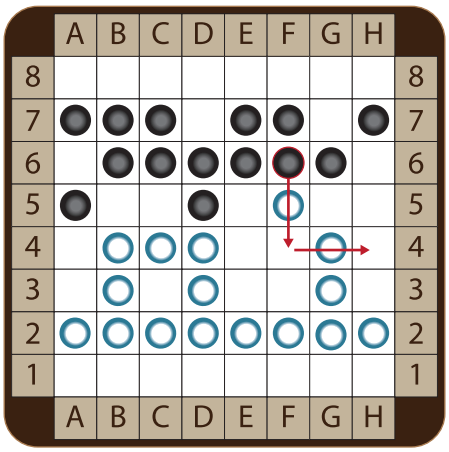
Oyuncuların karşılıklı olarak taş veya taşları almalarıdır. Bir oyuncu taş veya taşları almışsa diğer oyuncu da taş veya taşları alarak karşılık verir.

Taş değişimleri taş verip taş almak veya taş kesme olarak da adlandırılır.

Eşit Taş Değişimi

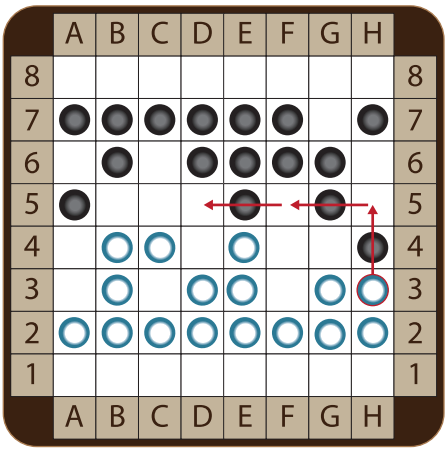
Oyuncuların aynı sayıda ve güçteki taşlarını değiştirmesidir.

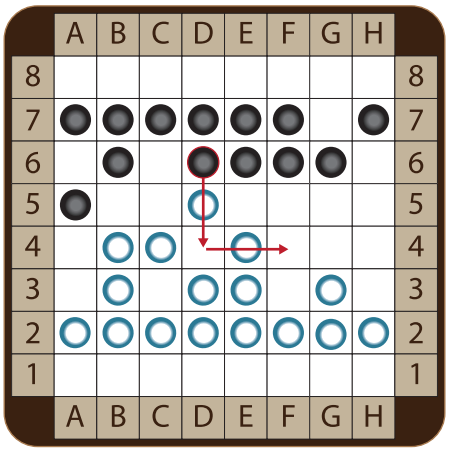




İyi Taş Değişimi

Oyuncuların taş değişim sırasında rakibinden fazla sayıda taş almasıdır.





Oyunun Sonu ve Yazılması

Galibiyet: Bir taraf diğer tarafın tüm taşlarını aldığında oyunu kazanmış olur. Taş sayısı veya pozisyon olarak zayıf durumda bulunan oyuncu, oyunun gidişatına göre oyundan çekilebilir. Bu durumda karşı taraf oyunu kazanmış olur.

Beraberlik: Her iki oyuncunun birer taşı kaldığında ve bu iki taşın biri dama olsa bile oyun gayyım (berabere) olarak sonuçlanır. Zira oyun sonsuza kadar devam eder. Bunun dışında, oyunculardan biri diğerine beraberlik teklif edebilir. Karşı taraf da bu teklifi kabul ettiğinde oyun berabere sonuçlanır.

Notasyon: Dama oyunundaki hamlelerin yazılmasına denir. Türk daması oyununda yapılan tüm hamleler yazılır. İyi bir dama oyuncusu hem kendi hem rakibinin hamlelerini yazar. Türk daması yarışmalarında oyunların yazılması zorunludur. Bunun için özel hazırlanmış kâğıtlar kullanılır. Notasyon sayesinde daha önce oynanmış oyunlar incelenebilir. Böylece yapılan hatalar görülür ve bunlardan gerekli ders çıkarılır. Hamle yapan taşın bulunduğu kareyi değiştirdiği durumlarda; önce taşın hamleden önce bulunduğu karenin adı, ardından tire (-) konup gideceği karenin adı yazılır.

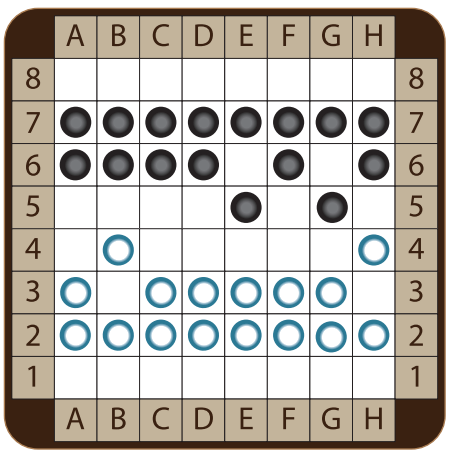
Puanlama

Türk daması oyununda; kazanan oyuncu bir, kaybeden oyuncu sıfır puan alır. Beraberlik durumunda ise oyuncuların her biri yarım puan alır.

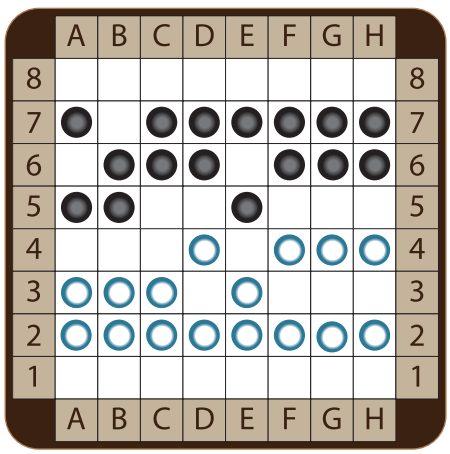
Dama Oyununda Kullanılan Strateji ve Taktiklere Örnekler

(Strateji ve taktikler her iki renk için de uygulanabilir.)

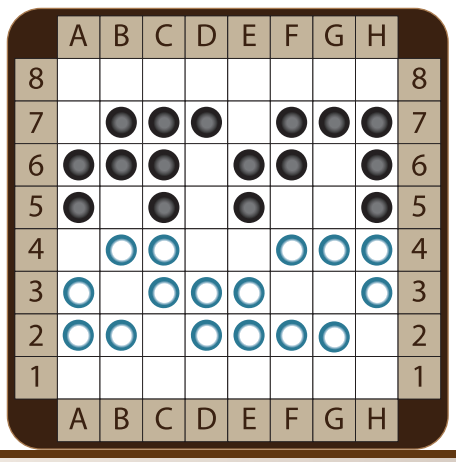
1. Strateji (taş kazanma)-taktik (saptırma)



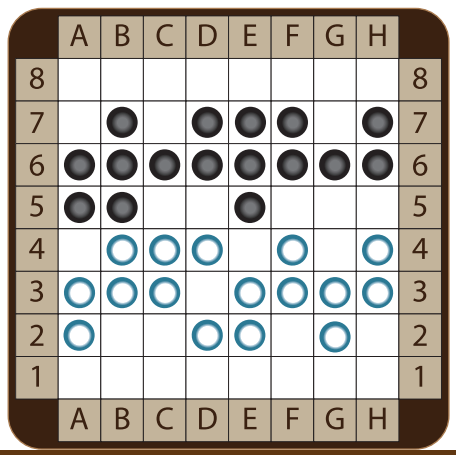
2. Strateji (damaya çıkma)-taktik (çekme)



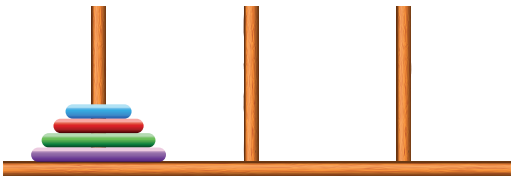
3. Strateji (hileli)-taktik (altılı)



4. Strateji (yedinciye düşme)-taktik (dörtlü)



Hanoi Kuleleri



Hanoi kuleleri matematiksel bir zekâ oyunudur. Oyun, üç direk ve farklı boyutlarda diskler ile oynanır. Bu diskler istenilen direğe aktarabilir. Bulmaca, disklerin bir direğe en küçük disk en üstte olacak şekilde küçükten büyüğe dizilmesiyle başlar. Disk sayısında sınırlama yoktur. Disk sayısı arttığında oyunun zorluk derecesi de artmış olur.

Oyunun Kuralları

Her hamlede sadece bir disk taşınabilir.
Bir hamle en üstteki diski direkten alıp diğer bir direğe taşımaktan oluşur.
Hamlelerde hiçbir disk kendisinden küçük bir diskin üzerine koyulamaz.

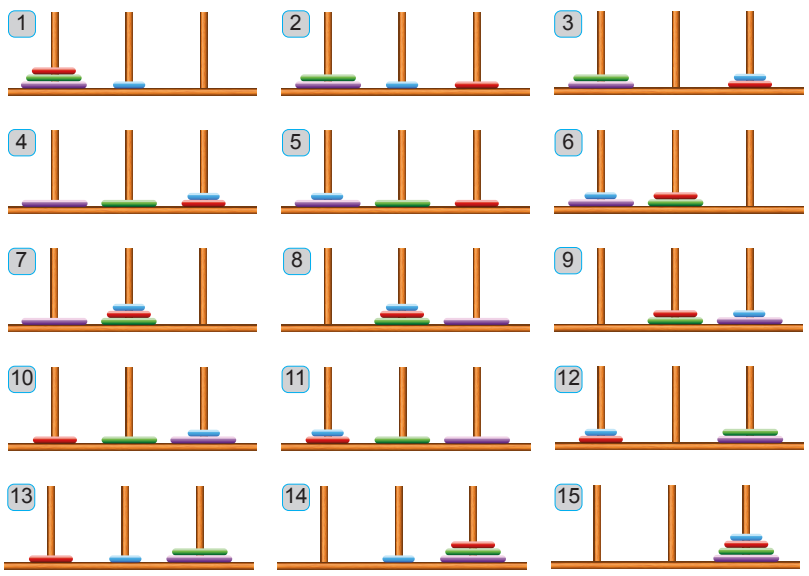
Çözüm İçin Hamle Sayıları

- 3 disk için en az 7 hamle
- 4 disk için en az 15 hamle
- 5 disk için en az 31 hamle
- 6 disk için en az 63 hamle
- 7 disk için en az 127 hamle
- 8 disk için en az 255 hamle

Uyarı

Bir hanoi kulesindeki n adet diskin tamamını boş bir direğe taşımak için en az $2^n - 1$ hamle gereklidir.

Dört diskten oluşan bir hanoi kulesinin disklerinin en sağdaki direğe taşınmasının aşamaları aşağıda gösterilmiştir.



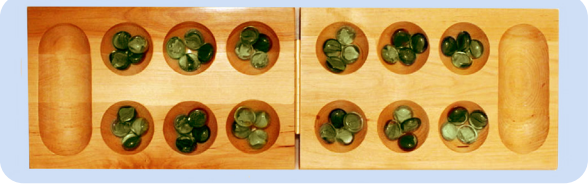
Şimdi Yapabilirsin

Sevgili öğrenciler, sizler de 5 disk ile başlayıp oyunda ustalaştıkça disk sayısını arttırarak bu oyunu daha zor seviyelerde oynayabilirsiniz. İyi eğlenceler!

Mangala



Araştırmalar mangala oyununun Saka, Hun ve Göktürk dönemlerinde oynandığını göstermektedir. Seyyahlar, Türklerin bu oyunu saatlerce hiç tartışmadan zevkle oynadıklarını seyahatnamelerinde yazmışlardır. Dünyanın farklı ülkelerinde mangala türü oyunlar oynanmaktadır ancak Türk mangalasını diğer mangala oyunlarından ayıran özellikler vardır. Diğer kültürlerde taşlar genelde "tohum", taşı hareket ettirmek "tohum saçma" olarak adlandırılır. Bu adlandırma o kültürlerin ziraatçı bir toplum olduğunu göstermektedir. Türk mangalasında ise taşlar "asker", hazine bölümü "karargâh" olarak adlandırılır. Bu durum oyunun Türkler arasında toplumun kültürel yansımasıyla çiftçilik oyunu değil savaş-strateji oyunu olarak oynandığını ortaya koyar.



Mangala oyununun diğer oyunlardan farkı, oyunu yediden yetmişe her yaş ve statüde insanın severek oynayabilmesidir. Toplumda önem verilen öngörü, esneklik, direnme, sağgörü, bellek gibi nitelikler mangala oyununda aranan unsurlardır.

Mangala Nasıl Oynanır?

Mangala Türk zekâ ve strateji oyunu iki kişi ile oynanır. Oyun tahtası üzerinde karşılıklı altışar adet olmak üzere toplam 12 küçük kuyu ve her oyuncunun taşlarını toplayacağı birer büyük hazine bulunmaktadır. Mangala oyunu 48 taş ile oynanmaktadır.

Oyuncular, 48 taşı her bir kuyuya dörder adet olmak üzere dağıtır. Her oyuncunun önündeki yan yana 6 küçük kuyu, o oyuncunun bölgesidir. Karşıda bulunan 6 küçük kuyu rakibin bölgesidir. Oyuncular hazinelerinde en fazla taşı biriktirmeye çalışır, oyun sonunda en çok taşı toplayan oyuncu oyun setini kazanmış olur. Oyun 5 set üzerinden oynanır. Oyuna kura ile başlanır. Oyunun dört temel kuralı vardır. Bunlar şunlardır:

1. Kura sonucunda başlama hakkına sahip oyuncu, kendi bölgesinde bulunan istediği kuyudan 4 adet taş alır. 1 taşı aldığı kuyuya bırakıp saatin ters yönünde yani sağa doğru her bir kuyuya birer taş bırakarak elindeki taşlar bitene kadar dağıtır. Elindeki son taş hazinesine denk gelirse oyuncu tekrar oynama hakkına sahip olur. Oyuncunun kuyusunda tek taş varsa sıra kendisine geldiğinde bu taşı sağındaki kuyuya taşıyabilir, hamle sırası rakibine geçer.

2. Hamle sırası gelen oyuncu kendi kuyusundan aldığı taşları dağıtırken elinde taş kaldıysa rakibinin bölgesindeki kuyulara da taş bırakmaya devam eder. Oyuncunun elindeki son taş rakibinin bölgesinde bulunan kuyudaki taşların sayısını çift sayı yaparsa oyuncu bu kuyudaki tüm taşların sahibi olur, taşları hazinesine koyar ve hamle sırası rakibe geçer.

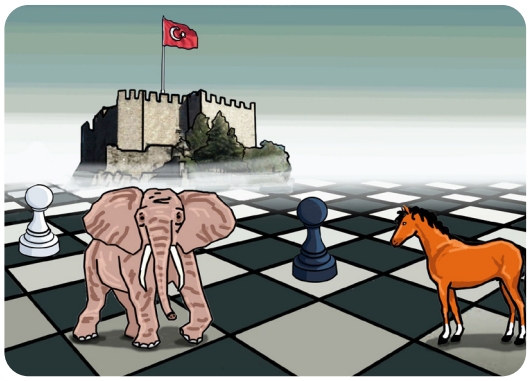
3. Oyuncu taşları dağıtırken kalan son taş kendi bölgesindeki boş kuyuya denk gelirse ve eğer kuyunun karşısındaki kuyuda rakibine ait taş varsa rakibinin taşlarını ve kendi boş kuyusuna bıraktığı taşı alıp hazinesine koyar. Hamle sırası rakibine geçer.

4. Oyunculardan herhangi birinin bölgesinde bulunan taşlar bittiğinde oyun seti biter. Kendi bölgesinde taşları ilk biten oyuncu rakibinin bölgesinde kalan taşları da kazanır. Dolayısıyla son ana kadar oyunun dinamiği hiç düşmez.

Oyunu kazanan oyuncu bir puan, kaybeden oyuncu sıfır puan alır, oyun berabere bittiğinde oyuncular yarım puan alır.

Satranç

Satrancı Tanıyalım

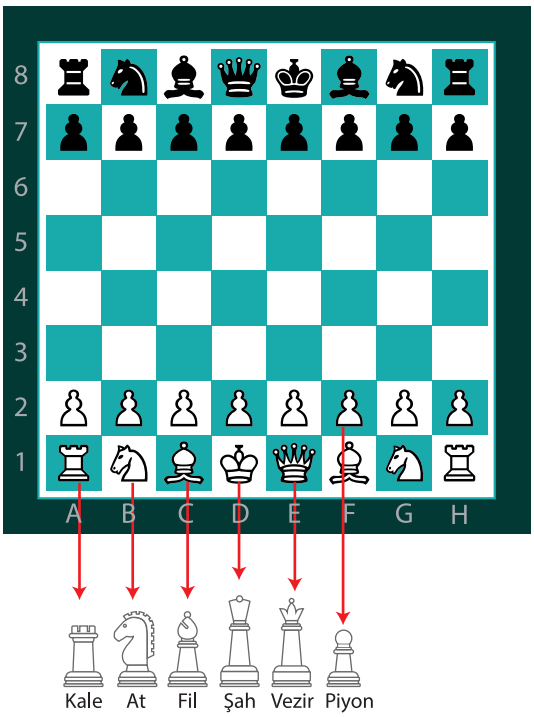


64 karelik oyun tahtasında, iki oyuncu arasında, on altışar taştan oluşan temsili ordular ile oynanan strateji ve zekâ oyunudur. MS 4. yy.da Hindistan'da bulunan satranç oyunu; ünlü Alman filozofu Goethe (Göthe) tarafından zekâ ölçüsü, felsefeci Leibnitz (Lebnitz) tarafından ise bir bilim dalı olarak değerlendirmiştir. Günümüzde bilgisayar üreticilerinin performans testlerinden biri satrançtır.

Türkiye Satranç Federasyonunun (TSF) 1 milyon 50 binin üzerinde lisanslı sporcusu bulunmaktadır ve Federasyon, binlerce sporcunun katıldığı turnuvalar düzenlemektedir. <https://www.aa.com.tr/tr/spor/satranc-egitim-sinifi-sayisi-30-bini-gecti-/2575109>

Oyunun kuralları şöyledir:

- Satrançta her oyuncunun ordusu; birer şah ve vezir, ikişer kale, at ve fil, sekizer adet piyondan oluşur.
- Elbetteki asıl amaç rakibin şahını mat etmek olsa da öncelikle aşılması gereken bir ordu vardır.
- Oyuna beyazlar başlar ve sırayla oynanır.
- Oyunun başlangıcında taşların konumu yandaki gibidir.



Satranç Taşının Hareketleri

Şah: En değerli ve hiçbir zaman tehdit altında bırakamayacağımız taştır. Etrafındaki komşu karelere bir adım gidebilir.

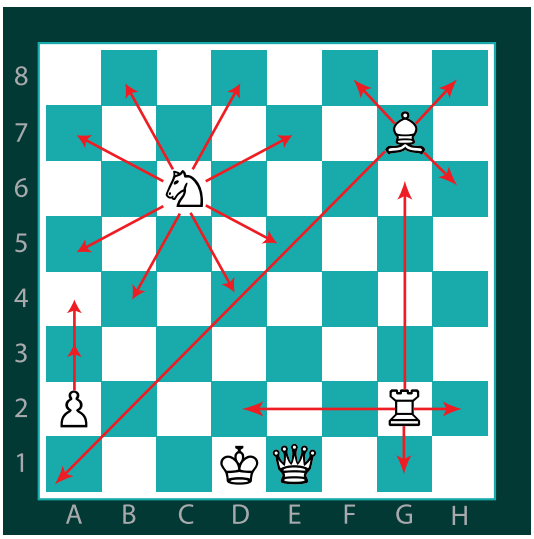
Vezir: Ordudaki en güçlü taştır. Yatay, dikey ya da çapraz istediğimiz yöne doğru yoluna taş çıkıncaya kadar gidebilir.

Kale: Yatay ya da dikey yönde yoluna taş çıkıncaya kadar hareket edebilir.

Fil: Çapraz yönde yoluna taş çıkıncaya kadar hareket edebilir.

At: "L" harfi şeklinde hareket eder. Etrafında bulunan taşların üzerinden atlayabilir. Kendisi ile aynı renk taşın bulunuduğu bir kareye gidemez.

Piyon: Geri yönde hareket edemeyen tek taştır. Piyonlar önündeki kare boş ise bir adım ilerleyebilir. Başlangıç konumundaki piyonları istersek iki adım ilerletebiliriz. Piyonlar diğer taşlarda olduğu gibi yoluna çıkan taşları alamazlar. Piyon, ancak bir kare ileri çaprazında bulunan rakip taşları alabilir. Bir piyon en son kareye ulaşırsa vezir, kale, fil ya da at ile değiştirilerek terfi etmiş olur.



Tehdit (Şah Çekmek) Nedir?

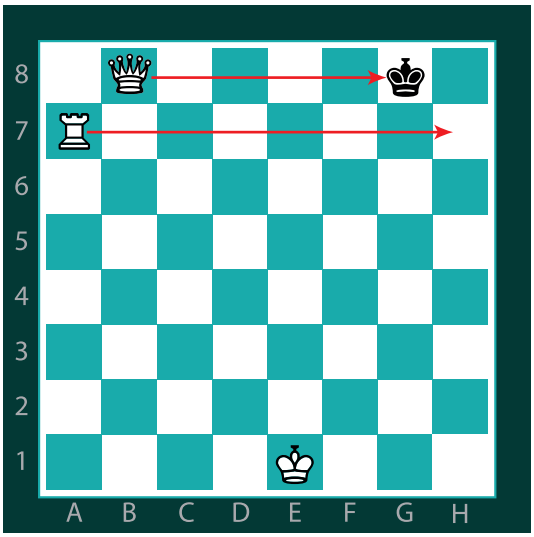
Bir taşın, karşı tarafın bir taşının yolunun üzerinde bulunmasına tehdit denir.
Tehditlerden; kaçılarak, araya taş koyularak ya da tehdit eden taş alınarak kurtulunabilir.

Mat nedir?

Taraflardan birinin şahı tehdit altındayken bu durumdan kurtulamıyorsa o taraf mat olmuştur. Rakibini mat yapan taraf oyunu kazanır.

Örnek

Yandaki pozisyonda beyazların veziri, siyah şahı tehdit etmiştir. Siyahların tehdidi oluşturan beyaz veziri alabilecek taşı yoktur. Siyah şah ile beyaz vezir arasına girebilecek siyah taş da bulunmamaktadır. Siyah şah, beyaz kalenin yoluna çıkamayacağı için tehditten kaçamaz. Siyah, mat olmuştur.



Beraberlikler

Maçı berabere bitiren bazı durumları şunlardır:
Hamle sırası kendisinde olan sporcunun şahı tehdit altında değilse ve yapabileceği kurallara uygun hiçbir hamlesi kalmamışsa oyun pat olmuştur ve berabere sonuçlanır.
Elli hamle boyunca hiç taş alınmamış ve piyon sürülmemişse ya da tahtada aynı konum üç defa oluşmuşsa maç berabere bitebilir.

Hamlelerin Yazılması (Notasyon)

Satranç tahtasında her sütun a, b, c, d, e, f, g, h harfleri ile her satır 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 rakamları ile isimlendirilmiştir. Kareler isimlerini, bulundukları sütundaki harf ve yataydaki rakamdan alırlar. Bir taşı bir kareye hareket ettirdiğimizde hamle, taşın baş harfi ve gittiği karenin ismiyle yazılır. Örneğin Vb8, Af3, Ka7, e4 vb.

Kazanmak İçin Taktik ve Stratejiler

Satrançta amaç rakip şahı mat etmektir. Bunun için rakibin savunmasını aşmak ve bir taraftan da şahı güvende tutmak gereklidir. Bu nedenle öncelikle tahtadaki önemli kareleri kontrol altına almak, taşları iyi konumlandırmak, rakibe zayıf durumlar oluşturmak, materyal avantajı kazanmaya çalışmak önemlidir.

Örnek Bir Maç

Ünlü Fizikçi Albert Einstein (Albert Aynştayn) ile atom üzerine yaptığı bilimsel çalışmalarla ünlenen bilim insanı Robert Oppenheimer (Rabırt Opınhaymır) arasında oynanmış maç yandadır. Ali Özen, TSF Eğitim Kurulu Başkanı, Satranç

Albert Einstein - Robert Oppenheimer 1-0
C78 Princeton USA 1933

1.e4 e5 2.♘f3 ♘c6 3.♗b5 a6 4.♗a4 b5 5.♗b3 ♘f6 6.0-0 ♘xe4 7.♖e1 d5 8.a4 b4 9.d3 ♘c5 10.♘xe5 ♘e7 11.♕f3 f6 12.♕h5+ g6 13.♘xg6 hxg6 14.♕xh8 ♘xb3 15.cxb3 ♕d6 16.♗h6 ♔d7 17.♗xf8 ♗b7 18.♕g7 ♖e8 19.♘d2 c5 20.♖ad1 a5 21.♘c4 dxc4 22.dxc4 ♕xd1 23.♖xd1+ ♔c8 24.♗xe7
1-0

Şimdi Yapabilirsin

Taşların hareketleri, rakip taşı alma, tehdit etme, geçerken alma ve rok terimlerini Genel Ağ'dan ya da kitaplardan araştırınız, bilgisayar programları yardımıyla tek hamlede mat problemleri çözünüz.

2. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

1. Uzunluğu 2,4 km olan bir tüneli uzunluğu 0,2 km olan bir tren saatte 12 km hızla kaç dakikada geçer?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 13

2. Bir malın alış fiyatının 2 katı, satış fiyatının $\frac{5}{3}$ üne eşittir. Bu mal yüzde kaç kârla satılmaktadır?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40

3. $x, y \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x^2 - y^2 = 29$ ise x.y değeri aşağıdakilerden hangisidir?

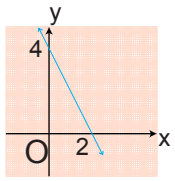
A) 180 **B)** 190 **C)** 210 **D)** 220 **E)** 230

4. Salur ile Furkan'ın yaşları toplamı 52'dir. Salur, Furkan'ın yaşına geldiğinde yaşları toplamı 76 olacağına göre Salur'un şimdiki yaşı kaçtır?

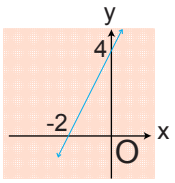
A) 15 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 22 **E)** 25

5. 2x - y = 4 doğrusunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

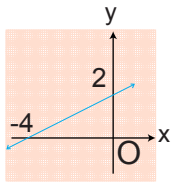
A)



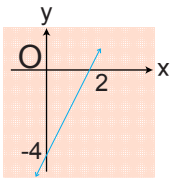
B)



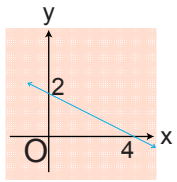
C)



D)



E)



6. Bir işi Adem 10 günde, Baki 15 günde yaptığına göre ikisi birlikte 3 günde işin kaçta kaçını yaparlar?

A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $\frac{2}{3}$

7. %40'ı tuz olan 120 litre tuzlu su karışımının $\frac{1}{3}$ ü döküldükten sonra bu karışıma 10 litre tuz ile 10 litre su ilave edilirse karışımın tuz yüzdesi kaç olur?

A) 36 **B)** 42 **C)** 48 **D)** 52 **E)** 58

2. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

8. Bir otobüste koltukların $\frac{4}{7}$ si doludur. Otobüse 25 yolcu daha binerse 13 kişi ayakta kalıyor.
Buna göre otobüste kaç yolcu koltuğu vardır?

A) 21 **B)** 28 **C)** 35 **D)** 42 **E)** 45

9. a sayısı, b sayısının %25'i olduğuna göre b sayısı a sayısının yüzde kaçıdır?

A) 170 **B)** 265 **C)** 360 **D)** 400 **E)** 480

10. Bir kesrin değeri $\frac{10}{9}$ dur. Bu kesrin payından 3 paydasından da 5 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{37}{31}$ oluyor.
Buna göre ilk kesrin paydası kaçtır?

A) 36 **B)** 37 **C)** 38 **D)** 39 **E)** 40

11. 3 yıl önce baba, oğlunun yaşının 9 katı yaşında idi. 6 yıl sonra baba, oğlunun şimdiki yaşının 7 katı olacağına göre babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 50 **B)** 52 **C)** 54 **D)** 57 **E)** 60

12. Tuz oranı %30 olan 70 g tuzlu su üzerine tuz oranı %10 olan 130 g tuzlu su dökülürse yeni karışımın tuz oranı ne olur?

A) 0,06 **B)** 0,10 **C)** 0,13 **D)** 0,17 **E)** 0,16

13.



Aralarında 75 km mesafe olan A ve B şehirlerinden hızları 60 km/sa. ve 45 km/sa olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyor. İki araç C kentine aynı anda vardıklarına göre BC yolu kaç km'dir?

A) 210 **B)** 220 **C)** 225 **D)** 230 **E)** 235

14. %20 kârla 1800 liraya satılan bir mal %5 zararla satılırsa satış fiyatı kaç lira olur?

A) 1425 **B)** 1450 **C)** 1475 **D)** 1500 **E)** 1550

15. Farkları 14 olan iki sayıdan büyüğünün $\frac{1}{4}$ ü, küçüğünün $\frac{1}{8}$ inden 14 fazladır.
Büyük sayı kaçtır?

A) 96 **B)** 97 **C)** 98 **D)** 99 **E)** 100

16. $5 \cdot x^{3m-2} - 4x = 2017$ ifadesinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olabilmesi için m yerine yazılabilecek değerlerin toplamı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ **B)** 1 **C)** $\frac{4}{3}$ **D)** $\frac{5}{3}$ **E)** 2

17. $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, $\frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ ve $y + z - x = 52$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 16 **B)** 17 **C)** 18 **D)** 19 **E)** 20

2. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

18. Bir sayıya, 2 katının 3 eksiğinin dörtte biri eklenirse sayının beşte üçünün 2 fazlası elde ediliyor. Bu problemi ifade eden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x-3}{4} = \frac{3(x+2)}{5}$

B) $\frac{2x-3}{4} = \frac{3x}{5} + 2$

C) $x + \frac{x-3}{4} = \frac{3x}{5} + 2$

D) $x + \frac{2x-3}{4} = \frac{3x}{5} + 2$

E) $x + \frac{2x-3}{4} = \frac{3(x+2)}{5}$

19. $a^2 - b^2 = 91$ ve $a + b = 13$ olduğuna göre $a \cdot b$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 30 **B)** 40 **C)** 50 **D)** 60 **E)** 70

20. Etiket fiyatının %40 eksiğine alınan bir mal, yine etiket fiyatının %10 eksiğine satılırsa kâr oranı % kaçtır?

A) 55 **B)** 50 **C)** 46 **D)** 35 **E)** 30

2. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

1. $\left.\begin{array}{l} a - \frac{1}{b} = 12 \\ b - \frac{1}{a} = 8 \end{array}\right\}$ eşitliklerine göre a sayısı a + b sayısının yüzde kaçıdır?

A) 20 **B)** 30 **C)** 40 **D)** 50 **E)** 60

2. Yaşları 10, 12 ve 15 olan üç arkadaş 300 cevizi yaşları ile ters orantılı olarak paylaşacaktır. En çok ceviz alan kişi kaç ceviz almıştır?

A) 80 **B)** 90 **C)** 100 **D)** 110 **E)** 120

3. Bir grup öğrenci parktaki banklara üçerli otururlarsa 5 öğrenci ayakta kalıyor eğer dörderli otururlarsa 1 bank boş kalıyor ise bu grupta kaç öğrenci vardır?

A) 9 **B)** 23 **C)** 28 **D)** 32 **E)** 41

4. $\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{5}{3} + \frac{25}{16}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{23}{12}$ **B)** $\frac{19}{12}$ **C)** 1 **D)** $\frac{11}{12}$ **E)** $\frac{5}{12}$

5. Alanı %69 artan bir karenin kenarı % kaç artmıştır?

A) 3 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 20 **E)** 30

6. Bir diş fırçalama süresi boyunca açık bırakılan musluktan kişi başına ortalama 2,5 litre su israf olmaktadır. Günde iki kez diş fırçalayan her öğrenci, diş fırçalama süresi boyunca musluğu kapalı tutarsa 32 kişilik bir öğrenci grubu bir yılda kaç ton su tasarruf etmiş olur?
(1 ton = 1000 litre ve 1 yıl 365 gün alınacak)

A) 30 **B)** 42,5 **C)** 48 **D)** 56,5 **E)** 58,4

7. Yaşları oranı $\frac{2}{3}$ olan iki kardeşin 10 yıl sonraki yaşları oranı $\frac{4}{5}$ olacağına göre kardeşlerin bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

A) 15 **B)** 20 **C)** 25 **D)** 30 **E)** 35

8. Aslı bir işi 12 günde, Beste aynı işi 15 günde bitirmektedir. İkisi birlikte bu işi yapmaya başladıktan 5 gün sonra Beste hastalanıyor ve işe gelmiyor, bu durumda işin kalan kısmını Aslı kaç günde bitirir?

A) 1 **B)** 2 **C)** 2,5 **D)** 3 **E)** 4

9. Bir satıcı %50 kârla satmayı düşündüğü bir ürünün etiket fiyatı üzerinden %20 indirim yaptığında 180 TL daha az kâr ettiğine göre ürünün etiket fiyatı kaç TL'dir?

A) 480 **B)** 600 **C)** 720 **D)** 900 **E)** 1080

10. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} : \frac{x^2 - xy}{xy + x}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{y}$ **B)** $\frac{x+1}{y}$ **C)** $\frac{y}{x-1}$ **D)** $\frac{y+1}{x}$ **E)** $\frac{y-1}{x+y}$

2. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

11. Bir musluk, boş bir havuzu 18 saatte doldurmaktadır. Musluğun doldurma hızı $\frac{3}{5}$ oranında azaltılırsa aynı havuz kaç saatte dolar?

A) 65 **B)** 60 **C)** 52 **D)** 50 **E)** 45

12. Bir adam, her saat sonunda hızını bir önceki hızının 3 katına çıkararak bir işi 4 saatte yapıyor. Bu adam başlangıçtaki hızıyla çalışırsa aynı işi kaç saatte bitirir?

A) 28 **B)** 32 **C)** 40 **D)** 44 **E)** 48

13. Bir araç her saat sonunda hızını bir önceki hızının 3 katına çıkararak bir yolu 4 saatte gidiyor. Bu araç başlangıçtaki hızının 2 katı ile aynı yolu kaç saatte gider?

A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 25

14. Bir sürahinin $\frac{1}{4}$ ü su dolu iken ağırlığı 240 gram, $\frac{1}{3}$ ü su dolu iken 300 gramdır. Buna göre boş sürahinin ağırlığı kaç gramdır?

A) 70 **B)** 65 **C)** 60 **D)** 57 **E)** 48

15. Bir adam bir miktar kumaşın önce $\frac{3}{5}$ ini daha sonra kalanın $\frac{3}{7}$ sini en sonunda ise kalanın $\frac{1}{4}$ ünü satıyor. Geriye 24 metre kumaş kaldığına göre kumaşın tamamı kaç metredir?

A) 120 **B)** 130 **C)** 140 **D)** 150 **E)** 160

16. Bir tren, boyu kadar olan yolu belli bir hızla 10 saniyede, aynı hızla 420 metrelik tüneli 40 saniyede geçiyor. Bu trenin boyu kaç metredir?

A) 40 **B)** 60 **C)** 80 **D)** 120 **E)** 180

17. Etiket fiyatının %20 eksiğine alınan bir mal etiket fiyatının %28 fazlasına satılırsa yapılan kâr yüzde kaçtır?

A) 60 **B)** 64 **C)** 68 **D)** 70 **E)** 72

18. $\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = 13 \\ 3x + 4y = 8 \end{array}\right\}$ ise $x^2 - y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 17

19. $x^2 + \frac{9}{x^2} = 12$ olduğuna göre $x + \frac{3}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** $\sqrt{2}$ **E)** 3

20. $a = 3{,}437$ ve $b = 2{,}563$ olarak veriliyor. $(a - b)^2 + 4ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 16 **B)** 25 **C)** 36 **D)** 49 **E)** 81

2. Ünite Sonu Değerlendirme (3)

1. Bir sınavdaki soruların %30'u Türkçe, %30'u matematik, %20'si fen ve kalanı sosyal alanlarındandır. Bu sınava giren bir öğrenci; Türkçe, matematik, fen ve sosyal sorularının sıra ile %80, %60, %50 ve %75'ini doğru cevapladığına göre bütün soruların % kaçını doğru cevaplamıştır?

A) 64 **B)** 67 **C)** 70 **D)** 72 **E)** 75

2. Bir kitabın sayfalarını numaralandırmak için 252 adet rakam kullanıldığına göre bu kitap kaç sayfadır?

A) 119 **B)** 120 **C)** 121 **D)** 122 **E)** 123

3.

A			
x	B		
	60	C	
200		y	D

Aynı yol üzerinde sıra ile bulunan A, B, C, D şehirleri arasındaki mesafelerden bazıları yandaki tabloda verilmiştir.
Örneğin A ile D arası 200 km, C ile D arası y km dir. Komşu iki şehir arası en az 60 km olduğuna göre kaç (x, y) tam sayı ikilisi yazılır?

A) 18 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 40 **E)** 120

4. Fatih; 25 kuruş, 50 kuruş ve 1 liralık paralardan kumbarasına 1. gün birer adet, 2. gün ikişer adet, 3. gün üçer adet … şeklinde para atarsa Fatih, 16. günün sonunda toplam kaç lira biriktirmiş olur?

A) 234,5 **B)** 238 **C)** 245 **D)** 476 **E)** 868

5. $2017 \cdot 2011 - 2019 \cdot 2009$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -32 **B)** -16 **C)** 16 **D)** 32 **E)** 25

6. İki kardeşin bugünkü yaşları oranı $\frac{2}{5}$'tir. Küçük olan, büyük kardeşin bugünkü yaşına geldiğinde büyük olan 24 yaşında olacaktır. Bu kardeşlerin 2 yıl önceki yaşları toplamı kaçtır?

A) 15 **B)** 17 **C)** 19 **D)** 21 **E)** 23

7. Etiket fiyatı %100 kârlı yazılan bir maldan % kaç indirim yapılırsa %20 kâr elde edilir?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40

8. Bir yarış pistinde aynı anda aynı noktadan yarışa başlayan üç koşucudan birincisi, yarışı ikinciden 60 m, üçüncüden 120 m önde bitiriyor. İkinci, yarışı bitirdiğinde üçüncünün 80 m yolu kaldığına göre yarış pistinin uzunluğu kaç metredir? (Koşucuların hızları sabittir.)

A) 120 **B)** 180 **C)** 240 **D)** 360 **E)** 480

9. $2 + \dfrac{10}{4 + \dfrac{8}{a+2}} = 4$ denkleminde a nın değeri kaçtır?

A) 6 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 16

10. $\left.\begin{array}{l} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 10 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = -4 \end{array}\right\}$ denklem sistemine göre $\frac{x}{y}$ kaçtır?

A) 3 **B)** 2 **C)** 1 **D)** -1 **E)** -2

2. Ünite Sonu Değerlendirme (3)

11. $\left.\begin{array}{l} a + \frac{3}{b} = 8 \\ b + \frac{3}{a} = 10 \end{array}\right\}$ olduğuna göre $\frac{a+b}{b-a}$ oranı kaçtır?

A) 5 **B)** 8 **C)** 9
D) 11 **E)** 14

12. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\left(\frac{b-a}{a}\right) \cdot \left(\frac{d-c}{c}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3
D) 4 **E)** 5

13. Bir bidonun $\frac{2}{7}$ si su ile doludur. Bidona içindeki suyun $\frac{3}{5}$ i kadar daha su eklenirse bidonun kaçta kaçı boş kalır?

A) $\frac{14}{35}$ **B)** $\frac{15}{35}$ **C)** $\frac{16}{35}$
D) $\frac{19}{35}$ **E)** $\frac{20}{35}$

14. Bir babanın yaşı üçer yıl arayla doğmuş 4 çocuğunun yaşları toplamının 2 katıdır. 4 yıl sonra babanın yaşı, en küçük çocuğun yaşının 7 katının 15 fazlasına eşit olacağına göre babanın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 62 **B)** 60 **C)** 58
D) 54 **E)** 50

15. Bir öğrenci, bir romanın önce %30'unu sonra %40'ını okuyor. Bir hafta sonra da romanın kalan kısmının %40'ını okuyor. Geriye romanın 54 sayfası kalıyor ise bu kitap kaç sayfadır?

A) 500 **B)** 465 **C)** 360
D) 300 **E)** 280

16. Alkol oranı %20 olan 300 gram alkol-su karışımı ile alkol oranı %30 olan 500 gram alkol-su karışımı karıştırılıyor. Son durumda karışım oranını %20'ye düşürmek için karışıma kaç gram su eklenmelidir?

A) 100 **B)** 150 **C)** 200
D) 250 **E)** 300

17. x yılında doğmuş olan Ayşe'nin y yılından 4 yıl sonraki yaşı nedir?

A) x + y + 4 **B)** x - y + 4 **C)** y - x + 4
D) y + 4 **E)** x + 3

18. Tuz oranı %15 olan musluk bir depoyu 6 saatte dolduruyor. Tuz oranı %35 olan başka bir musluk, depoyu tek başına 4 saatte dolduruyor. Depo boş iken bu iki musluk aynı anda açılıyor. Depo dolduğunda depodaki karışımın tuz yüzdesi kaç olur?

A) 26 **B)** 27 **C)** 28
D) 29 **E)** 30

19. Özdeş 3 musluk üçer saat arayla açıldığında boş havuz 18 saatte doluyor. Bu musluklardan ikisi aynı anda açılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

A) 22 **B)** 22,5 **C)** 23
D) 24 **E)** 30

20. 23 kişilik bir kuyrukta Ayşe, baştan (2n - 3) üncü ve sondan (3n + 2) nci sırada olduğuna göre n kaçtır?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6
D) 7 **E)** 8

2. Ünite Sonu Değerlendirme (4)

1. Boş havuzu özdeş 4 musluk birlikte 16 saatte dolduruyor. Musluklardan 2'si kapatılır ve diğerlerinin kapasitesi de %60 azaltılırsa aynı havuz kaç saatte dolar?

A) 80 **B)** 75 **C)** 70 **D)** 65 **E)** 60

2. 300 sayfalık bir kitabı numaralandırmak için kaç rakam kullanılmıştır?

A) 780 **B)** 783 **C)** 786 **D)** 789 **E)** 792

3. Toplamları 900 olan üç sayı ile ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.
- Birinci sayı ikinci sayının yarısı kadardır.
- İkinci sayı üçüncü sayının $\frac{1}{3}$ 'i kadardır.

Buna göre sayılar küçükten büyüğe doğru sıralandığında ortadaki sayı kaçtır?

A) 100 **B)** 150 **C)** 200 **D)** 300 **E)** 350

4. Boş bir havuzu A musluğu 4 saatte, B musluğu 8 saatte doldurmaktadır. İki musluk birlikte açıldıktan 3 saat sonra havuzun dolması ve taşmaması için B musluğu kaç dakika önce kapatılmalıdır?

A) 15 **B)** 30 **C)** 45 **D)** 60 **E)** 90

5. Bir çiftliğe 40 kuzu ile bu kuzulara 30 gün yetecek kadar yem bırakılıyor. 12 gün sonra çiftlikteki 20 kuzu satılırsa yem toplam kaç günde bitmiştir?

A) 36 **B)** 42 **C)** 48 **D)** 54 **E)** 60

6. Boş bir havuzu %40'lık tuzlu su akıtan musluk 8 saatte, %60'lık tuzlu su akıtan musluk 12 saatte doldurabiliyor. İki musluk aynı anda açıldıktan 4 saat sonra havuzdaki suyun tuz oranı % kaç olur?

A) 42 **B)** 45 **C)** 48 **D)** 52 **E)** 55

7. 7 kişiden oluşan bir arkadaş grubu ortaklaşa piknik organize etmişlerdir. Piknik sonunda Enes ve Murat adındaki iki arkadaş yanlarına para almayı unuttuklarını söyleyince kalan 5 kişi, ilk baştaki ödemeleri gereken paradan kişi başı 50TL fazla ödemiştir.
Buna göre bu piknik organizasyonuna ne kadar para gitmiştir?

A) 800 **B)** 875 **C)** 880 **D)** 900 **E)** 950

8. Ahmet'in çalışma hızı Veli'nin çalışma hızının yarısı, Can'ın çalışma hızının ise 5 katıdır. Üçünün birlikte 40 dakikada yaptığı işi Veli tek başına kaç dakikada yapar?

A) 64 **B)** 72 **C)** 96 **D)** 144 **E)** 320

9. Bir baba ile çocuğunun yaşları toplamı 30' dur. Çocuk şimdiki yaşının 4 katına geldiğinde yaşları oranı $\frac{4}{3}$ olacağına göre çocuğun bugünkü yaşı kaçtır?

A) 6 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

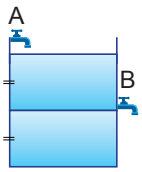
10. Tuz oranı %10 olan 400 gram tuz-su karışımının $\frac{1}{4}$ ü dökülerek yerine karışımdan dökülen miktar kadar tuz eklenirse son durumda karışımın tuz yüzdesi kaç olur?

A) 21 **B)** 25 **C)** 29,5 **D)** 30,5 **E)** 32,5

2. Ünite Sonu Değerlendirme (4)

11. Aysun'un yaşının Dilek'in yaşına oranı $\frac{7}{4}$ tür. Aysun, Dilek'in yaşındayken ikisinin yaşları toplamı 40 olduğuna göre Aysun'un bugünkü yaşı kaçtır?

A) 55 **B)** 56 **C)** 57 **D)** 60 **E)** 61

12. 

A musluğu boş havuzu 16 saatte dolduruyor. B musluğu havuzu kendi seviyesine kadar 24 saatte boşaltıyor. Havuz boş iken ikisi birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?

A) 18 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22 **E)** 23

13. Bir adam doğrusal bir yol boyunca hep 10 adım ileri, 3 adım geri atarak ilerliyor. Her adımı eşit boyda olan bu adam toplam 185 adım attığında kaç adım ilerlemiş olur?

A) 100 **B)** 101 **C)** 102 **D)** 103 **E)** 104

14. $\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{m}{n} = 3$ olduğuna göre $\left(\frac{x+y}{y}\right)\cdot\left(\frac{z}{z+t}\right)\cdot\left(\frac{m-n}{n}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 **B)** 12 **C)** 16 **D)** 24 **E)** 32

15. I. a ile c ters orantılıdır.
II. b ile d ters orantılıdır.
III. b ile c ters orantılıdır.
a ile b sayıları doğru orantılı, c ile d sayıları ters orantılı ve a ile d sayıları doğru orantılı olduğuna göre yukarıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) Yalnız I **B)** Yalnız II **C)** Yalnız III **D)** II ve III **E)** I ve III

16. $x^2 - x + 1 = 0$ olduğuna göre x^4 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -x **B)** 1 - x **C)** 1 **D)** -1 **E)** x - 1

17. x sayısı 8, y sayısı 6 ve z sayısı 15 ile doğru orantılı olduğuna göre x, y, z sayıları sırası ile hangi sayılarla ters orantılıdır?

A) 15, 20, 8 **B)** 12, 15, 20 **C)** 20, 12, 15 **D)** 8, 15, 12 **E)** 6, 12, 15

18. $x^2 - 6x = 5$ olduğuna göre $x^2 + \frac{25}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 26 **B)** 36 **C)** 41 **D)** 46 **E)** 50

19. $\left.\begin{matrix} ax + 4y = 10 \\ 6x + by = 20 \end{matrix}\right\}$ denklem sisteminin b = m için çözüm kümesi sonsuz elemanlı iken b = m ve $a \neq n$ için çözüm kümesi tek elemanlı oluyorsa $m \cdot n$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 24

20. Bir diş fırçalama süresi boyunca açık bırakılan musluktan kişi başına ortalama 2,5 litre su israf olmaktadır. 1 ton suyun ortalama 6 TL olduğu ülkemizde lise düzeyinde öğrenim gören 4 milyon 500 bin öğrenci, günde iki kez diş fırçaladıkları süre boyunca muslukları kapalı tutarak bir yılda kaç milyon TL tasarruf yapmış olurlar?
(1 ton = 1000 litre ve 1 yıl 360 gün olacak.)

A) 48,6 **B)** 46 **C)** 45 **D)** 42 **E)** 36

3. ÜNİTE: AÇILAR

3.1. DOĞRUDA AÇILAR
3.2. ÜÇGENDE AÇILAR
3.3. GEOMETRİK OYUNLAR



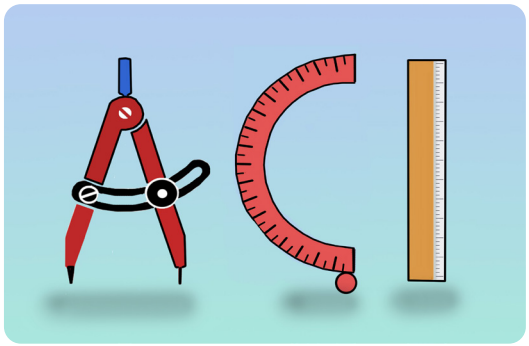
Bu bölümde
- Açı kavramını açıklamayı,
- Açı çizimi yapmayı,
- Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar ile ilgili uygulamalara yönelik işlemler yapmayı,
- Üçgen kavramını açıklamayı,
- Üçgen çizimi yapmayı,
- Üçgende açı ile ilgili uygulamalar yapmayı,
- Geometrik oyunları oynamayı öğreneceksiniz.

3.1. DOĞRUDA AÇILAR

3.1.1. Açı Kavramının Tarihsel Gelişimi

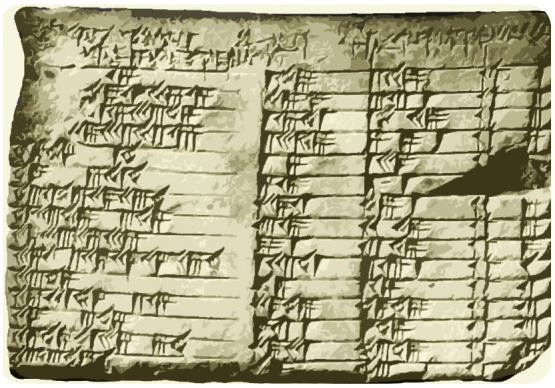
Etkinlik

Açı kavramının tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



İran'ın Horasan bölgesinde, eski Babil şehrinden 350 km uzaktaki Susa yakınlarında bulunan bir tabletin 1950 yılında yapılan tercümesi ile Babillilerin açıları bildikleri ve köşesi bir çemberin merkezi olan bir tam açının ölçüsünde 360 ı kullandıkları ortaya çıkmıştır. Bugün Berlin'deki Neueus (Neus) Müzesi'nde yer alan kaya tabletlerinden de Mısırlıların MÖ 1500 yıllarında bir cismin yüksekliğini ölçerken güneşin gölgesinden faydalandıkları ve bu hesaplamalarda açı ölçüsünü kullandıkları anlaşılmaktadır.

Açı kavramı geometri alanındaki gelişmelere paralel olarak Öklid (MÖ 330-275), David Hilbert (1862-1943, Deyvid Hilbert), George David Birkhoff (1884-1944, Corc Deyvid Birkof), Saunders Mac Lane (1909-2005, Saunders Mek Layn) gibi matematikçilerin tanım, aksiyom ve çalışmalarında yer almıştır.

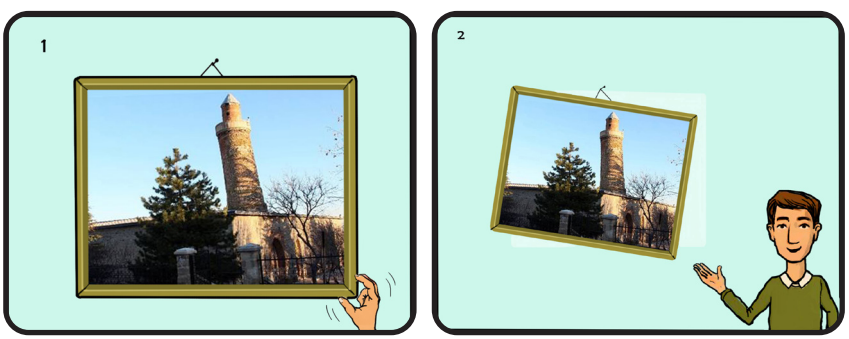


(Neus Müzesinde yer alan Babil tableti)

Türkiye'de Türkçenin bilim dili olarak gelişmesi, zenginleşmesi düşüncesiyle 1936-1937 yıllarının kış aylarında Dolmabahçe Sarayı'nda Mustafa Kemal Atatürk tarafından yine onun el yazısıyla bir geometri kitabı yazılmıştır. Kitabın kapağında "Geometri öğretenlerle bu konuda kitap yazacaklara kılavuz olarak Kültür Bakanlığınca neşredilmiştir." yazısı yer almaktadır. Atatürk'ün yazdığı 44 sayfalık "Geometri" kitabında yüz yirmi dokuz terimin tanımlarıyla birlikte verildiği görülmektedir. Bugün neredeyse tamamı yaygın olarak kullanılan artı, eksi, bölü, çarpım, üçgen, dörtgen, beşgen, köşegen, eşkenar, ikizkenar, çap, yamuk, boyut, uzay, yüzey, yay, teğet, düşey, dikey gibi terimlerin Atatürk tarafından türetildiği ve bilim dünyasının hizmetine sunulduğu bilinmektedir. (Atatürk, 2007)

Günlük hayatta karşılaşılan; arazi sınırlarını hesaplama, mimari, konum-harita hesaplamaları vb. alanlarla ilgili problemlerin çözümünde temel geometrik beceriler yatmaktadır. Pergel ve cetvelle yapılacak çizim, kâğıt kaplama, kâğıt kesip yapıştırma çalışmaları açıların kavranmasına yardımcı olmaktadır.

Fahrettin Karaaslan tarafından, 1157 yılında bugünkü Elazığ'ın tarihî Harput Mahallesi'nde inşa ettirilen Harput Ulu Camisi'nin minaresinde sonradan meydana gelen eğiklik, ziyarete gelenlerin dikkatini çekerken akıllara İtalya'da bulunan Pisa Kulesi'ni getirmektedir. Büyük Selçukluların İran bölgesinde yapmış olduğu ulu camilerin Anadolu'daki ilk örneklerinden biri olan caminin minaresinde 3 ile 7 derece arasında değişen eğikliğin Pisa Kulesi'nden daha fazla olduğu belirtilmektedir. Büyük Selçuklunun İran coğrafyasında yaptığı ulu camilerin Anadolu'ya bir yansıması olması bakımından önemli bir eser özelliği taşıyan Harput Ulu Camisi, sırsız tuğlalarla inşa edilerek dekoratif olarak da estetik bir görünüm kazanmıştır. Minaresinde bazı çatlamalar söz konusu olmakla beraber esnemesinden dolayı bu, herhangi bir statik denge sorunu yaratmamaktadır.

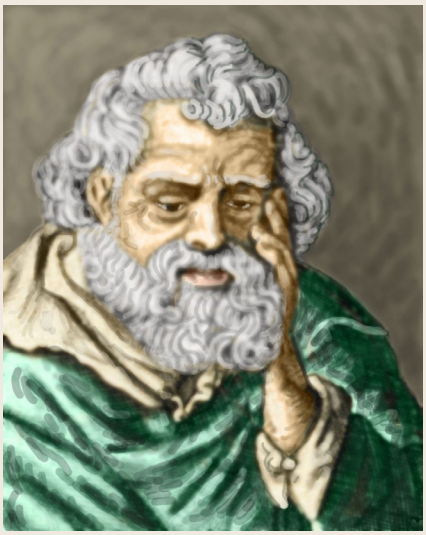


Bunları Biliyor Muydunuz?

1. Açılar kullanılarak sahnede gölgeleme yapıldığını,
2. Karagöz Hacivat oyunlarının ışığa verilen açıyla yönlendirildiğini,
3. Pisa kulesinin yıkılmadan en fazla kaç derece açıya kadar dengede durabildiği hesaplandığı için eğik görüntüsünün korunduğunu, biliyor muydunuz?

Siz de günlük hayatta açıların kullanıldığı yerlere örnek veriniz.

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Euclides [Öklid (MÖ 365-300)]

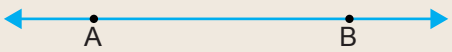
İskenderiyeli Matematikçi Öklid, geometriyle en çok özdeşleşen bilim insanıdır.

İskenderiye'de büyük bir matematik okulu kuran Öklid, çağlar boyu matematikle ilgilenen hemen herkesin gözdesi olmuştur. Başlangıçtan kendi zamanına kadar bilinen geometriyi "Elemanlar" adını verdiği kitabında toplamıştır. Geometriyi ispat ve aksiyomlara dayalı bir dizge olarak işleyen Öklid'in "Elemanlar" kitabı 13 bölümden oluşmaktadır. Kendinden önceki matematikçi ve geometricilerin çalışmalarını temel alan Öklid'in bu yapıtı, iki bin üç yüz yıl boyunca önemli bir başvuru kaynağı olarak kullanılmıştır. Düzlem geometrisi, aritmetik, sayılar kuramı, irrasyonel sayılar ve katı cisimler geometrisi Öklid'in kitabında ele aldığı başlıca konulardır.

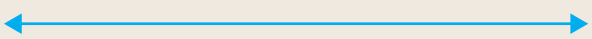
Öklid'in her önermeyi daha önceki önermelerden çıkarma yöntemi, kendisine atfedilen "Geometrinin Babası" sözünü de haklı kılar. Öklid derlemesinin tutarlı bir bütün olmasını sağlamak için kanıt gerektirmeyen apaçık gerçekler olarak 5 aksiyom ortaya koymuştur. Diğer bütün önermeleri bu aksiyomlardan çıkarmıştır. Euclides < http://acikerisim.istanbul.edu.tr/bitstream/handle/123456789/32445/55193.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Öklid Aksiyomları

1. İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.



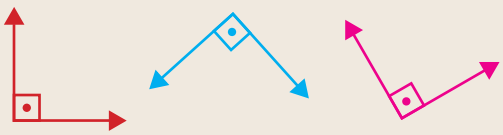
2. Bir doğru iki yöne de sınırsız bir şekilde uzatılabilir.



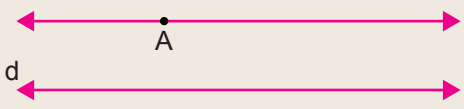
3. Merkezi ve üzerinde bir noktası verilen bir çember çizilebilir.



4. Bütün dik açılar eşittir.



5. Bir doğruya dışında alınan bir noktadan bir ve yalnız bir paralel çizilir.



3.1.2. Açı ile İlgili Temel Kavramlar ve Açı Çizimi

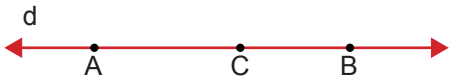
Nokta

Eni, boyu veya boyutu olmayan, soyut olması sebebiyle net bir şekilde tanımı yapılamayan ve geometrik yapıların tamamının temeli sayılabilecek bir kavram olan nokta; konum bildirmek amacıyla kullanılır. Nokta, bir kalem ucunun kâğıtta bıraktığı iz şeklinde tanımlanır ve nokta boyutsuzdur . Geometride noktalar A, B, C, … gibi büyük harflerle isimlendirilir.



Doğru

Her iki yönde sonsuza uzanan aynı doğrultudaki noktalar kümesidir. Doğru tek boyutludur. Eni ve yüksekliği (kalınlığı) yoktur. Doğru, alfabenin küçük harflerinden biri ile veya doğru üzerinden seçilen iki nokta ile isimlendirilir.



d doğrusu aynı zamanda AB, AC ve CB doğrusu şeklinde de isimlendirilir.



AB doğrusu

Doğru Parçası

Bir doğrunun üzerindeki iki nokta ile sınırlandırılmış noktalar kümesidir. Doğru parçası uç noktaları ile adlandırılır.



[AB] "AB doğru parçası"

Işın

Işın; başlangıç noktası belli, tek yönde sonsuza kadar giden noktalar kümesidir.

Işının başlangıç noktası ışına dâhildir.

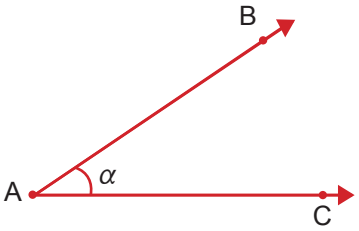


[AB şeklinde yazılır ve "AB ışını" olarak okunur.

Açı

Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesine açı denir.

Şekildeki A açısı $\hat{A}$ şeklinde veya $\widehat{BAC}$ veya $\widehat{CAB}$ gösterilir.



$\hat{A} = [AB \cup [AC$
A açının köşesi
$[AB$ ve $[AC$ açının kolları (kenarları)
$m(\hat{A}) = \alpha$, A açısının ölçüsü α dır.

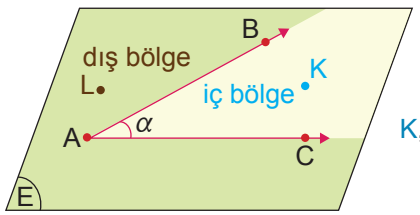
E düzleminde alınan ve köşesi A olan bir açı, bulunduğu düzlemi kendisi dâhil 3 nokta kümesine ayırır:

1. Açının kendisi
2. Açının iç bölgesi
3. Açının dış bölgesi

Açı ile açının iç bölgesinin birleşim kümesine açısal bölge denir.

BAC açısal bölgesi, $(\widehat{BAC})$ şeklinde gösterilir.

$(\widehat{BAC}) = \widehat{BAC} \cup \{BAC \text{ açısının iç bölgesi}\}$



$(\widehat{BAC}) \subset E$
$A, B, C \in \widehat{BAC}$ ve $K, L \notin \widehat{BAC}$
$K, A, B, C \in (\widehat{BAC})$
$L \notin (\widehat{BAC})$ L noktası açısal bölgenin dışındadır.

Açı ölçmede en çok kullanılan birim derecedir. Bir çember yayının tamamını gören merkez açının ölçüsü, 360° olarak alınır ve çember yayının $\frac{1}{360}$ ını gören merkez açının ölçüsüne, 1 derece denir.

Derecenin alt birimleri dakika ve saniyedir.

$1^\circ = 60'$: 1 derece 60 dakikadır.
$1' = 60''$: 1 dakika 60 saniyedir.

Şimdi Yapabilirsin

Aşağıdaki ifadelerde boş bırakılan yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.

1. Her iki yönde sonsuza kadar uzanan aynı hizadaki noktalar kümesine ..... denir.

2. Başlangıç ve bitiş noktaları dâhil aynı hizadaki noktalar kümesine ..... denir.

3. Açı ve açının iç bölgesinin birleşim kümesine ..... denir.

4. Bir ABC açısının ölçüsü ..... şeklinde gösterilir.

Örnek

A ve B açılarının ölçüleri, $m(\hat{A}) = 65°39'43''$ ve $m(\hat{B}) = 46°55'56''$ olarak veriliyor. Buna göre:

a) $m(\hat{A}) + m(\hat{B})$ işleminin sonucunu bulunuz.

b) $m(\hat{A}) - m(\hat{B})$ işleminin sonucunu bulunuz.

c) $3m(\hat{A})$ değerini bulunuz.

Çözüm

a)
$$\begin{array}{r} 65°39'43'' \\ +\ 46°55'56'' \\ \hline 111°94'99'' \\ 111°95'39'' \\ 112°35'39'' \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 65°39'43'' \\ -\ 46°55'56'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64°98'103'' \\ -\ 46°55'\ 56'' \\ \hline 18°\ 43'\ 47'' \end{array}$$

c)
$$\begin{aligned} 3(65°39'43'') &= 195°117'129'' \\ &= 195°119'09'' \\ &= 196°59'09'' \end{aligned}$$

Şimdi Yapabilirsin

1. Ölçüleri $m(\hat{A}) = 72°23'35''$ ve $m(\hat{B}) = 23°51'49''$ olarak verilen A ve B açılarının toplamını ve farkını bulunuz.

2. Bir A açısı için $m(\hat{A}) = 43°37'53''$ olduğuna göre $2m(\hat{A})$ nın değeri kaçtır?

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Matrakçı Nasuh (1480-1564)

Matrakçı Nasuh, 1480'de Saraybosna'da doğmuştur. II. Bayezid döneminde Enderun'da yetişmiştir. Matrak oyununda usta olmasından dolayı Matrakçı lakabını almıştır.

Tarih, minyatür ve matematik konusunda çalışmaları vardır. Matrakçı Nasuh'un **minyatür-harita** karışımı kendine has bir üslubu vardır, eserlerinde yeryüzünün kuşbakışı görünümünü resmeder. Buna karşın şekilleri tepeden değil, sanki karşıdan görüyormuş gibi çizer. Geometri ve matematik alanındaki çalışmaları neticesinde uzunluk ölçülerini gösteren cetveller hazırlamıştır.

Nasuh'un ilk yapıtı olan 1517'de Yavuz Sultan Selim'e sunduğu **"Aritmetiğin İlkesi"** adlı kitabı uzun süre medreselerde ders kitabı olarak okutulmuştur. Geometri ve matematik üzerine "Cemalül'l-Küttab", "Kemalü'l-Hisab" ve "Umdetü'l-Hisab" adlı kitapları yazmıştır. Matrakçı Nasuh, < https://islamansiklopedisi.org.tr/matrakci-nasuh>.

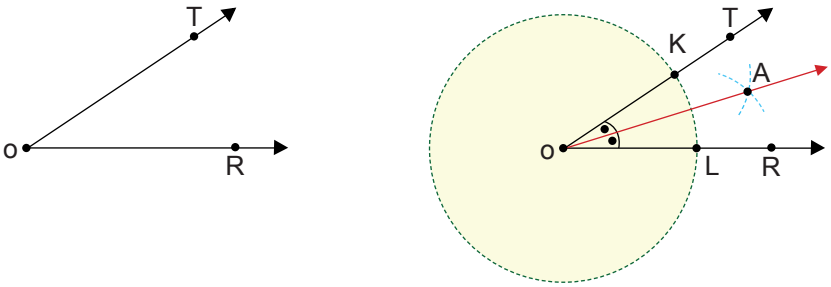
Bir Açının Açıortayını Çizme

Verilen bir O açısının açıortayı aşağıdaki gibi üç adımda çizilir.

1. Adım: Pergelin ucu O noktasına yerleştirilir, açının kenarlarını kesen O merkezli bir çember çizilir. Oluşan kesim noktaları K ve L olarak isimlendirilir.

2. Adım: Pergelin açıklığı bozulmadan K ve L merkezli açının iç bölgesinde kesişen iki çember yayı çizilir ve bu yayların kesim noktası A olarak isimlendirilir.

3. Adım: O ve A noktaları birleştirilerek O açısının açıortayının çizimi tamamlanır.

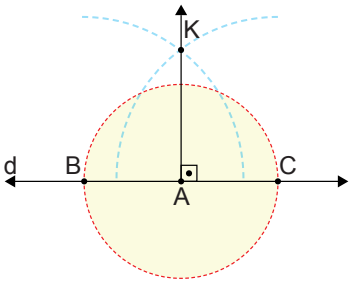


Bir Doğruya Üzerindeki Bir Noktadan Dikme Çizme

1. Adım: d doğrusu üzerindeki A noktasından doğruyu B ve C noktalarında kesen bir çember çizilir.

2. Adım: Pergel [BC] uzunluğunun yarısından fazla açılarak B ve C merkezli çember yayları çizilir ve bunların kesim noktasına K denir.

3. Adım: [AK çizilir. $[AK \perp d$ ve $m(\widehat{CAK}) = 90^\circ$ olur.



Bir Doğruya Dışındaki Bir Noktadan Dikme Çizme

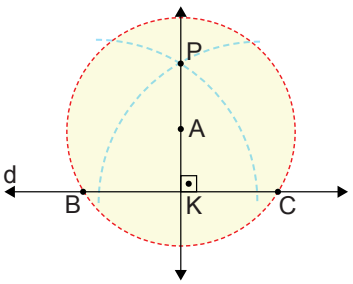
Bir d doğrusu ve bu doğrunun dışında bir A noktası verilsin.

1. Adım: A merkezli bir çember ile d doğrusu B ve C noktalarında kestirilir.

2. Adım: Pergel [BC] uzunluğunun yarısından fazla açılarak B ve C merkezli çember yayları çizilir. Çizilen bu çember yaylarının kesiştiği noktalardan A noktası tarafında olan nokta P noktası olarak isimlendirilir.

3. Adım: AP doğrusu çizilir ve d ile kesim noktasına K denir.

$AK \perp d$ ve $m(\widehat{CKA}) = 90^\circ$ olur.

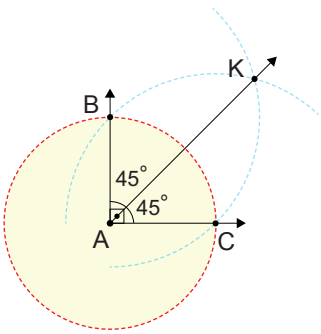


45º lik Açı Çizimi

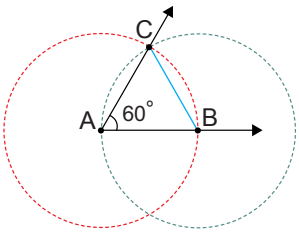
1. Adım: Bir önceki örnekte verilen yöntemle 90º lik bir A açısı çizilir. Açının kollarını B ve C noktalarından kesen A merkezli çember çizilir.

2. Adım: Pergelin açıklığı değiştirilmeden aynı yarıçaplı, B ve C merkezli çember yayları; açının iç bölgesinde kesiştirilir ve kesim noktasına K denir.

3. Adım: [AK çizilir ve 90° lik açının açıortayı çizilmiş olur.



$m(\widehat{BAK}) = m(\widehat{KAC}) = 45^\circ$

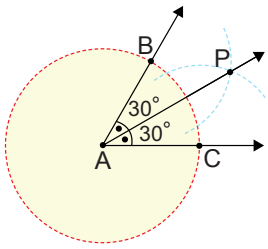


60º lik Açı Çizimi

1. Adım: Bir $[AB$ ve A merkezli, $|AB|$ yarıçaplı bir çember çizilir.

2. Adım: B merkezli $|AB|$ yarıçaplı çember çizilerek A merkezli çember ile kesiştirilir ve kesim noktasına C denir.

3. Adım: $[AC$ çizilir ve 60º lik açı elde edilmiş olur. $\overset{\triangle}{CAB}$ eşkenar üçgendir.



$m(\widehat{BAP}) = m(\widehat{PAC}) = 30°$

30º lik Açı Çizimi

1. Adım: Bir önceki örnekte verilen yöntemle 60º lik bir A açısı çizilir.

2. Adım: A merkezli bir çember çizilir, çemberin açının kollarını kestiği noktalara B ve C denir.

3. Adım: Pergelin açıklığı değiştirilmeden aynı yarıçaplı B ve C merkezli çember yayları açının iç bölgesinde kesiştirilir ve bu noktaya P denir.

4. Adım: $[AP$ çizilerek 60º lik açıdan 30º lik iki açı elde edilmiş olur.

Bir Açıya Eş Açı Çizme

Bir O açısı verilmiş olsun.

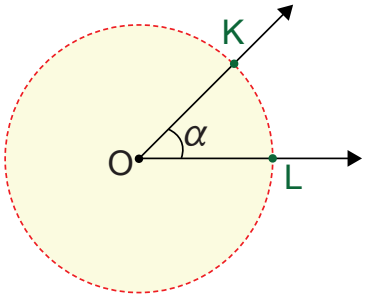
1. Adım: Bir $[AB$ çizilir.

2. Adım: Aynı yarıçap uzunluğunda O ve A merkezli çemberler çizilir.

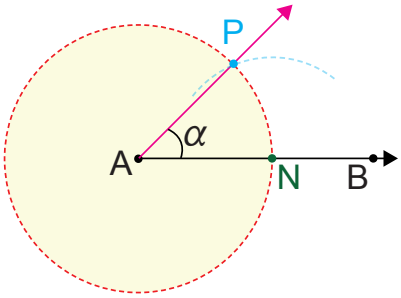
3. Adım: O merkezli çemberin açıyı kestiği noktalar K ve L olsun. A merkezli çemberin $[AB$ nı kestiği nokta N olsun.

4. Adım: Pergel $|KL|$ kadar açılır. Açıklık değiştirilmeden N merkezli, $|KL|$ yarıçaplı çember yayı çizilir. Yayın çemberi kestiği nokta P olarak adlandırılır.

5. Adım: $[AP$ çizildiğinde O açısına eş A açısının çizimi tamamlanmış olur.



$\widehat{KOL} \cong \widehat{PAN}$



$m(\widehat{KOL}) = m(\widehat{PAN})$

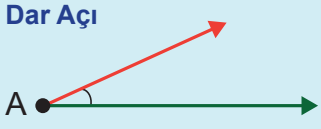
Şimdi Yapabilirsin

Çeşitli dinamik geometri yazılımlarını kullanarak çeşitli ölçülerde açıları ve birbirine eş açıları çiziniz.

3.1.3. Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar

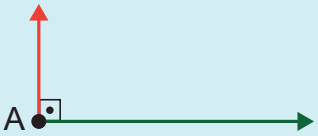
Ölçülerine Göre Açı Çeşitleri

Dar Açı



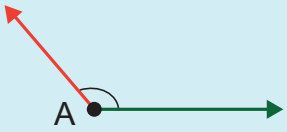
$0° < m(\hat{A}) < 90°$

Dik Açı



$m(\hat{A}) = 90°$

Geniş Açı



$90° < m(\hat{A}) < 180°$

Doğrusal Açı



$m(\hat{A}) = 180°$

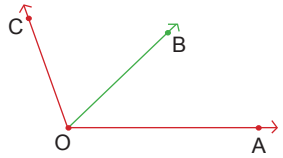
Tam Açı



$m(\hat{A}) = 360°$

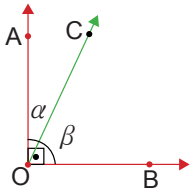
Komşu Açılar

Bir kenarları ortak ve diğer kenarları ortak kenarın farklı tarafında bulunan açılara **komşu açılar** denir. Aşağıdaki şekilde AOB ile BOC açıları komşu açılardır.



Tümler Açılar

Ölçüleri toplamı $90°$ olan iki açıya **tümler açılar** denir. Eğer açılar komşu ve ölçüleri toplamı $90°$ ise bu iki açıya **komşu tümler açılar** denir.

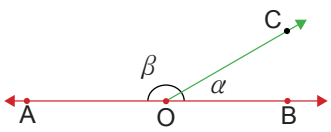


$\alpha + \beta = 90°$ ve $A\hat{O}C$ ile $C\hat{O}B$ komşu açılar olduğundan

$A\hat{O}C$ ile $C\hat{O}B$ komşu tümler açılardır.

Bütünler Açılar

Ölçüleri toplamı $180°$ olan iki açıya **bütünler açılar** denir. Eğer açılar komşu ve ölçüleri toplamı $180°$ ise bu iki açıya **komşu bütünler açılar** denir.



$\alpha + \beta = 180°$ ve $B\hat{O}C$ ile $C\hat{O}A$ komşu açılar olduğundan

$B\hat{O}C$ ile $C\hat{O}A$ komşu bütünler açılardır.

Örnek

Birbirinin tümleri olan iki açıdan birinin ölçüsü, diğerinin 2 katından 12° fazla olduğuna göre büyük açının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm

Küçük açının ölçüsü: α

Büyük açının ölçüsü: $2\alpha + 12^\circ$

$\alpha + 2\alpha + 12^\circ = 90^\circ$

$3\alpha = 78^\circ$

$\alpha = 26^\circ$

olduğundan büyük açının ölçüsü 64° olur.

Örnek

Ölçüleri farkı 32° olan bütünler iki açının ölçülerini bulunuz.

Çözüm

Bütünler iki açı a ve b olsun. Bu durumda

$$\begin{array}{rl} & a + b = 180^\circ \\ + & a - b = 32^\circ \\ \hline & 2a = 212^\circ \end{array}$$

$a = 106^\circ$ ve $b = 74^\circ$ bulunur.

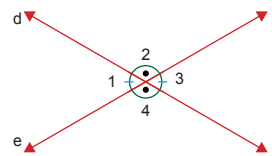
Şimdi Yapabilirsin

1. Tümler açısı ile bütünler açısının ölçüleri toplamı 122° olan açının ölçüsü kaç derecedir?

2. Bütünler iki açıdan birinin ölçüsü, diğerinin ölçüsünün 3 katından 20° eksiktir. Büyük açının ölçüsü kaç derecedir?

Ters Açılar

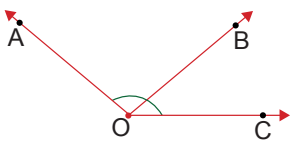
İki doğrunun kesişmesi ile oluşan karşılıklı açılara "ters açılar" denir. Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.



Şekilde 1 ile 3 numaralı açılar ve 2 ile 4 numaralı açılar ters açılardır ve ölçüleri eşittir.

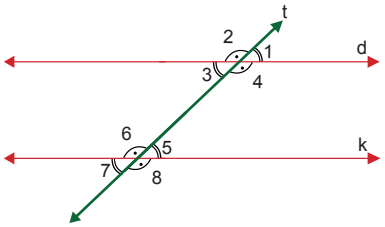
Komşu Açılar

Köşesi ve kenarlarından biri ortak olan açılara **komşu açılar** denir.



Şekildeki AOB açısı ile BOC açısı komşu açılardır.

Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar



d//k

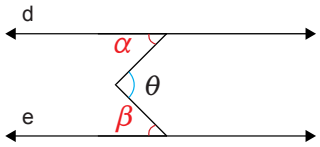
a) Yöndeş Açılar: Aynı yöne bakan ve kenarları paralel olan açılara denir. Şekildeki açılardan 1 ile 5, 2 ile 6, 3 ile 7 ve 4 ile 8 numaralı açılar yöndeş açılardır ve yöndeş açıların ölçüleri birbirine eşittir.

b) Dış Ters Açılar: Paralel doğruların dışında kalan ters yönlü açılara denir. Şekildeki 1 ile 7 ve 2 ile 8 numaralı açılar dış ters açılardır ve dış ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

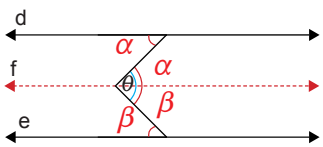
c) İç Ters Açılar: Paralel doğruların arasında kalan ters yönlü açılara denir. Şekildeki 3 ile 5 ve 4 ile 6 numaralı açılar iç ters açılardır ve iç ters açıların ölçüleri birbirlerine eşittir.

Doğruda Açılar ile İlgili Kurallar

1.

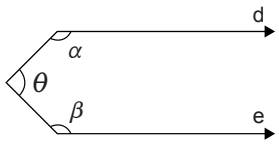


d//e olmak üzere
$\alpha + \beta = \theta$

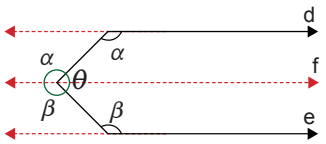


d//e//f
$\alpha + \beta = \theta$

2.

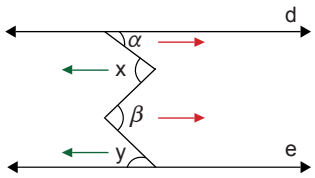


d//e olmak üzere
$\alpha + \theta + \beta = 360^\circ$

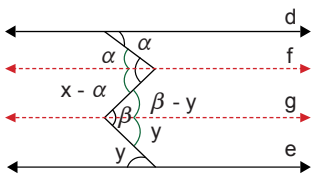


d//e//f
$\alpha + \theta + \beta = 360^\circ$

3.



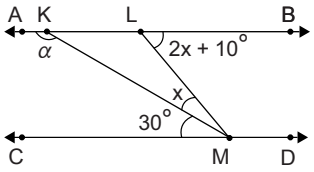
d//e ve $x + y = \alpha + \beta$



d//e//f//g
$x - \alpha = \beta - y$
$x + y = \alpha + \beta$

Şekilde ölçüleri; α, β, x ve y olarak verilen açılardan sağa bakan açıların ölçüleri toplamı, sola bakan açıların ölçüleri toplamına eşittir.

Örnek



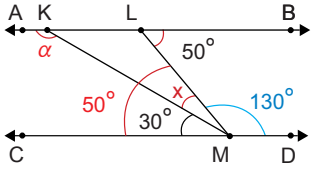
Şekilde AB//CD,

$m(\widehat{BLM}) = 2x + 10^\circ$

$m(\widehat{KML}) = x$, $m(\widehat{KMC}) = 30^\circ$ ve

$m(\widehat{AKM}) = \alpha$ ise $\alpha + x$ değeri kaçtır?

Çözüm



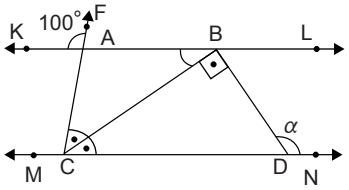
$m(\widehat{BLM}) = m(\widehat{LMC})$ (iç ters açılar)

$2x + 10^\circ = x + 30^\circ$ ise $x = 20^\circ$

$\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$x + \alpha = 150^\circ + 20^\circ = 170^\circ$

Örnek



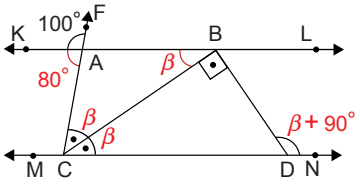
Şekilde KL//MN , $[CB] \perp [BD]$

$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{BCD})$,

$m(\widehat{KAF}) = 100^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{BDN}) = \alpha$ değerini bulunuz.

Çözüm



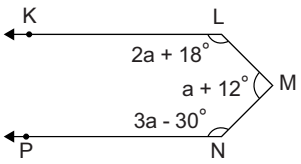
$m(\widehat{KAC}) = 80^\circ = 2\beta$

$\beta = 40^\circ$

$\alpha = \beta + 90^\circ$

$\alpha = 130^\circ$ bulunur.

Örnek



Şekilde [LK//[NP,

$m(\widehat{KLM}) = 2a + 18^\circ$,

$m(\widehat{LMN}) = a + 12^\circ$,

$m(\widehat{MNP}) = 3a - 30^\circ$

olduğuna göre a nın değerini bulunuz.

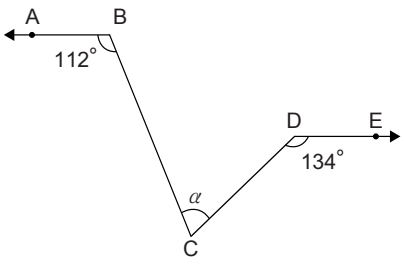
Çözüm

$2a + 18^\circ + a + 12^\circ + 3a - 30^\circ = 360^\circ$

$6a = 360^\circ$

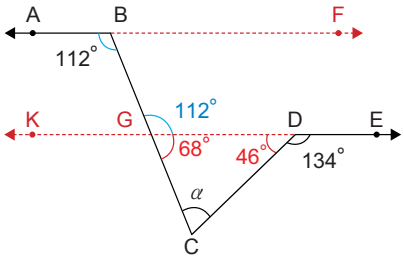
$a = 60^\circ$ bulunur.

Örnek



Şekilde $[BA // [DE$, $m(\widehat{ABC}) = 112^\circ$
$m(\widehat{CDE}) = 134^\circ$ olduğuna göre
$m(\widehat{BCD}) = \alpha$ kaç derecedir?

Çözüm



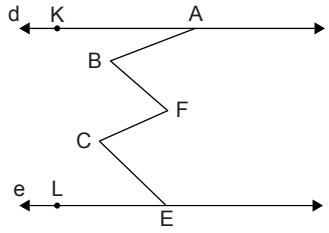
Şekildeki gibi $B \in AF$ ve $D \in KE$ olacak şekilde AF ve KE doğruları çizilir.

$m(\widehat{ABG}) = m(\widehat{BGD}) = 112^\circ$

$68^\circ + 46^\circ + \alpha = 180^\circ$

$\alpha = 66^\circ$ bulunur.

Örnek



Şekilde $d // e$ ve

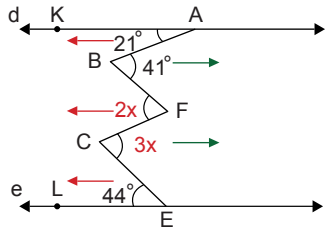
$m(\widehat{KAB}) = 21^\circ$,

$m(\widehat{ABF}) = 41^\circ$, $m(\widehat{CEL}) = 44^\circ$,

$3 \cdot m(\widehat{BFC}) = 2 \cdot m(\widehat{FCE})$ olduğuna göre

$m(\widehat{BFC})$ nın kaç derecedir?

Çözüm



$21^\circ + 2x + 44^\circ = 41^\circ + 3x$

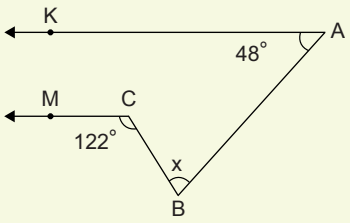
$65^\circ + 2x = 41^\circ + 3x$

$x = 24^\circ$

$m(\widehat{BFC}) = 48^\circ$ bulunur.

Şimdi Yapabilirsin

1.



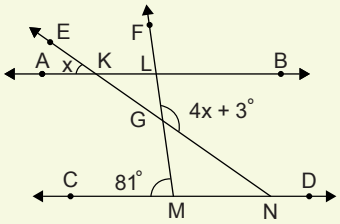
$[AK // [CM$

$m(\widehat{KAB}) = 48°$

$m(\widehat{MCB}) = 122°$ olduğuna göre

$m(\widehat{ABC}) = x$ değeri kaç derecedir?

2.



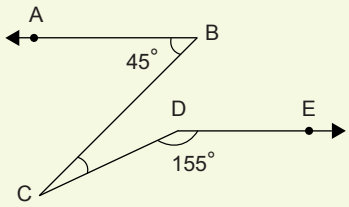
AB//CD, $[NE \cap [MF = \{G\}$

$m(\widehat{FMC}) = 81°$, $m(\widehat{EKA}) = x$

$m(\widehat{LGN}) = 4x + 3°$ ise

$m(\widehat{ENM})$ kaç derecedir?

3.

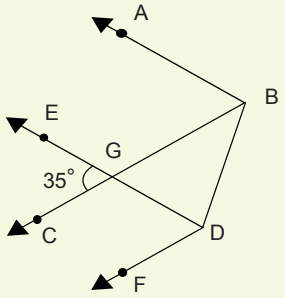


$[BA // [DE$

$m(\widehat{ABC}) = 45°$, $m(\widehat{CDE}) = 155°$ veriliyor. Buna göre

$m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

4.

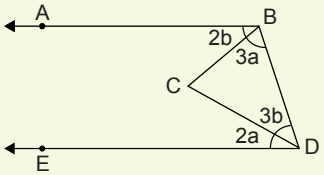


$[BA // [DE$, $[BC // [DF$

$m(\widehat{EGC}) = 35°$ ve $m(\widehat{ABD}) = 92°$ veriliyor.

$m(\widehat{BDF})$ kaç derecedir?

5.



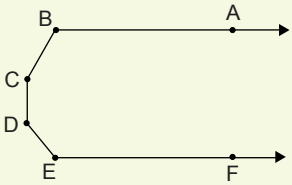
$[BA // [DE$

$m(\widehat{ABC}) = 2b$, $m(\widehat{CBD}) = 3a$

$m(\widehat{BDC}) = 3b$ $m(\widehat{CDE}) = 2a$ veriliyor. Buna göre

$m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

6.



$[BA // [EF$,

$m(\widehat{ABC}) = 130°$,

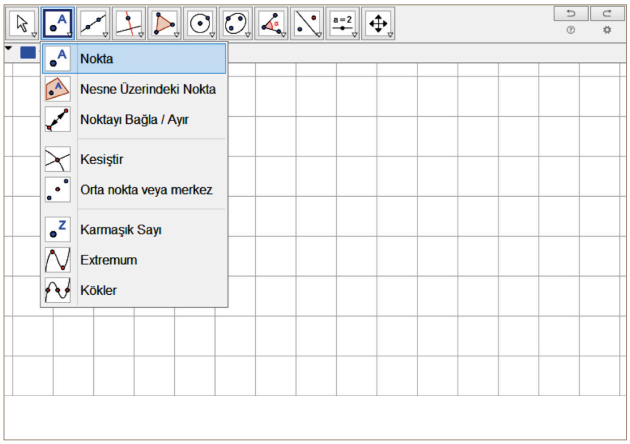
$m(\widehat{DEF}) = 120°$ ve

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CDE}) = x$

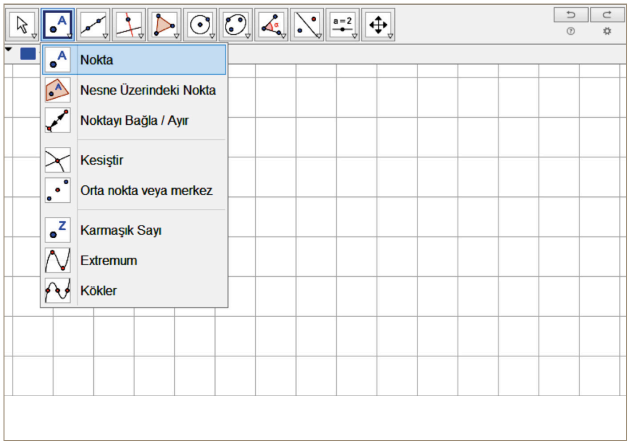
olduğuna göre x kaç derecedir?

Açı Çizimi

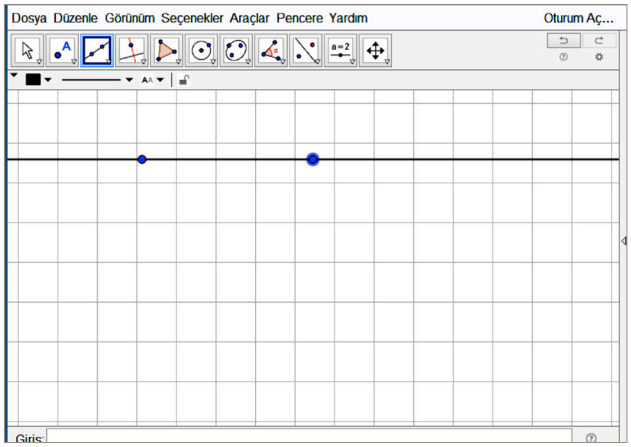
Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılarak paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların çizimi yapılabilmektedir. Farklı bilgisayar programları kullanılarak yapılabilen açı çizimleri dinamik geometri programı ile aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

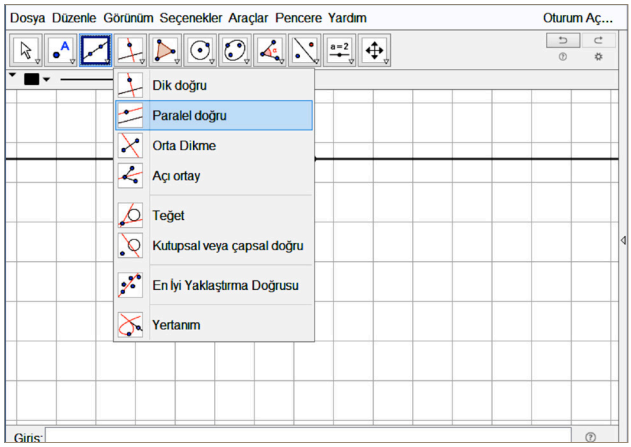


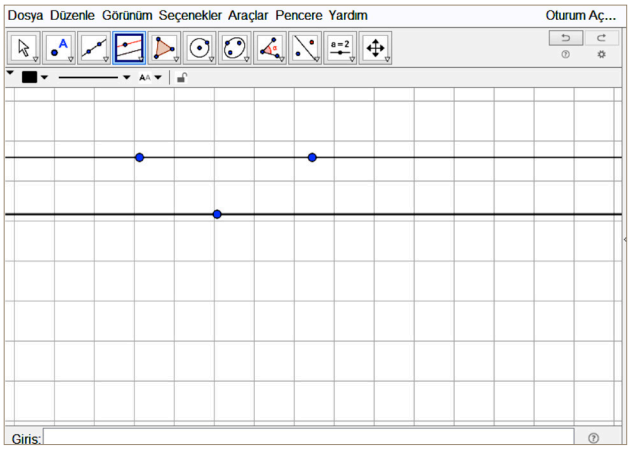
Görünümden geometri penceresi seçilir. **Nokta** seçildikten sonra ekranda herhangi bir yere nokta konur. Açılan ekrandan **doğru** seçilir.

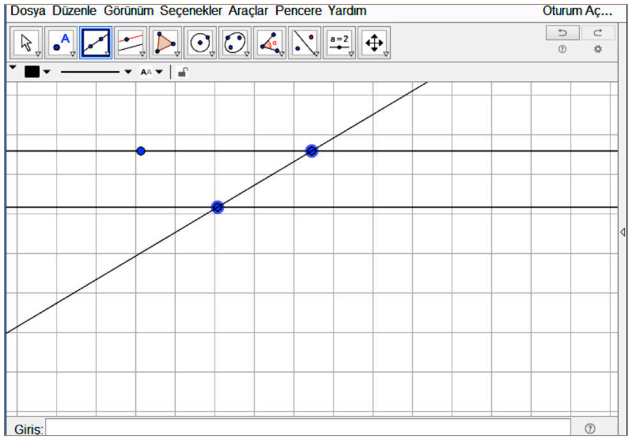


İlk aşamada bir **nokta** işaretlenir daha sonra çizilmek istenen doğrunun istikametinde herhangi bir yere tıklanıp bir nokta daha konur. **Paralel doğru** seçildikten sonra çizilen doğru tıklanır.

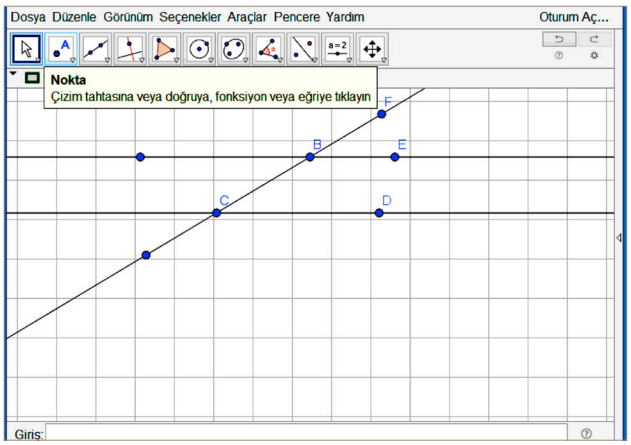


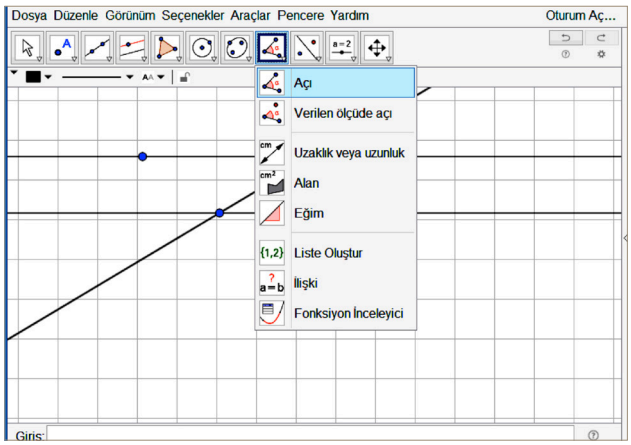




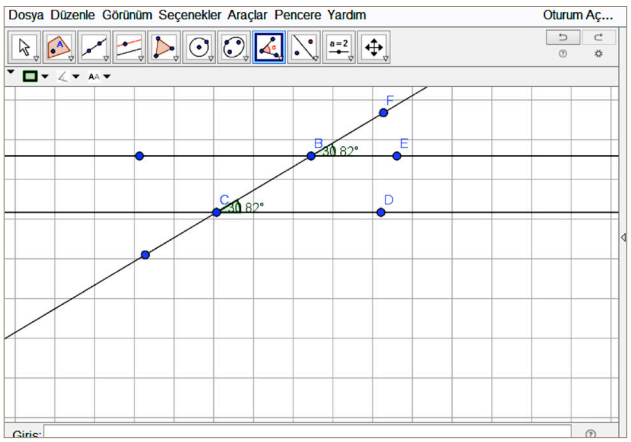


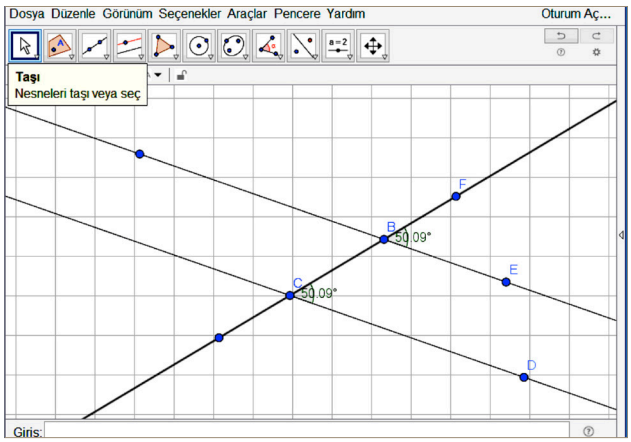
Doğrular üzerinde açıları isimlendirmek amacıyla farklı noktalar konur.
Seçenek listesinden açı seçilir.



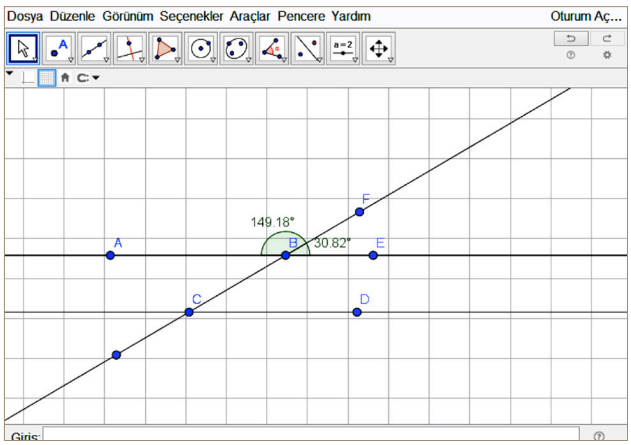


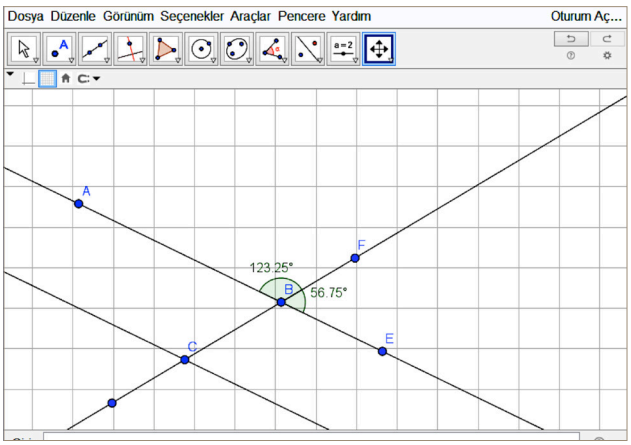
Sırasıyla E, B, F noktalarını seçerek $E\widehat{B}F$ açısının; D, C, B noktalarını seçerek $D\widehat{C}B$ açısının ölçüsü bulunur. Seçenek listesinden açı seçilir. Doğrulardan herhangi birisini tutarak şekil taşınır. Açıların ölçüleri değişse de eşitliğin bozulmadığı gösterilir.





Yöndeş açılar için yapılan bu uygulama; ters açı, iç ters açı ve dış ters açı için de gerçekleştirilir.
Aynı şekil üzerinden açı seçtikten sonra sırasıyla E, B, F noktaları işaretlenerek $E\widehat{B}F$ açısının ve F, B, A noktaları seçilerek $F\widehat{B}A$ nın ölçüsü bulunur.





Zamanda Yolculuk



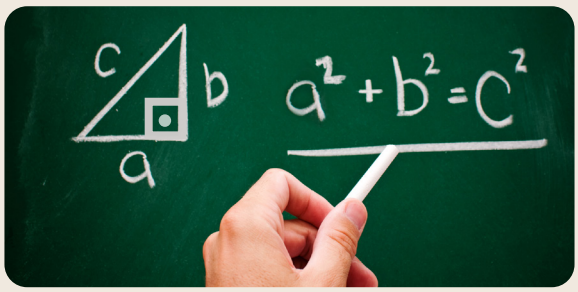
(Görsel temsilîdir.)

Pisagor (MÖ 596-500)

Pisagor MÖ 596-500 yılları arasında yaşamış ünlü Yunan filozof ve matematikçidir. Yaşadığı dönemde büyük baskılara maruz kaldığı için Güney İtalya'nın Crotone (Kroton) şehrine göç ederek burada büyük bir okul açmıştır.

En meşhur teoremi **Pisagor teoremi** olarak bilinen teoremdir. Bu sebeple "Sayıların Babası" olarak bilinir. Bu teorem kısaca şöyledir: Bir dik üçgende, dik kenarlar üzerine kurulan karelerin alanlarının toplamı, hipotenüs üzerine kurulan karelerin alanına eşittir. Pisagor teoremi, rasyonel sayılarla ölçülemeyen uzunluğun da var olduğunu gösterir. Astronomi ile de uğraşan Pisagor, Sabah Yıldızı ve Akşam Yıldızı'nın aynı olduğunu ortaya koymuş ve günümüzde Venüs olarak bildiğimiz bu cisme Afrodit adını vermiştir. Pisagor'un felsefesinde müzik önemli bir yere sahiptir.

Pisagor matematik, fizik, astronomi ve müzik dallarında pek çok buluş yapmış, çağının ilerisindeki düşünceleri nedeniyle dönemin siyasetçileri tarafından sürekli baskı görmüştür. Pisagor <http://turkoloji.cu.edu.tr/GENEL/fikri_akdeniz_pisagor_pisagorculuk_felsefesi.pdf>

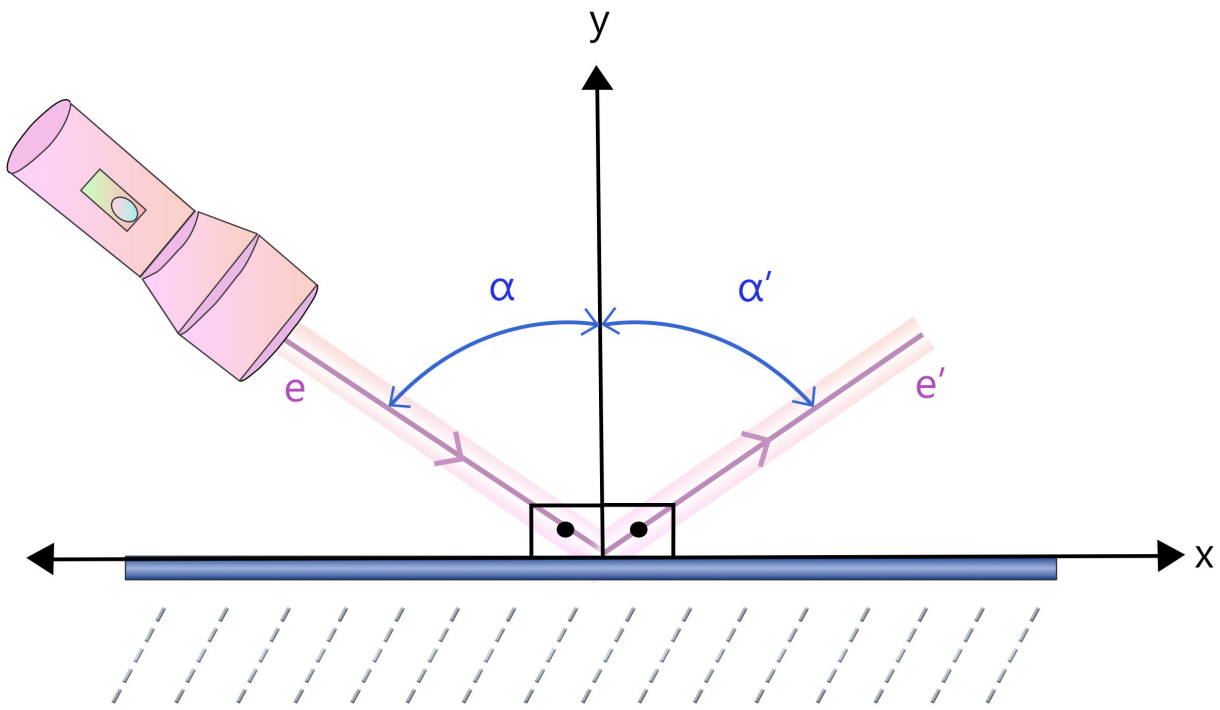


3.2. ÜÇGENDE AÇILAR

3.2.1. Üçgen Kavramının Tarihsel Gelişimi

Etkinlik

Üçgen kavramının tarihsel gelişimi hakkında araştırma yapınız. Araştırma sonuçlarını sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.



Üçgen kavramı, birçok zengin özelliğe sahip çokgenlerin en çok çalışılan özel bir hâlidir. Üçgen; kendi içinde Pisagor bağıntısı, Thales (Tales) bağıntısı gibi birçok ilginç özelliği barındırmaktadır. Üçgenlerin incelenmesi yoluyla diğer çokgenler hakkında da bilgilere ulaşmak mümkündür.

Tarihte ilk olarak Mısır Matematiği Dönemi'ne ait Ahmes Papirüsü'nde bazı geometrik problemlere rastlanmaktadır. Bu metinde ikizkenar üçgenin alan hesabı verilmektedir. Ayrıca ikizkenar üçgenin iki dik üçgenden oluştuğu ve bunların bir araya getirilerek bir dikdörtgen oluşturulabileceği açıklamaktadır. Metinde ikizkenar yamuk da benzer şekilde ele alınmıştır. Bu tür yaklaşımların geometride ispat etme fikrinin temelini oluşturduğu söylenebilir. Ahmes'ten sonra Edfu'dan günümüze ulaşan bir belgede üçgen, yamuk, dikdörtgen ve genel dörtgen örnekleri verilmiştir. Bu belgede "genel bir dikdörtgenin alanını bulmak için karşılıklı kenarların uzunluklarının aritmetik ortalamalarını çarpma" kuralı yer alır. Bu kural doğru olmamasına rağmen belgenin yazarı, bundan "Bir üçgenin alanı, iki kenar uzunluğunun toplamının yarısı ile üçüncü kenar uzunluğunun yarısı çarpılarak hesaplanır." sonucuna ulaşmıştır. Bu çabalar, geometrik şekiller arasındaki ilişkileri araştıran önemli bir örnektir. Ayrıca sıfır kavramının geometride bir büyüklüğün yerine kullanılması önemlidir. Susa'da bulunan Babillilere ait bir tablet ise geometrik şekillerin sistematik bir mukayesesi için iyi bir delildir ve Mısırlılarınkinden daha karmaşık bir içeriğe sahiptir.

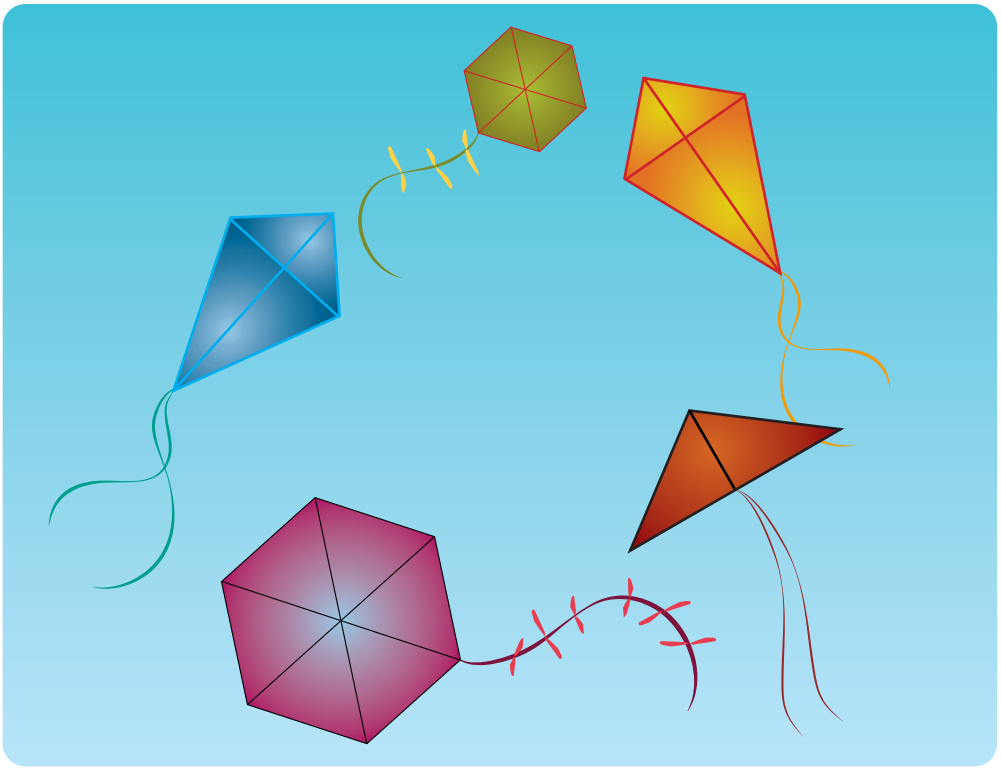
Hayat Üçgeni Yöntemi

Nesnelerin yanında oluşan hayatta kalmak için yeterli miktardaki boşluklara hayat üçgeni denmektedir. Deprem kuşağında olan Türkiye'de 1999 Marmara Depremi'nde birçok insan hayatını kaybetmiştir. Deprem anında insanların panikle bir nesnenin altına girdiği ve bu sebeple ezilerek hayatlarını kaybettiği görülmüştür. Deprem anında masa, sıra, yatak gibi eşyaların altına girmek yerine nesne ile zemin arasında oluşacak üçgen bölgeye ayaklar karına doğru çekilerek cenin şeklinde uzanılmalıdır.

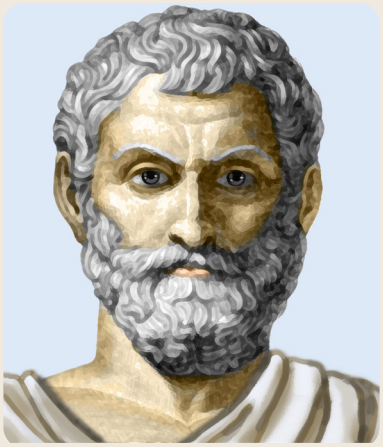
Birçok ülkede otellerde uyarı amaçlı "Deprem anında yatağın yanına uzanın!" notu bulunmaktadır. Bu, hayat üçgeni yönteminin birçok ülkede kullanılan bir yöntem olarak günlük hayatımıza girdiğini göstermektedir.



Uçurtma yaparken kullandığınız çıtalarla üçgenler oluşturduğunuzun farkında mısınız?



Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Thales (MÖ 624-546)

Thales, bugünkü Aydın ili sınırları içinde olan Milet'te dünyaya gelmiştir. Adı bilinen ilk filozof olduğu için felsefe ve bilimin öncüsü olarak kabul edilir. Eski Yunan'ın yedi bilgesinin ilkidir. Ticaretle uğraştığı için Mısır'da da bulunmuştur.

Heredot'a ve Eudemos'a (Yudemos) göre Thales, MÖ 28 Mayıs 585'te gerçekleştiği kabul edilen güneş tutulmasını önceden hesaplayıp haber vermiştir. Astronomi ile uğraşan ve gün dönümlerini önceden hesaplayan ilk gökbilimcidir. Ayın son gününe 30. gün adını ilk o vermiştir. Yıl içindeki mevsimleri de o bulmuş, bir yılı 365 güne bölmüştür. Gölgemizin bizimle aynı uzunlukta olduğu zamanı gözleyip piramitlerin boyunu gölgelerine bakarak ölçmüştür. Aynı zamanda Nil Nehri'nin yükselmesinin rüzgâra bağlı olduğunu bulmuştur. Matematik alanında da çığırlar açmış bir bilim insanıdır. Mısırlılardan geometriyi öğrenip Yunanlılara tanıtmıştır. **Thales teoremi** başta olmak üzere geometri alanında önemli teoremler bulmuştur. Kendi adına bir teorem bulunan ilk insan olması açısından matematiğin ve genelde de bilimin babası olarak kabul edilmektedir.

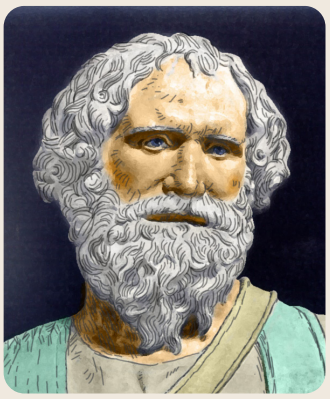
Thales matematik, gökbilim ve felsefe alanlarında çalışmalar yapmış ve bu alanlarda beş teorem keşfetmiştir, çalışmalarını da bu alanlarda yoğunlaştırmıştır.

Thales Teoremleri

1. Bir daire çapı tarafından eşit olarak ikiye bölünür.
2. İkizkenar üçgenin taban açıları eşittir.
3. Kesişen doğru çizgilerin karşıt açıları eşittir.
4. Bir yarım daire içine çizilen açı bir dik açıdır.
5. Tabanı ve taban açıları verilen bir üçgen çizilebilir.

Thales of Miletus, < https://www.iep.utm.edu/thales/>.

Zamanda Yolculuk



(Görsel temsilîdir.)

Archimedes [Arşimet (MÖ 287-212)]

MÖ III. yüzyılda Syracuse'da yaşayan Archimedes (Arşimet), çağının en büyük matematikçisi, fizikçisi ve mühendisi olarak kabul edilen Yunanlı bilim insanıdır.

Bir dairenin çevresinin çapına oranını yani pi sayısını yaklaşık olarak hesaplamış, silindir ve diğer geometrik şekillerin alan ve hacimlerinin nasıl hesaplandığını göstermiştir. Bugün denizcilikte gemilerden suyu çıkarmada kullanılan Arşimet vidası onun önemli buluşlarından birisidir. Ayrıca Arşimet, kaldıraç deneyleri ve sıvıların dengesi kanunları ile ünlüdür. Bir gün suyun kaldırma kuvvetini bulduğunda hamamdan "evreka evreka! (buldum buldum!)" diye fırlayarak koşmasıyla ünlüdür. Arşimet burada maddelerin boşlukta kapladığı alanı yani maddelerin hacmini bulmuştur. Böylece farklı maddelerin aynı ağırlıkta fakat değişik hacimde olabileceğini çözmüştür. Bugün Arşimet'in bu keşfi sayesinde, taş gibi düzgün bir geometriye sahip olmayan maddelerin hacimleri ölçülebilmektedir.

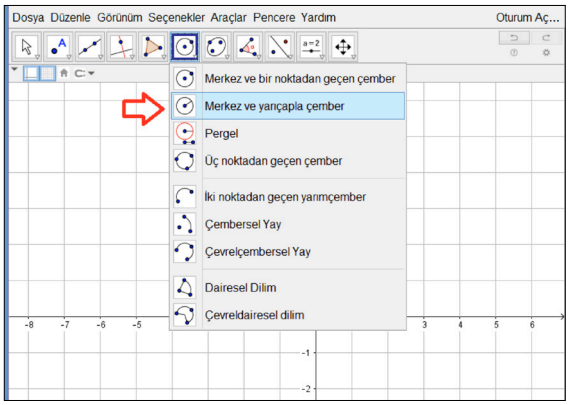
Arşimet'in geometriye yapmış olduğu en önemli katkılardan biri, bir kürenin yüz ölçümünün $4\pi r^2$ ye eşit olduğunu kanıtlamasıdır. Arşimet'in en parlak matematik başarılarından biri de eğri yüzeylerin alanlarını bulmak için bazı yöntemler geliştirmesidir. Ortaya koyduğu tüketme metodu ile bir parabol kesmesinin alanının aynı tabana ve yüksekliğe sahip bir üçgenin alanının 4/3 üne eşit olduğunu ispatlamıştır. İlk defa denge prensiplerini ortaya koyan bilim insanı da Arşimet'tir. Bu çalışmalarına dayanarak söylediği "Bana bir dayanak noktası verin dünyayı yerinden oynatayım." sözü yüzyıllardır hafızalarda yer etmiştir.

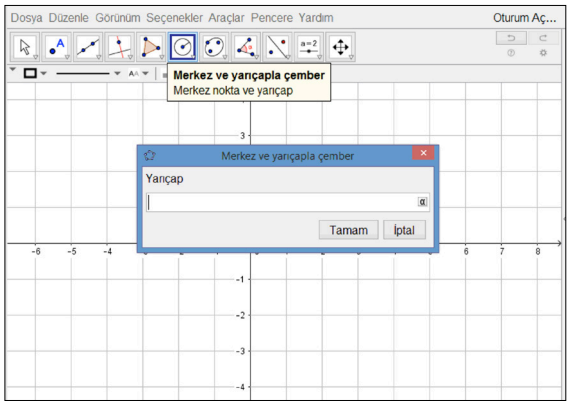
Archimedes, < http://www.baskent.edu.tr/~tkaracay/etudio/agora/zv/2007/pi2.htm>.

3.2.2. Üçgen Çizimleri

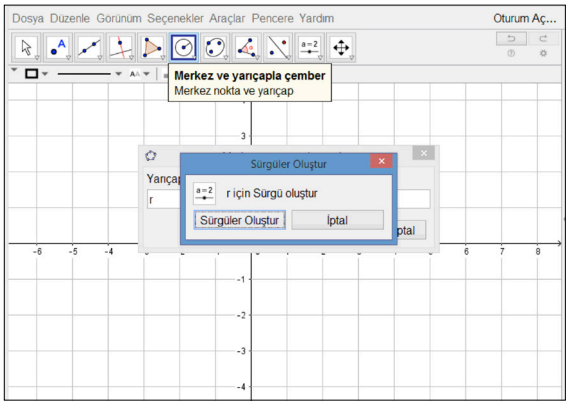
Eşkenar Üçgen Çizimi

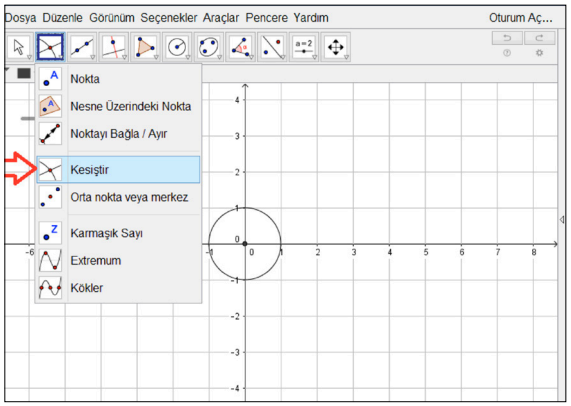
Dinamik geometri programı açılır. Görünümden geometri penceresi seçilir. Açılan ekrandan merkez ve yarıçapla çember seçilir. Orijini merkez kabul eden bir çember çizmek için önce orijin seçilir. Aşağıdaki ekran gelir.



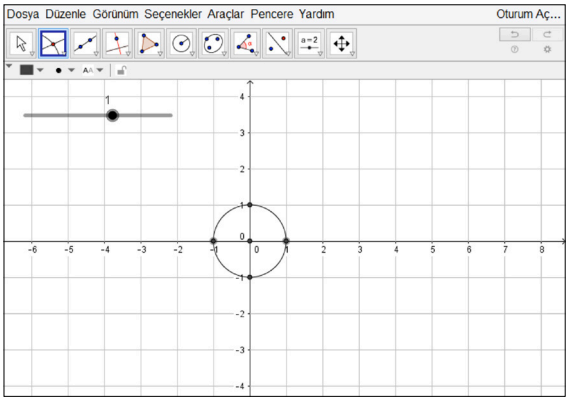


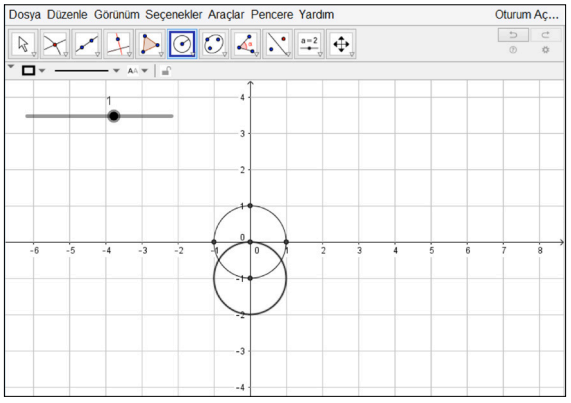
Açılan sayfada yarıçap yazısının altında bulunan giriş alanına klavyeden r yazılır. GeoGebra, r yarıçaplı sürgü oluşturacaktır. Çemberin x ve y eksenleriyle kesim noktasını bulmak için aşağıdaki gibi kesiştir seçilir.



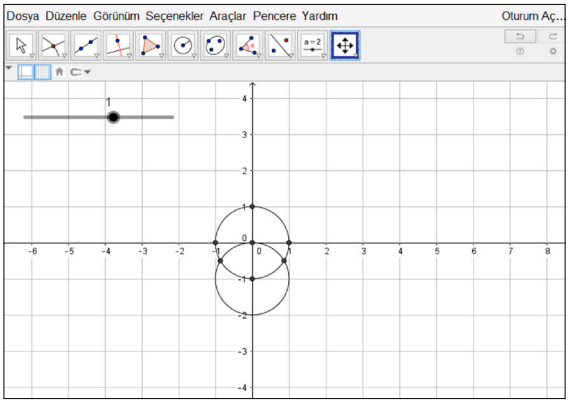


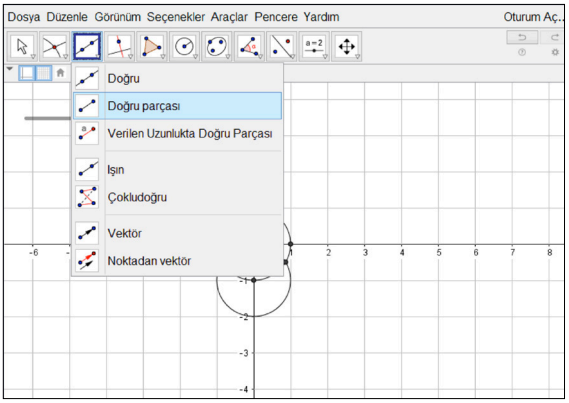
Önce çember daha sonra eksenler seçilerek çemberin eksenlerle kesiştikleri noktalar bulunur. Merkez ve yarıçapla çember seçildikten sonra çemberin x veya y eksenleriyle kesim noktalarından biri merkez alınarak r yarıçaplı bir çember daha çizilir.



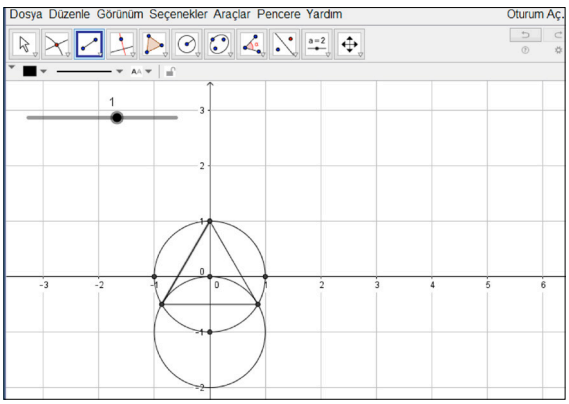


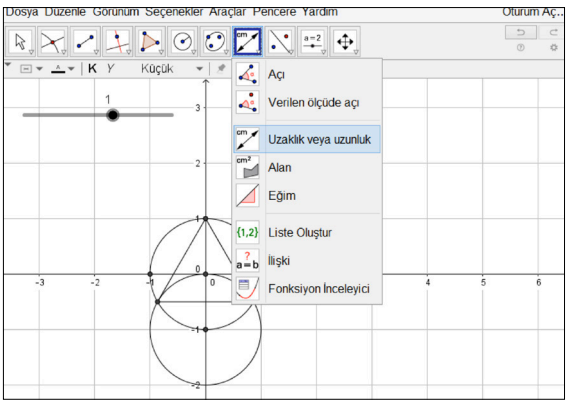
İki çemberin kesim noktaları, kesiştir komutu ile bulunur. Doğru parçası seçildikten sonra çemberlerin kesim noktaları seçilir.



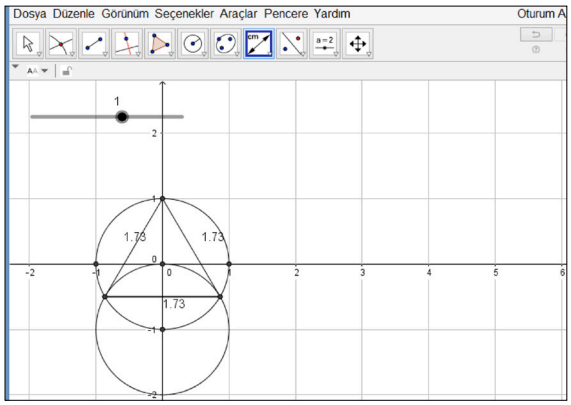


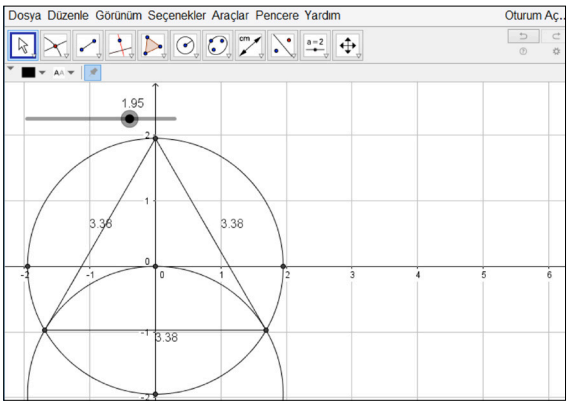
Çemberlerin kesim noktaları, sırasıyla (0, 1) noktasıyla doğru parçası sekmesi seçtikten sonra birleştirilir. Uzaklık veya uzunluk seçildikten sonra elde edilen kiriş uzunlukları tıklanır.



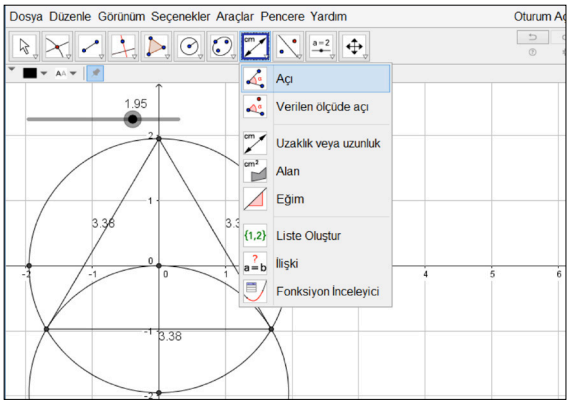


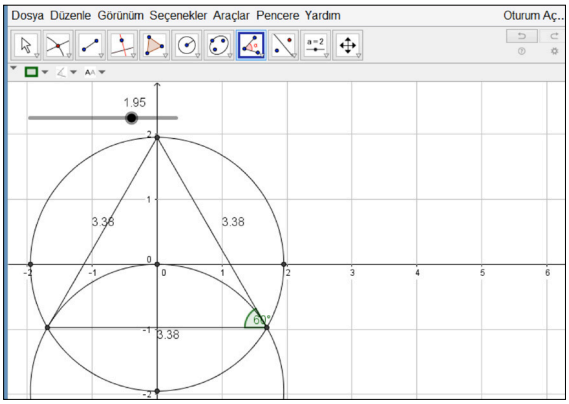
Kenar uzunluklarının eşit olduğu görülür. Sürgü hareket ettirildiğinde kenar uzunluklarının aynı kaldığı görülür.





Açı seçtikten sonra üçgenin kenarları seçilir. Çıkan ekranda üçgenin açılarının 60° olduğu görülür. Sürgü değiştirilir ve eşkenar üçgende açıların değişmediği görülür.

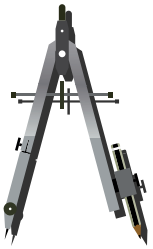




Üçgen Çizimi

Üçgen çiziminde kullanılacak araçlar:
cetvel ve pergel



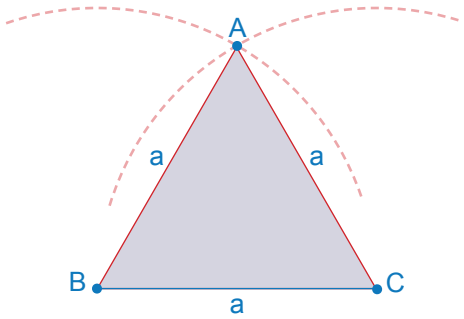


1. Bir kenar uzunluğu a birim olan bir ABC eşkenar üçgeninin çizimi şöyledir:

1. Adım: a birim uzunluğunda BC kenarı çizilir.

2. Adım: B ve C merkezli a birim yarıçaplı çember yayları çizilir.

3. Adım: Çember yaylarının kesim noktası olan A noktasından cetvel ile AB ve AC kenarları çizilir. ABC eşkenar üçgeninin çizimi tamamlanmış olur.

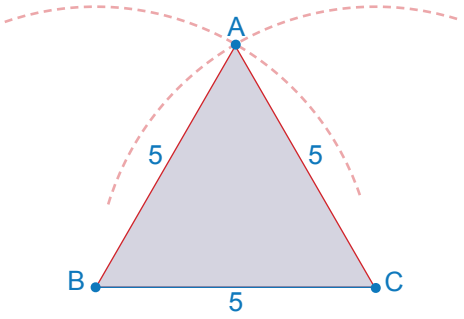


2. Bir kenar uzunluğu 5 cm olan bir ABC eşkenar üçgeninin çizimi şöyledir:

1. Adım: 5 cm uzunluğunda BC kenarı çizilir.

2. Adım: B ve C merkezli 5 cm yarıçaplı çember yayları çizilir.

3. Adım: Çember yaylarının kesim noktası olan A noktasından cetvel ile AB ve AC kenarları çizilir. ABC eşkenar üçgeninin çizimi tamamlanmış olur.



Pergel ve cetvel kullanarak a ve c kenarları dik olan bir ABC üçgeninin çizimi şöyledir:

1. Adım: Bir d doğrusu çizilir ve üzerinde bir B noktası işaretlenir.

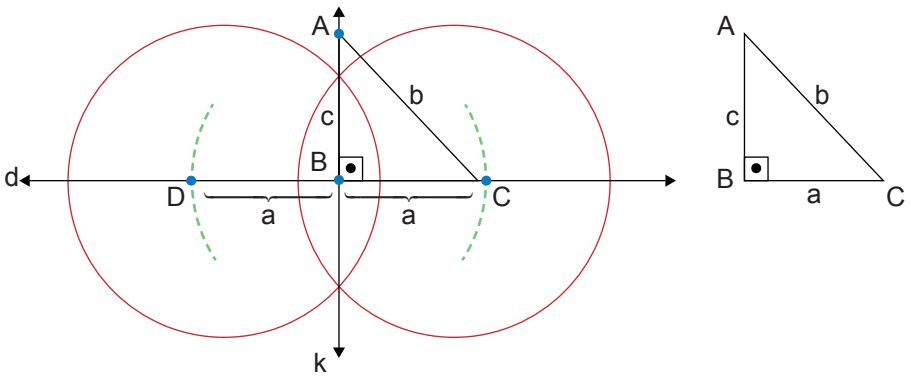
2. Adım: B noktasından a birim yarıçaplı çember yayı çizilir ve d doğrusunu kestiği noktalara C ve D denir.

3. Adım: $r > a$ olacak şekilde C ve D merkezli, r birim yarıçaplı çemberler çizilir.

4. Adım: C ve D merkezli çemberlerin kesim noktalarından geçen k doğrusu çizilir ($k \perp d$).

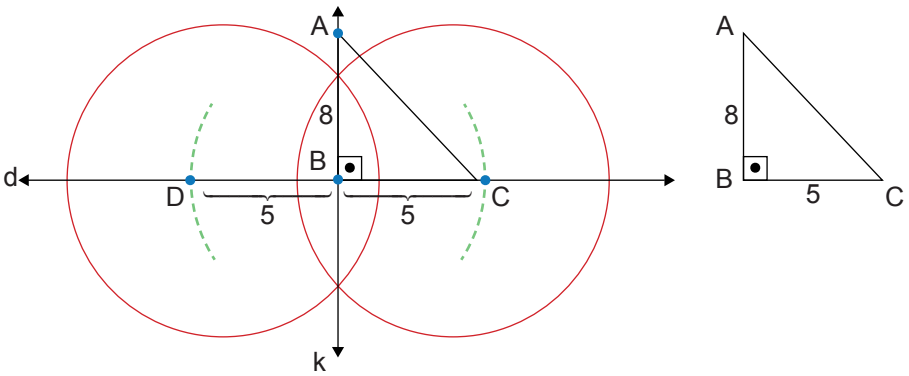
5. Adım: $|BA| = c$ birim olacak şekilde k doğrusu üzerinde bir A noktası işaretlenir.

6. Adım: A ve C noktaları birleştirilir. ABC dik üçgeninin çizimi tamamlanmış olur.



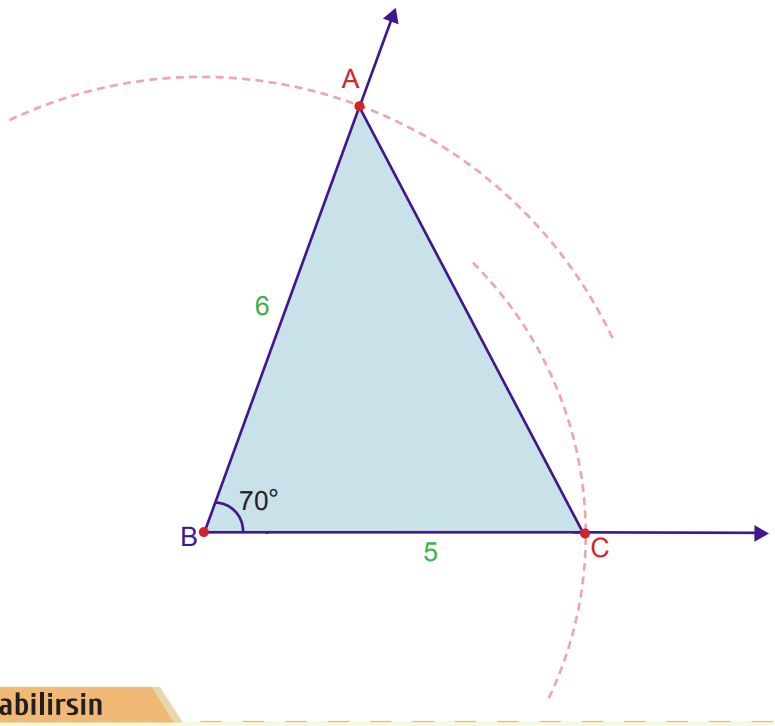
3. Kenarlarının uzunluğu a = 5 cm ve c = 8 cm ile bu iki kenarın arasındaki açı dik olan ABC üçgeninin çizimi şöyledir:

1. Adım: Bir d doğrusu çizilir ve üzerinde bir B noktası işaretlenir.
2. Adım: B noktasından 5 cm yarıçaplı çember yayı çizilir ve d doğrusunu kestiği noktalara C ve D denir.
3. Adım: $r > a$ olacak şekilde C ve D merkezli, 5 cm yarıçaplı çemberler çizilir.
4. Adım: C ve D merkezli çemberlerin kesim noktalarından geçen k doğrusu çizilir ($k \perp d$).
5. Adım: |BA| = 8 cm olacak şekilde k doğrusu üzerinde bir A noktası işaretlenir.
6. Adım: A ve C noktaları birleştirilir. ABC dik üçgeninin çizimi tamamlanmış olur.



4. Kenarlarının uzunluğu a = 5 cm ve c = 6 cm ile bu iki kenarın arasındaki açının ölçüsü 70° olan üçgenin çizimi şöyledir:

1. Adım: Açıölçer ile $m(\widehat{B}) = 70^\circ$ lik açı çizilir.
2. Adım: Pergel 5 cm açılır ve B merkezli çember yayı ile açının bir kenarı kestirilerek C noktası bulunur.
3. Adım: Pergel 6 cm açılır ve B merkezli çember yayı ile açının diğer kenarı kestirilerek A noktası bulunur.
4. Adım: A ve C noktaları cetvel ile birleştirilerek AC kenarı çizilir. $\triangle ABC$ nin çizimi tamamlanmış olur.

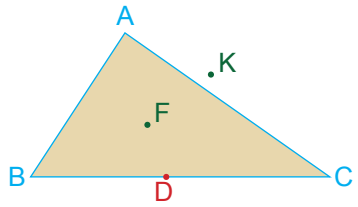


Şimdi Yapabilirsin

1. Bir kenar uzunluğu 4 cm olan bir eşkenar üçgen çiziniz.
2. Dik kenarlarının uzunluğu 3 cm ve 4 cm olan bir dik üçgen çiziniz.
3. Kenarlarının uzunluğu 3 cm, 4 cm ve 8 cm olan bir üçgen çizilebilir mi? Nedenini açıklayınız.

3.2.3. Üçgende Açı Uygulamaları

Düzlemde doğrusal olmayan, üç noktayı birleştiren, doğru parçalarının birleşim kümesine **üçgen** denir. Üçgen, doğru parçalarının oluşturduğu noktalar kümesidir.



Şekildeki üçgen $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{CBA}$ gibi şekilerde gösterilebilir.

$\overset{\triangle}{ABC} = [AB] \cup [BC] \cup [CA]$

$[AB]$, $[BC]$, $[AC]$ üçgenin kenarlarıdır.

A, B, C noktaları, üçgenin köşeleri; $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ ise üçgenin açılarıdır.

Örneğin A açısı, $\hat{A}$ şeklinde gösterilir.

Kenarları ile açılarına, üçgenin **temel elemanları** denir.

$A, B, C, D \in \overset{\triangle}{ABC}$ ve $F, K \notin \overset{\triangle}{ABC}$

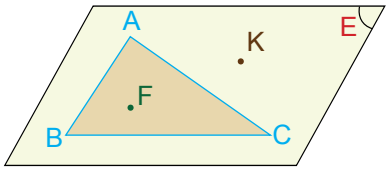
Bir üçgen, üzerinde bulunduğu düzlemi kendisi dâhil üç nokta kümesine ayırır:

1. Üçgenin iç bölgesi **2.** Üçgen **3.** Üçgenin dış bölgesi

Üçgen ile üçgenin iç bölgesinin birleşim kümesine **üçgensel bölge** denir.

ABC üçgensel bölgesi $(\overset{\triangle}{ABC})$ şeklinde gösterilir.

$(\overset{\triangle}{ABC}) = \overset{\triangle}{ABC} \cup \{ABC \text{ üçgeninin iç bölgesi}\}$



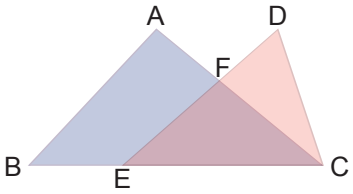
$(\overset{\triangle}{ABC}) \subset E$

$K \notin (\overset{\triangle}{ABC})$

$A, B, C, F \in (\overset{\triangle}{ABC})$

Örnek

Aşağıda doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğu verilen ifadeleri inceleyiniz.



(Y) $\overset{\triangle}{ABC} \cap \overset{\triangle}{DEC} = \{C, E, F\}$

(D) $\overset{\triangle}{ABC} \cap \overset{\triangle}{DEC} = [EC] \cup \{F\}$

(D) $[BC] \cap \overset{\triangle}{DEC} = [EC]$

(D) $\overset{\triangle}{ABC} \cap (\overset{\triangle}{DEC}) = [EC] \cup [CF]$

(D) $(\overset{\triangle}{ABC}) \cap \overset{\triangle}{DEC} = [EC] \cup [EF]$

(Y) $(\overset{\triangle}{ABC}) \cap (\overset{\triangle}{DEC}) = \overset{\triangle}{FCE}$

(D) $(\overset{\triangle}{ABC}) \cap (\overset{\triangle}{DEC}) = (\overset{\triangle}{FCE})$

(D) $\overset{\triangle}{ABC} \cap \overset{\wedge}{EDC} = \{F, E, C\}$

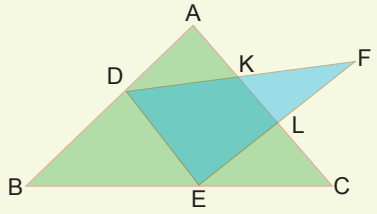
(D) $(\overset{\triangle}{ABC}) \cap \overset{\wedge}{EDC} = [EF] \cup \{C\}$

(D) $\overset{\triangle}{ABC} \cap (\overset{\wedge}{EDC}) = [FC] \cup [CE]$

(Y) $[BC[\cap \overset{\wedge}{EDC} = \{E, C\}$

Şimdi Yapabilirsin

1. Aşağıdaki şeklin yanında bulunan ifadelerin eşitlerini bulunuz.



a) $\hat{F} \cap [AC]$

b) $\hat{BAC} \cap \hat{DEF}$

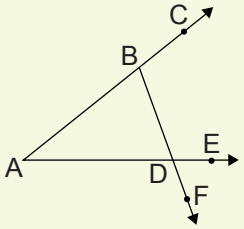
c) $\hat{ABC} \cap \hat{DEF}$

ç) $\hat{C} \cap \hat{FDE}$

d) $\hat{ABC} \cap (\hat{DEF})$

e) $(\hat{ABC}) \cap \hat{DEF}$

2. Aşağıdaki şeklin yanında bulunan ifadelerin eşitlerini bulunuz.



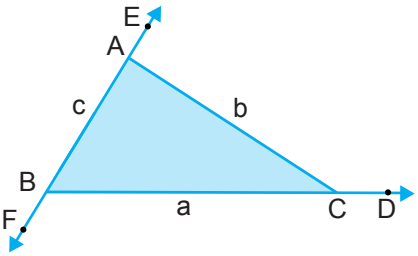
a) $\hat{A} \cap [BD$

b) $\hat{A} \cap \hat{CBF}$

c) $(\hat{A}) \cap [BD$

ç) $(\hat{A}) \cap \hat{CBF}$

Üçgenin Açıları ve Kenarları



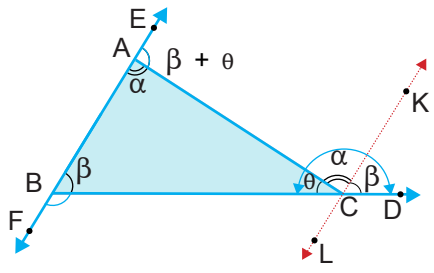
Şekildeki ABC üçgeninde,

Kenarlar: $[BC] = a$, $[AC] = b$, $[AB] = c$

İç açılar: $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$

Dış açılar: $E\hat{A}C$, $F\hat{B}C$, $A\hat{C}D$

- Herhangi bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $180°$ dir.
- Herhangi bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı $360°$ dir.
- Herhangi bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.



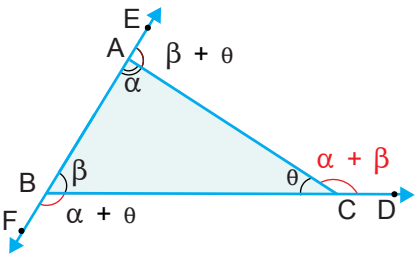
EF//KL çizilir.

$m(\hat{BAC}) = m(\hat{ACK}) = \alpha$ (iç ters açılar)

$m(\hat{ABC}) = m(\hat{KCD}) = \beta$ (yöndeş açılar)

$m(\hat{ACB}) = \theta$ için

$\alpha + \beta + \theta = 180°$ (iç açıların ölçüleri toplamı)

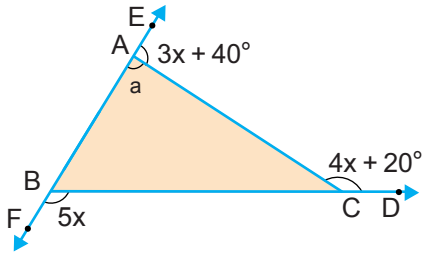


$$\left.\begin{array}{r} m(\hat{EAC}) = \theta + \beta \\ m(\hat{ACD}) = \alpha + \beta \\ +\ m(\hat{FBC}) = \alpha + \theta \end{array}\right\} \text{dış açıların ölçüleri toplamı}$$

$2\alpha + 2\beta + 2\theta = 2(\alpha + \beta + \theta) = 2 \cdot 180° = 360°$ dir.

Örnek

Şekilde verilenlere göre $m(\widehat{BAC}) = a$ kaç derecedir?



Çözüm

$3x + 40° + 4x + 20° + 5x = 360°$

$12x + 60° = 360°$

$x = 25°$

$a = 180° - (3 \cdot 25° + 40°)$

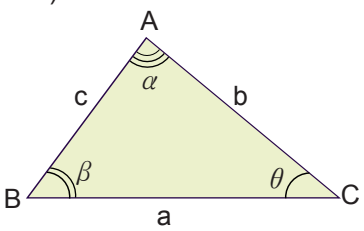
$a = 65°$

Üçgen Çeşitleri

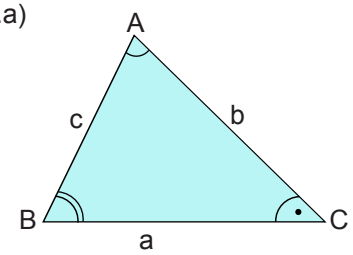
1. Kenarlarına göre üçgenler
- **a)** Çeşitkenar üçgen
- **b)** İkizkenar üçgen
- **c)** Eşkenar üçgen

2. Açılarına göre üçgenler
- **a)** Dar açılı üçgen
- **b)** Dik açılı üçgen
- **c)** Geniş açılı üçgen

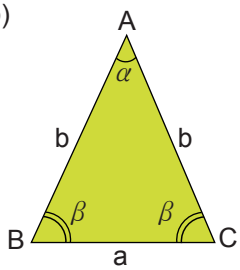
1.a)



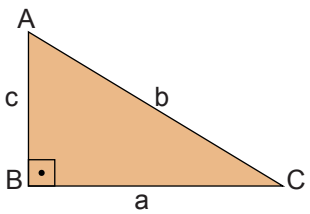
2.a)



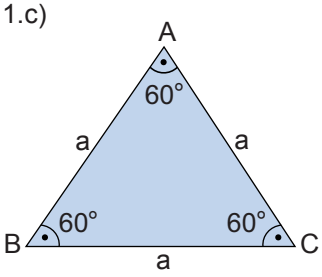
1.b)



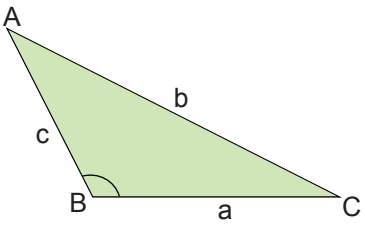
2.b)



1.c)

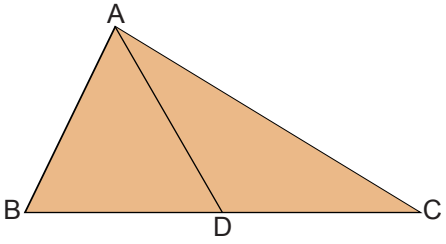


2.c)



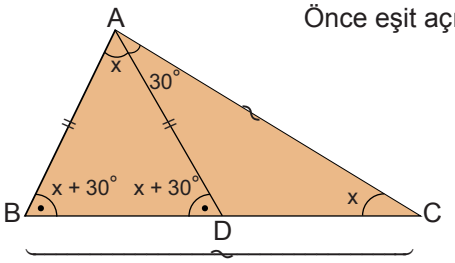
Örnek

Bir ABC üçgeninde $D \in [BC]$, $|AB| = |AD|$, $|AC| = |CB|$ ve $m(\widehat{DAC}) = 30°$ ise $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?



Çözüm

Önce eşit açı ölçüleri ve eşit kenar uzunlukları şekil üzerinde belirlenir.



$3x + 60° = 180°$

$x = 40°$

$m(\widehat{ADC}) = 110°$

Zamanda Yolculuk

Uluğ Bey (1393-1449)



(Görsel temsilîdir.)

Uluğ Bey 1393'te Sultaniye'de doğmuştur. Dönemin en büyük bilim insanlarından birisidir. Aynı zamanda çok da iyi bir hükümdardır. Timur'un erkek torunlarından birinin oğludur. Uluğ Bey, zeki ve hafızası çok güçlü bir kişidir. Bir kitabı çok dikkatli okuduğunda o kitabı ezberleyebilecek yetenektedir. Boş vakitlerini genelde kitap okuyarak ve bilim insanlarıyla fikir alışverişinde bulunarak geçirmiştir. Daha çok matematik ve astronomi bilimleriyle ilgilenmiştir.

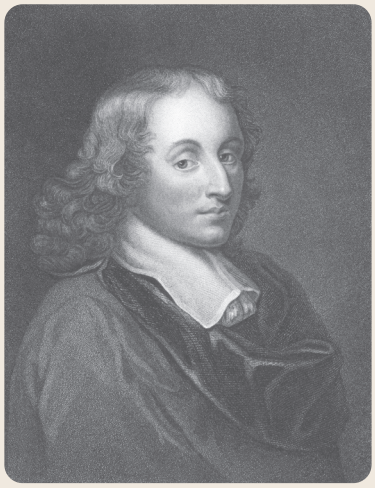
Uluğ Bey, dönemin birçok ünlü bilim insanını bir araya toplamış ve bilim merkezleri kurmuştur. Semerkant'ta bir medrese ve bir de rasathane yaptırmıştır. Rasathane için yörede bulunan tüm mühendis, bilim insanı ve ustaları Semerkant'a çağırmıştır.

Kendisi için de bu rasathanede bir oda yaptırıp çalışmalar yapmıştır. Bu gözlemevinde yapılan gözlemler, ancak on iki yılda bitirilebilmiştir. Gözlemevinin yönetimine getirilen Bursalı Kadızade Rumi ile Cemşid, gözlemler bitmeden ölmüştür. Gözlemevi çalışmalarının başına o zaman genç bir bilim insanı olan Ali Kuşçu getirilmiştir.

Uluğ Bey, gözlemevinde en büyük eseri olan ünlü "Zeyç"i yazmıştır. Bu eser, birkaç yüzyıl Doğu'da ve Batı'da faydalanılacak bir eser olmuştur. Eser, bazı kimseler tarafından açıklanmış ve **"Zeyç"**in iki makalesi 1650'de Londra'da ilk olarak basılmış, Avrupa dillerinin birçoğuna çevrilmiştir. 1839'da eserin cetvelleri Fransızca tercümeleriyle birlikte, asıl eser de 1846'da aynen basılmıştır. "Zeyç", Irak-İran Savaşı sırasında Türkiye'ye Ayasofya'ya getirilmiştir.

Uluğ Bey, < http://matematik.dpu.edu.tr/index/sayfa/3125/ulug-bey>

Zamanda Yolculuk



Pascal [Paskal (1623-1662)]

Pascal, 1623'te Fransa'da doğmuştur.

Descartes ve Fermat gibi ünlü matematikçilerle çağdaş olan Pascal, olasılıklar kuramını Fermat'la paylaşmıştır. Pascal, küçük yaşlardan itibaren matematik ve geometriye yönelerek üçgenin iç açıları toplamının 180 derece, yani iki dik açı olduğunu kanıtlamıştır. Daha önce hiç kitap okumadan Öklid'in önermesini ispatlamıştır. Pascal, 1639'da ünlü İngiliz matematikçi Sylvester'in (Silvistır) **kedi beşiği** adını verdiği geometrinin en güzel teoremini ispat etmiştir. Ayrıca 16 yaşındayken konikler üzerine bir eser yazarak Descartes'ı hayrete düşürmüştür.

Paskal üçgeni sayesinde Binom açılımı ve seri açılımı kolaylıkla bulunur. Ayrıca Pascal üçgeni, olasılıklar kuramında da kullanılabilir. Bu yöntem biyoloji uygulamaları, matematik, istatistik ve modern fizik konularında da uygulama alanı bulur.

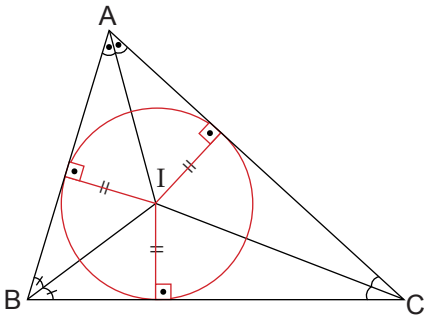
Pascal, < http://web.deu.edu.tr/mate-matik/m9_b5.html>.

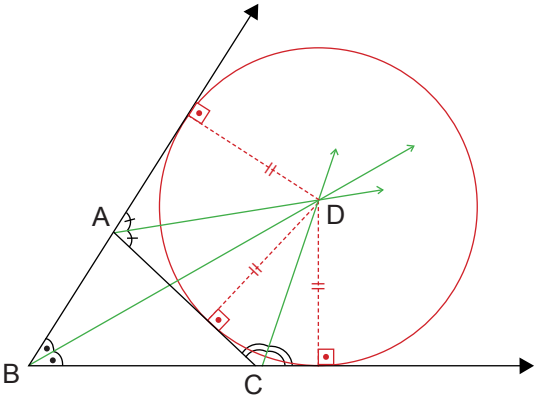
				1				
			1		1			
		1		2		1		
	1		3		3		1	
1		4		6		4		1
	1		5		10		5	
		1		6		15		20
	1		7		21		35	
1		8		28		56		70

Üçgende Açı ve Açıortaylara Ait Özellikler

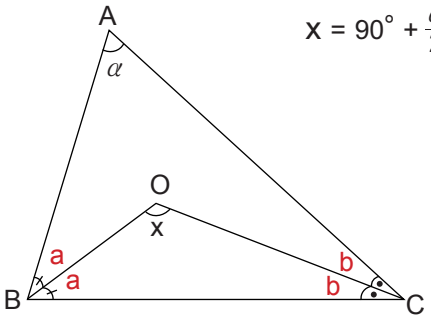
1. Bir üçgenin üç iç açıortayı aynı noktada kesişir. İç açıortayların kesim noktası üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir.

2. Bir üçgende iki dış açıortay ile bir iç açıortay aynı noktada kesişir. Bu açıortayların kesim noktası, üçgenin iki kenarının uzantılarına ve üçgenin üçüncü kenarına dışarıdan teğet olan (dış teğet) çemberlerinden birinin merkezidir.





3.a) İki iç açıortayın arasındaki açı



$x = 90° + \frac{\alpha}{2}$

$-2/a + b + x = 180°$

$2a + 2b + \alpha = 180°$

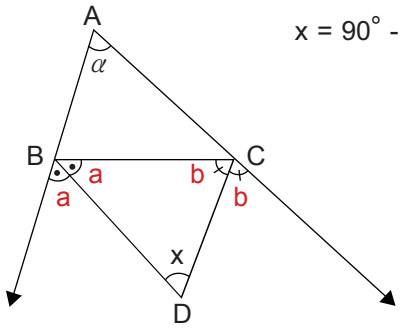
$-2a - 2b - 2x = -360°$

$+2a + 2b + \alpha = 180°$

$-2x + \alpha = -180°$

$180° + \alpha = 2x \rightarrow x = 90° + \frac{\alpha}{2}$

b) İki dış açıortayın arasındaki açı



$x = 90° - \frac{\alpha}{2}$

$-2/a + b + x = 180°$

$2a + 2b + 180° - \alpha = 360°$

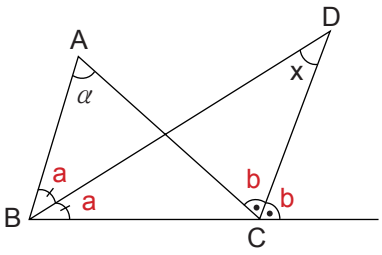
$-2a - 2b - 2x = -360°$

$+ 2a + 2b + 180° - \alpha = 360°$

$-2x + 180° - \alpha = 0$

$180° - \alpha = 2x \rightarrow x = 90° - \frac{\alpha}{2}$

c) Bir dış açıortay ile bir iç açıortay arasındaki açı



$x = \frac{\alpha}{2}$

$-2/\quad a + x = b$

$2a + \alpha = 2b$

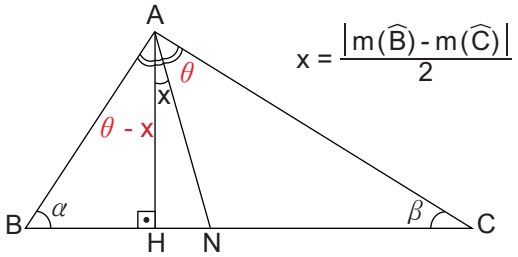
$-2a - 2x = -2b$

$+\quad 2a + \alpha = 2b$

$-2x + \alpha = 0 \rightarrow x = \frac{\alpha}{2}$

4) Yükseklik ve açıortay arasındaki açı

$[AH] \perp [BC]$ ve $[AN]$ $\widehat{BAC}$ nın açıortayı ise



$x = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})|}{2}$

$-/\ \theta - x + \alpha = 90^o$

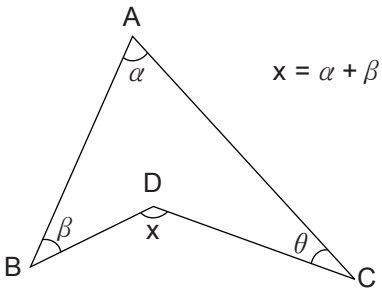
$\theta + x + \beta = 90^o$

$-\theta + x - \alpha = -90^o$

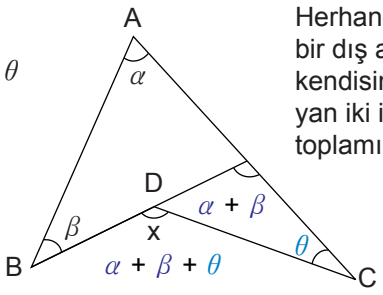
$+\quad \theta + x + \beta = 90^o$

$2x - \alpha + \beta = 0 \rightarrow x = \frac{|\alpha - \beta|}{2}$

5)



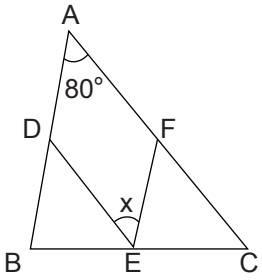
$x = \alpha + \beta + \theta$



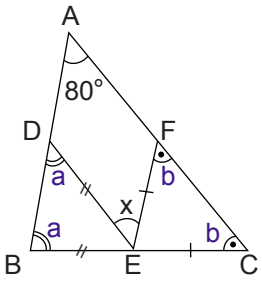
Herhangi bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

Örnek

Şekildeki ABC üçgeninde $|BE| = |ED|$ ve $|FE| = |EC|$ dir. $m(\hat{A}) = 80^\circ$ ise $m(\hat{DEF})$ kaç derecedir?



Çözüm



$a + b = 100^\circ$

$180^\circ - 2a + \cancel{180^\circ} - 2b + x = \cancel{180^\circ}$

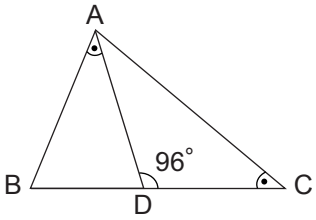
$180^\circ + x = 2a + 2b$

$180^\circ + x = 200^\circ$

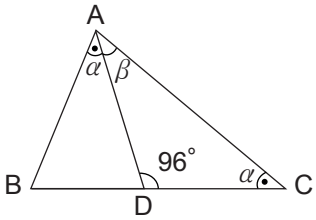
$x = 20^\circ$dir.

Örnek

Şekildeki ABC üçgeninde $D \in [BC]$, $m(\hat{BAD}) = m(\hat{C})$ ve $m(\hat{ADC}) = 96^\circ$ ise $m(\hat{BAC})$ kaç derecedir?



Çözüm



Harflendirme yapılırsa

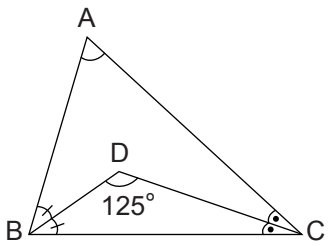
$\alpha + \beta + 96^\circ = 180^\circ$

$\alpha + \beta = 84^\circ$

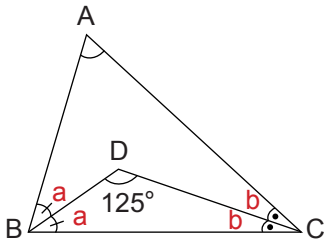
$m(\hat{BAC}) = \alpha + \beta = 84^\circ$ olur.

Örnek

Şekildeki ABC üçgeninde [BD], [CD] iç açıortaylardır ve $m(\widehat{BDC}) = 125°$ olduğuna göre $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?



Çözüm



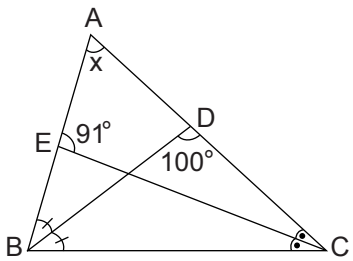
$a + b = 180° - 125° = 55°$

$2a + 2b = 110°$

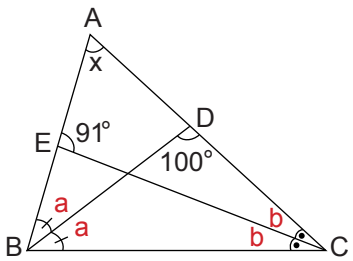
$m(\widehat{A}) = 180° - 110° = 70°$

Örnek

Şekildeki ABC üçgeninde [BD], [CE] bulundukları açıların açıortaylarıdır. $m(\widehat{BDC}) = 100°$ ve $m(\widehat{AEC}) = 91°$ olduğuna göre $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?



Çözüm



$a + 2b = 80°$

$+ \quad 2a + b = 91°$

$3a + 3b = 171°$

$a + b = 57°$

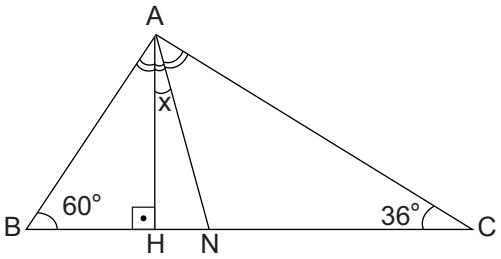
$2a + 2b = 114°$

$x + 2a + 2b = 180°$

$x = 180° - 114° = 66°$

Örnek

Şekildeki ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$ ve $[AN]$, $\widehat{BAC}$ nın açıortayıdır.
$m(\widehat{B}) = 60°$ ve $m(\widehat{C}) = 36°$ ise $m(\widehat{HAN}) = x$ kaç derecedir?



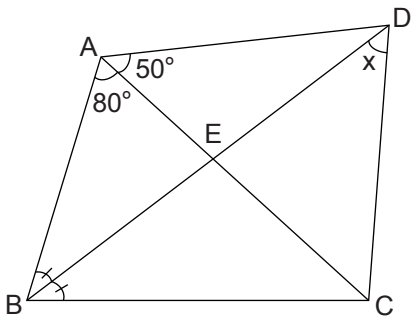
Çözüm

$$x = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})|}{2}$$

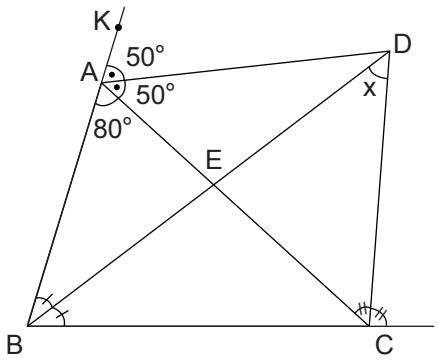
$$x = \frac{60° - 36°}{2} = 12°$$

Örnek

Şekilde $[BD]$, $\widehat{ABC}$ nın açıortayıdır. $m(\widehat{BAC}) = 80°$ ve $m(\widehat{CAD}) = 50°$ ise $m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?



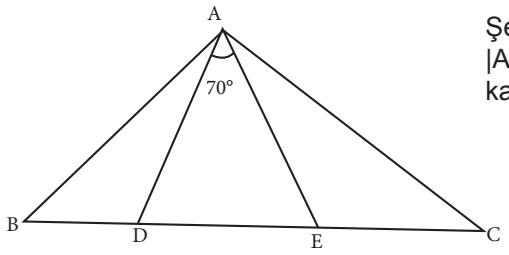
Çözüm



ABC üçgeninde, BA doğru parçası uzatılırsa DAK açısı $50°$ olduğundan $[AD]$ dış açıortaydır. Bir üçgende iki dış açıortay ile bir iç açıortay aynı noktada kesiştiğinden $[CD]$ dış açıortaydır.

$$m(\widehat{BDC}) = x = \frac{80°}{2} = 40° \text{dir.}$$

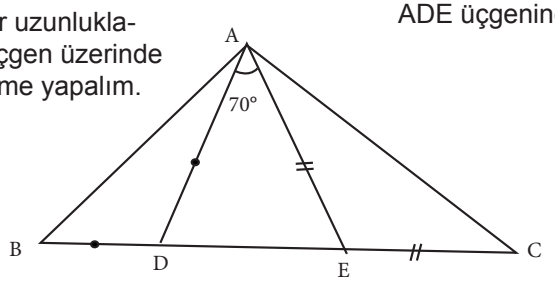
Örnek



Şekildeki ABC üçgeninde |BD|=|DA| ve |AE|=|EC| dir. $m(\widehat{DAE})= 70°$ ise $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

Çözüm

Önce verilen kenar uzunluklarındaki eşitlikleri üçgen üzerinde gösterip harflendirme yapalım.



ADE üçgeninde $70° + 2a + 2b = 180°$

$2a + 2b = 110°$

$2(a+b) = 110°$

$a + b = 55°$

$m(\widehat{BAC})=70° + a + b$ olduğundan

$70° + 55° = 125°$ dir.

Örnek

ABC üçgeninde $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ve $5 \cdot m(\hat{A}) > m(\hat{B}) + m(\hat{C})$ ise $m(\hat{A})$ nün alacağı değer aralığını bulunuz.

Çözüm

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$

$m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180° - m(\hat{A})$

$5 \cdot m(\hat{A}) > m(\hat{B}) + m(\hat{C})$ eşitsizlikte yerine yazılırsa

$5 \cdot m(\hat{A}) > 180° - m(\hat{A})$ $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = m(\hat{C})$ olsaydı

$6 \cdot m(\hat{A}) > 180°$ $m(\hat{A}) = 60°$ olurdu. (2)

$m(\hat{A}) > 30°$ (1) (1) ve (2)'den $30° < m(\hat{A}) < 60°$ olur.

Örnek

ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri sırasıyla; 8, 6, 4 sayıları ile orantılı ise bu üçgenin dış açılarının ölçüleri, hangi sayılarla orantılı olur?

Çözüm

1. Yol:

$\frac{m(\hat{A})}{8} = \frac{m(\hat{B})}{6} = \frac{m(\hat{C})}{4} = k \Rightarrow m(\hat{A}) = 8k,\ m(\hat{B}) = 6k,\ m(\hat{C}) = 4k$

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$

$8k + 6k + 4k = 180°$

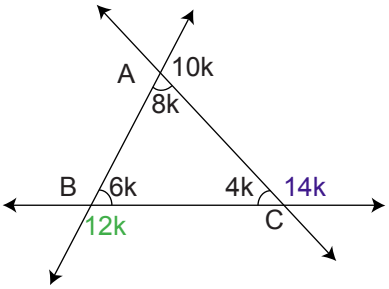
$18k = 180°$

$k = 10°$

$m(\hat{A}) = 80°,\ m(\hat{B}) = 60°,\ m(\hat{C}) = 40°$

Dış açıların ölçüleri sırasıyla $100°, 120°, 140°$ olur ve bunlar sırasıyla 5, 6, 7 sayıları ile orantılıdır.

2. Yol:



"Bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir." özelliğinden hareketle soru çözülür.

6k + 4k, 8k + 4k, 8k + 6k

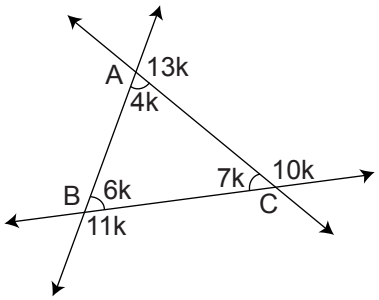
10k, 12k, 14k

5, 6, 7 sayıları ile orantılı olur.

Örnek

ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri sırasıyla 4, 6, 7 sayıları ile orantılı ise bu üçgenin dış açılarının ölçüleri sırasıyla hangi sayılarla orantılıdır?

Çözüm



$$\frac{m(\hat{A})}{4} = \frac{m(\hat{B})}{6} = \frac{m(\hat{C})}{7} = k$$

$m(\hat{A}) = 4k$, $m(\hat{B}) = 6k$, $m(\hat{C}) = 7k$ değerleri şeklinde yazılırsa

A nın dış açısının ölçüsü: 6k + 7k = 13k

B nin dış açısının ölçüsü: 4k + 7k = 11k

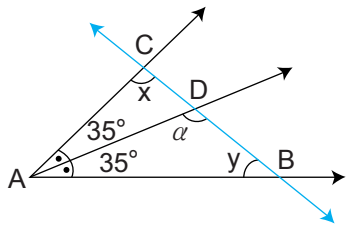
C nin dış açısının ölçüsü: 4k + 6k = 10k

Dış açıları sırasıyla 13, 11, 10 sayılarıyla orantılı olur.

Örnek

70° lik A açısının açıortayı çiziliyor. $\widehat{A}$ nın iki kenarını da kesen d doğrusu ile açıortayın yaptığı açının ölçüsü α ise α nın alabileceği en geniş gerçek sayı aralığı ne olur?

Çözüm



"Bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir." özelliğinden hareketle soru çözülür.

$35^\circ + x = \alpha$ ve $x + y = 110^\circ$

$x = \alpha - 35^\circ$

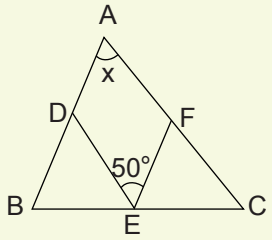
$0^\circ < x < 110^\circ$

$0^\circ < \alpha - 35^\circ < 110^\circ$

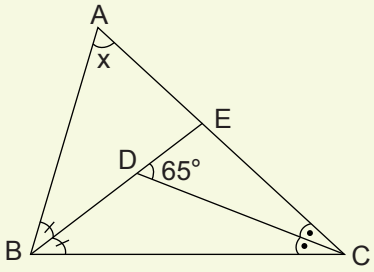
$35^\circ < \alpha < 145^\circ$

Şimdi Yapabilirsin

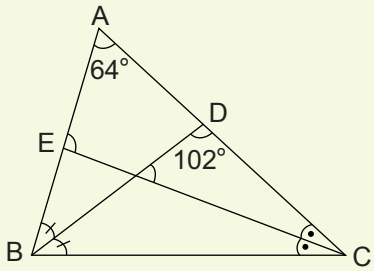
1. Şekildeki ABC üçgeninde $|BE| = |BD|$ ve $|CF| = |CE|$ dir. $m(\widehat{DEF}) = 50^\circ$ ise $m(\widehat{A}) = x$ kaç derecedir?



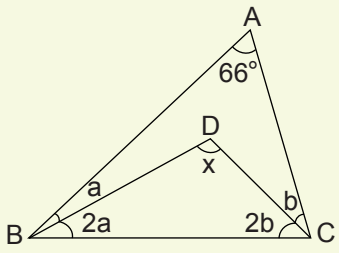
2. Şekildeki ABC üçgeninde $[BE]$, $[CD]$ iç açıortaylar ve $m(\widehat{EDC}) = 65^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{A}) = x$ kaç derecedir?



3. Şekildeki ABC üçgeninde [BD], [CE] iç açıortaylar ve $m(\widehat{BDC}) = 102^\circ$ ve $m(\widehat{A}) = 64^\circ$ ise $m(\widehat{DBC})$ kaç derecedir?

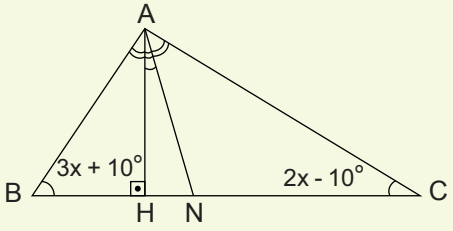


4. Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{DBC}) = 2 \cdot m(\widehat{ABD})$, $m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot m(\widehat{ACD})$ ve $m(\widehat{A}) = 66^\circ$ ise $m(\widehat{D}) = x$ kaç derecedir?

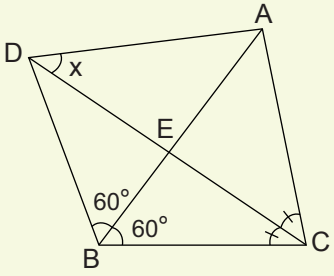


Şimdi Yapabilirsin

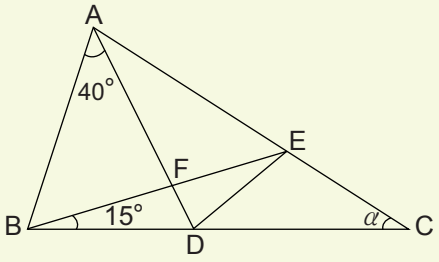
5. Şekildeki ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$ ve $[AN]$, $\widehat{BAC}$ nın açıortayıdır. $m(\widehat{B}) = 3x + 10°$, $m(\widehat{C}) = 2x - 10°$ ve $m(\widehat{HAN}) = 20°$ olduğuna göre $m(\widehat{B})$ kaç derecedir?



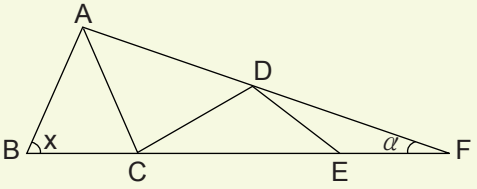
6. Şekilde $[CD]$, $\widehat{ACB}$ nın açıortayıdır. $m(\widehat{DBA}) = m(\widehat{ABC}) = 60°$ ise $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



7. Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |AD| = |AE|$ ve $m(\widehat{BAD}) = 40°$, $m(\widehat{EBD}) = 15°$ ise $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?



8. Şekildeki ABF üçgeninde $|AB| = |AC| = |CD| = |DE| = |EF|$ dir. $m(\widehat{ABF}) = x$, $m(\widehat{AFB}) = \alpha$ ve $x + \alpha = 80°$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



Zamanda Yolculuk



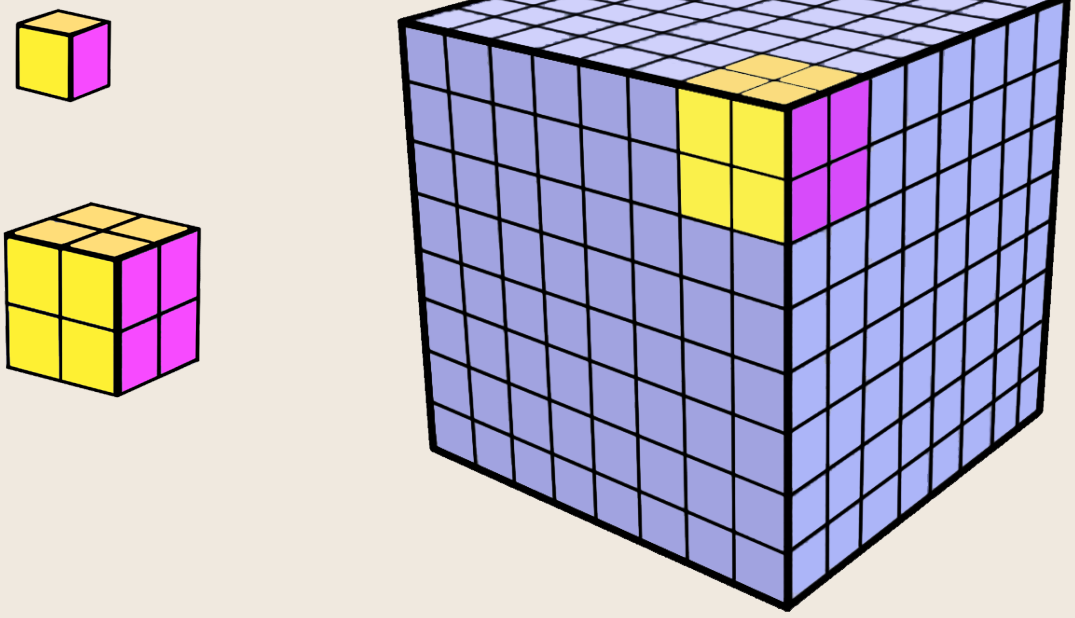
(Görsel temsilîdir.)

Molla Lütfi (?-1494)

Ali Kuşçu'nun talebesi olan Molla Lütfi, XV. yüzyılda Fatih Sultan Mehmet ve II. Bayezid dönemlerinde yaşamış meşhur matematikçilerdendir. Sinan Paşa'nın tavsiyesiyle Fatih Sultan Mehmet, Molla Lütfi'yi özel kütüphanesinin müdürlüğüne getirmiştir. Molla Lütfi, bu sayede pek çok değerli kitaptan değişik bilimleri öğrenme fırsatına sahip olmuştur. Bursa'daki Yıldırım Bayezid Medresesi'nde, Filibe'de ve Edirne'de medrese hocalığı yapmıştır.

En önemli eseri olan "Taz'ifü'l-Mezbah" adlı kitabı iki bölümden oluşur. Birinci bölümde kare ve küp tarifleri, çizgilerin ve yüzeylerin çarpımı ve iki kat yapılması gibi geometri konuları ele alınmıştır. İkinci bölümde ise meşhur **Delos problemi** incelenmiştir. Kitabında küpün iki kat yapılmasının, yanına başka bir küp ilave etmek demek olmayıp onu sekiz defa büyütmek demek olduğunu açıklamıştır. Problemin oran orantı ile çözüleceğini söyleyerek yöntemi ortaya koymuştur. Halil İnalcık'a göre Molla Lütfi, Türk tarihinde özgür düşünceli bir bilgin olarak anılması gereken kişidir.

Molla Lütfi, < https://islamansiklopedisi.org.tr/molla-lutfi>.

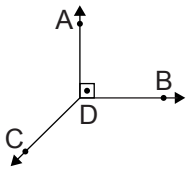


Kendimizi Sınayalım

1. Bir açının bütünlerinin ölçüsü, tümlerinin ölçüsünün 3 katıdır. Bu açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 40 **E)** 45

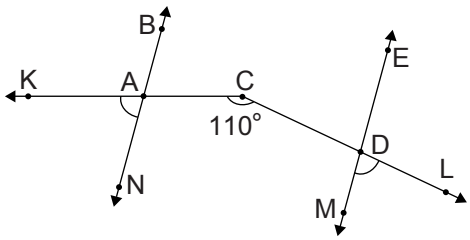
2.



Şekilde $[DA \perp [DB$, $2 \cdot m(\widehat{BDC}) = 3 \cdot m(\widehat{ADC})$ olduğuna göre $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?

A) 64 **B)** 82 **C)** 108 **D)** 110 **E)** 115

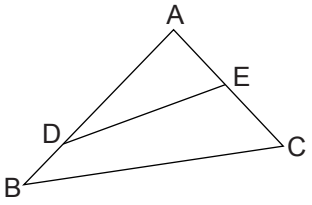
3.



Şekilde $BN \parallel EM$, $m(\widehat{KCL}) = 110°$ $m(\widehat{MDL}) = x + 20°$ ise $m(\widehat{KAN}) = x$ kaç derecedir?

A) 42 **B)** 45 **C)** 48 **D)** 50 **E)** 55

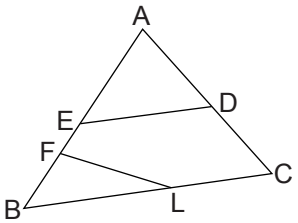
4.



Şekilde $m(\widehat{ADE}) = 20°$, $m(\widehat{DEC}) = 115°$, $m(\widehat{ACB}) = 60°$ olduğuna göre $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 **B)** 20 **C)** 15 **D)** 10 **E)** 5

5.



Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{AED}) = 45°$, $m(\widehat{EDC}) = 105°$, $m(\widehat{BFL}) = 115°$, $m(\widehat{FLB}) = 25°$, $m(\widehat{ACB}) = x$ olduğuna göre x kaç derecedir?

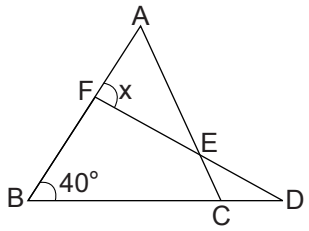
A) 45 **B)** 50 **C)** 60 **D)** 75 **E)** 80

6. Bütünler komşu iki açının açıortayları arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 **B)** 45 **C)** 60 **D)** 90 **E)** 100

Kendimizi Sınayalım

7.

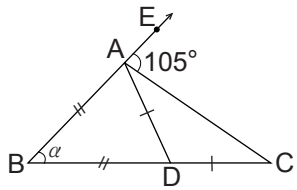


Şekilde A, F ile B; B, C ile D noktaları doğrusal ve $[AC] \cap [DF] = \{E\}$, $|AB| = |BC|$, $|EC| = |CD|$, $m(\hat{ABC}) = 40°$ olduğuna göre $m(\hat{AFE}) = x$ kaç derecedir?

A) 65 **B)** 70 **C)** 75

D) 80 **E)** 85

8.



ABC üçgeninde $D \in [BC]$ ve B, A ile E noktaları doğrusal, $|AB| = |BD|$, $|AD| = |DC|$ ve $m(\hat{EAC}) = 105°$ olduğuna göre $m(\hat{B}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 60 **B)** 70 **C)** 72

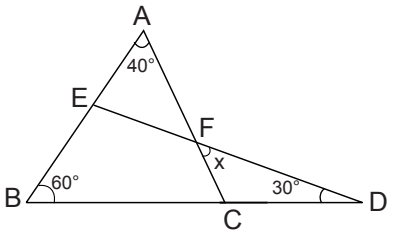
D) 80 **E)** 85

9. Sadece pergel ve cetvel kullanılarak aşağıda ölçüleri verilen açılardan hangisi <u>çizilemez</u>?

A) 20 **B)** 30 **C)** 45

D) 60 **E)** 90

10.



Şekilde A, E ile B; D, F ile E noktaları doğrusal ve $[AC] \cap [DE] = \{F\}$, $m(\hat{CAB}) = 40°$, $m(\hat{CBA}) = 60°$, $m(\hat{CDF}) = 30°$ olduğuna göre $m(\hat{CFD}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 **B)** 55 **C)** 58

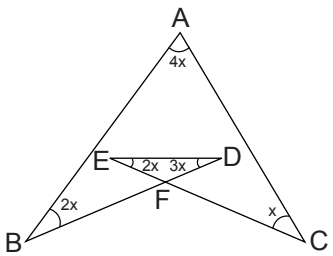
D) 60 **E)** 65

11. Bir dik açının koordinat eksenlerini kestiği nokta sayısı, aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2

D) 3 **E)** 4

12.



Şekilde $[BD] \cap [EC] = \{F\}$,
$m(\hat{A}) = 4x$, $m(\hat{B}) = 2x$, $m(\hat{C}) = x$,
$m(\hat{D}) = 3x$, $m(\hat{E}) = 2x$ ise x kaç derecedir?

A) 15 **B)** 20 **C)** 22

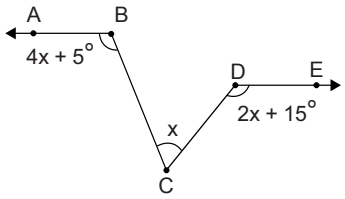
D) 25 **E)** 30

Kendimizi Sınayalım

13. $m(\hat{A}) = 47°56'36''$ ve $\hat{A}$ ile $\hat{B}$ tümler iki açı olduğuna göre $m(\hat{B})$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $42°03'24''$ **B)** $42°03'23''$ **C)** $42°42'53''$
D) $43°03'24''$ **E)** $43°03'23''$

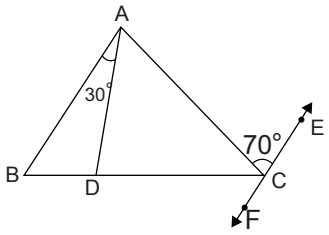
14.



Şekilde $[BA] // [DE]$, $m(\hat{ABC}) = 4x + 5°$, $m(\hat{BCD}) = x$, $m(\hat{CDE}) = 2x + 15°$ olduğuna göre x kaç derecedir?

A) 30 **B)** 32 **C)** 36
D) 40 **E)** 44

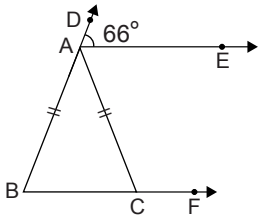
15.



ABC üçgeninde $[AB] // [EF]$, $|AD| = |AC|$ ve $m(\hat{BAD}) = 30°$, $m(\hat{ACE}) = 70°$ ise $m(\hat{ADB})$ kaç derecedir?

A) 100 **B)** 110 **C)** 115
D) 120 **E)** 125

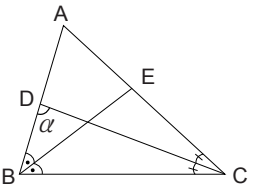
16.



Şekilde $|AB| = |AC|$ ve $[AE] // [BF]$, $m(\hat{DAE}) = 66°$ ise $m(\hat{CAB})$ kaç derecedir?

A) 38 **B)** 44 **C)** 48
D) 54 **E)** 58

17.



ABC üçgeninde $[BE]$ ve $[CD]$ iç açıortaylardır. $m(\hat{BAC}) = 70°$, $m(\hat{BEC}) = 100°$ olduğuna göre $m(\hat{BDC}) = \alpha$ kaç derecedir?

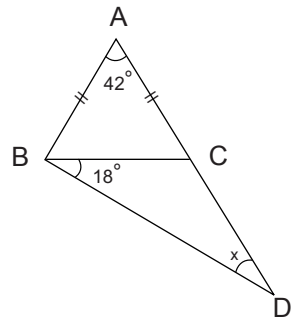
A) 60 **B)** 75 **C)** 85
D) 85 **E)** 100

18. Tümler iki açının ölçüleri oranı $\frac{4}{5}$ olduğuna göre küçük açının bütünleri kaç derecedir?

A) 100 **B)** 120 **C)** 125
D) 130 **E)** 140

Kendimizi Sınayalım

19.

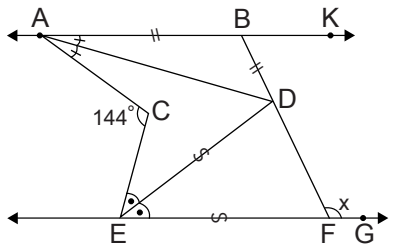


Şekilde ABD üçgeninde
$C \in [AD]$, $|AB| = |AC|$ dir.

$m(\hat{A}) = 42°$, $m(C\hat{B}D) = 18°$ ise $m(\hat{D})$ kaç derecedir?

A) 45 **B)** 46 **C)** 47
D) 49 **E)** 51

20.



Şekilde AK//EG, $|AB| = |BD|$, $|EF| = |ED|$, $[AD]$, $[ED]$ açıortaylar ve $m(\widehat{ACE}) = 144°$ ise $m(\widehat{BFG})$ kaç derecedir?

A) 144 **B)** 135 **C)** 120
D) 108 **E)** 96

3.3. GEOMETRİK OYUNLAR

3.3.1. Pentomino, Soma Küpü, Tangram

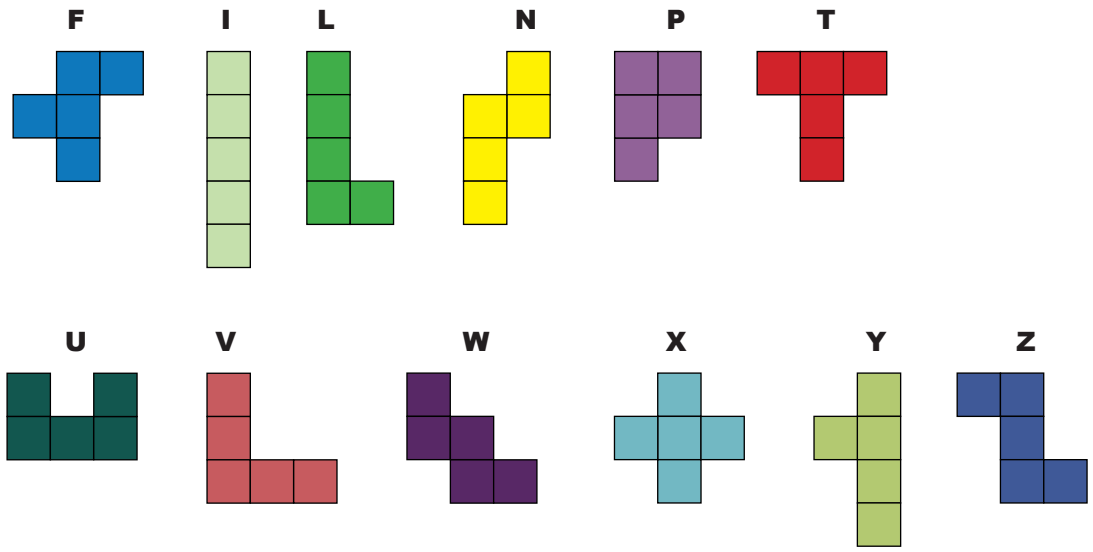
Pentomino

Beş adet birim karenin değişik şekillerde bir araya getirilmesi ile elde edilen şekillere pentomino denir. Pentomino, Amerikalı Matematikçi Solomon W. Golomb (Salımon Galomb) tarafından bulunmuştur. Golomb, polyforms (çoklu biçimler) adı verilen şekilleri inceleyen geometri dalının kurucularından biridir. Golomb, 1950'li yıllarda öğrenciyken eşkenar üçgen, kare ya da altıgen gibi düzgün geometrik şekillerin yan yana bitiştirilmesi sorunlarıyla ilgilenmeye başlamıştır. Özellikle Golomb, bu taşlarla boşluk bırakmadan ve onları üst üste bindirmeden hangi düzgün şekillerin içinin doldurulabileceği sorunuyla ilgilenmiştir. Golomb, bu parçalarla oluşturulan bir bütünün bir yüzeyi, boşluk bırakmadan örtebileceğini görünce parçaları bulmaca olarak kullanmayı düşünmüştür.

Golomb'un bulduğu geometrik şekillerin en ünlüsü pentominodur. Pentominoda beş karenin kenar kenara birleşmesi, on iki farklı şeklin ortaya çıkmasını sağlamaktadır. Akılda kolay kalması için ve harflerle olan benzerliklerinden dolayı abecenin harfleriyle isimlendirilen bu şekillerle bulmacalar kurmak ve bunlar için çözüm yolları bulmak olasıdır. Her pentomino bir harfle gösterilir: F, I, L, P, N, T, U, V, W, X, Y, Z vb. Bunlardan en bilineni farklı büyüklükteki dikdörtgenlerin içini doldurmaya dayanan versiyonudur. Bir pentomino takımı, beşer karelik on iki taştan oluşan toplam altmış karelik bir alana sahiptir.

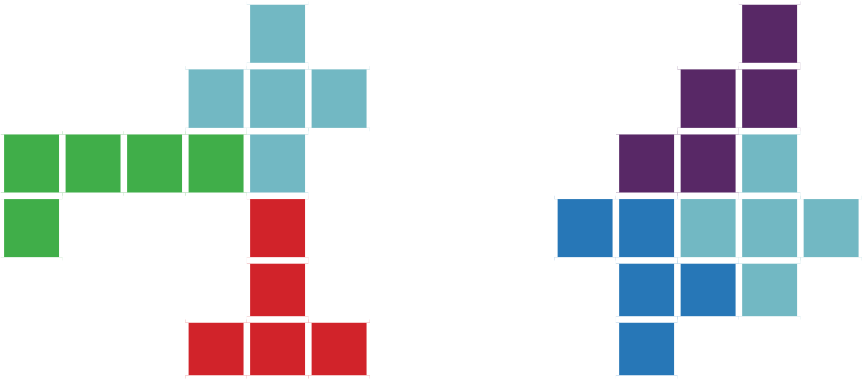
Pentomino Nasıl Oynanır?
Bu oyunda amaç, 6x10 birim kareden oluşan dikdörtgen bir platform içerisine boşluk kalmayacak biçimde tüm taşları yerleştirmektir.
Pentomino oyunu; üç bölümden on iki bölüme, zorluk seviyesi kolaydan zora oynanabilecek bir oyundur. Üç bölümlük oyun, en kolay oyunken on iki bölümlük oyun, en zor oyun olma özelliği taşımaktadır.

Pentomino Şekilleri



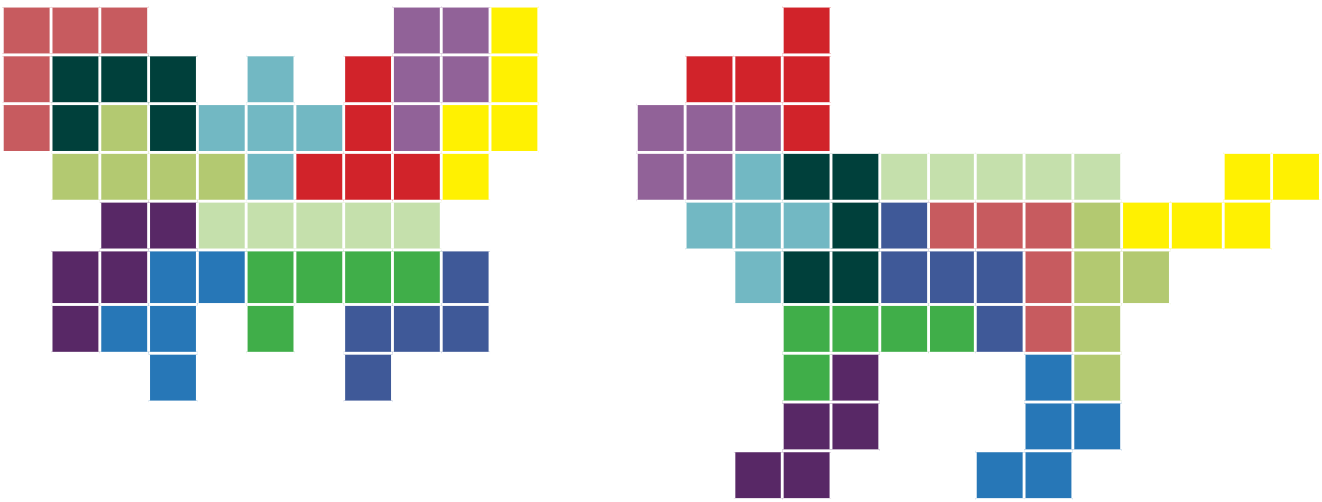
Örnek

Pentomino parçalarından üçü kullanılarak aşağıdaki şekiller yapılabilir.



Örnek

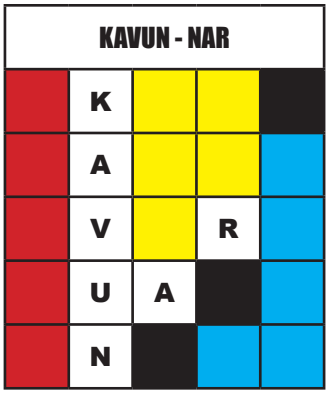
Pentomino parçaları kullanılarak aşağıdaki hayvan figürleri yapılabilir.



Örnek

Aşağıdaki tabloda kavun ve nar sözcükleri açıkta kalmak şartı ile diğer harfler üç pentomino parçası kullanılarak doldurulmuştur.

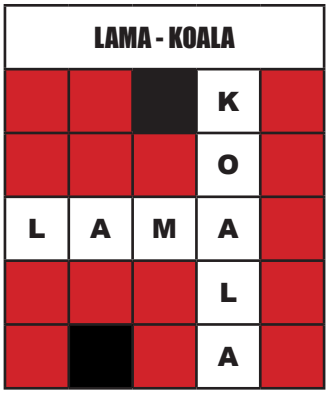
KAVUN - NAR				
M	K	G	T	
N	A	H	J	S
L	V	A	R	B
F	U	A		V
C	N		E	M



Örnek

Aşağıdaki tabloda lama ve koala sözcükleri açıkta kalmak şartı ile diğer harfler üç pentomino parçası kullanılarak doldurulmuştur.

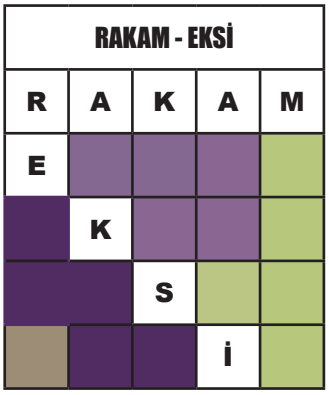
LAMA - KOALA				
C	E		K	T
N	R	H	O	S
L	A	M	A	D
F	B	U	L	V
P		A	A	M



Örnek

Aşağıdaki tabloda rakam ve eksi sözcükleri açıkta kalmak şartı ile diğer harfler üç pentomino parçası kullanılarak doldurulmuştur.

RAKAM - EKSİ				
R	A	K	A	M
E	B	C	D	F
G	K	H	L	N
O	Ö	S	P	Ş
	U	Ü	İ	V

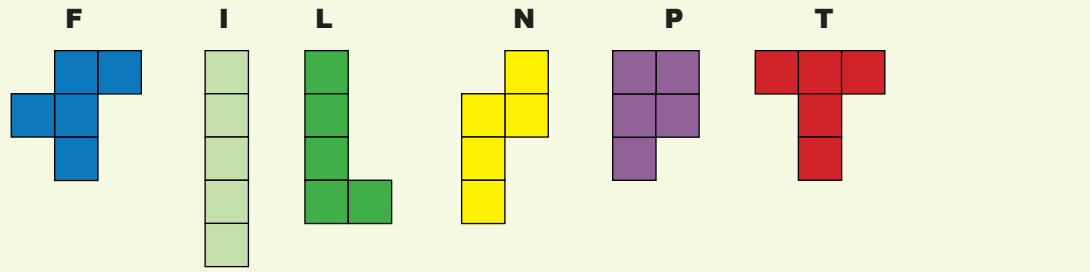


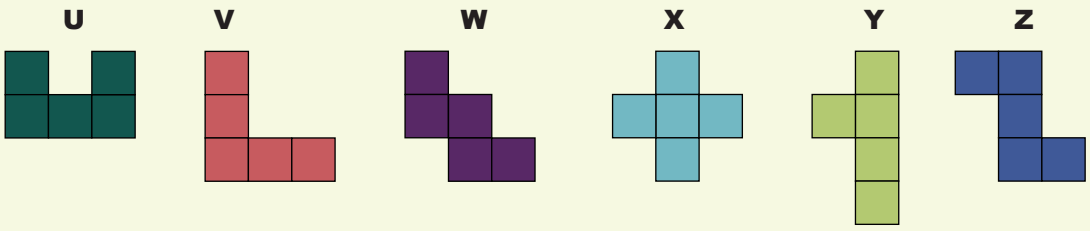
Şimdi Yapabilirsin

1. Aşağıdaki tabloda Ayşe ve Semih sözcükleri açıkta kalmak şartı ile diğer harfleri üç pentomino parçası ile doldurunuz.

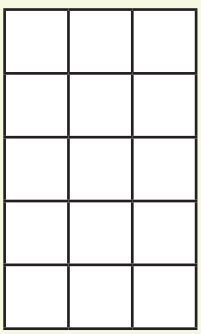
AYŞE - SEMİH				
A	J	L	C	H
Y	B	T	İ	V
Ş		M	D	N
E	E	P	R	K
S	Z	İ	F	G

2. Aşağıda verilen pentomino parçalarından altı tanesini kullanarak A ve B tablolarını doldurunuz.

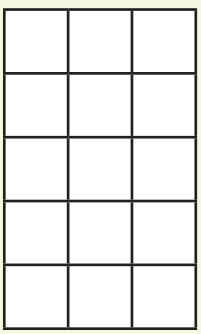




A



B



Soma Küpü

Martin Gardner(Martin Gardnır) tarafından tasarlanmış fakat Danimarkalı yazar ve yapboz mucidi Piet Hein (Pit Hayn) tarafından 1936'da icat edilmiştir. Bir matematik konferansı dinlerken bütünlerin küçük parçalardan oluştuğu görüşünden yola çıkarak konferans sırasında parçaları çizmiştir. Bu yapboz ile üç boyutlu yüzlerce şekil yapabilmek mümkündür. Parçalarla oynayanların geometrik düşünme yeteneğinde hızlı bir gelişme olduğu görülmüştür.

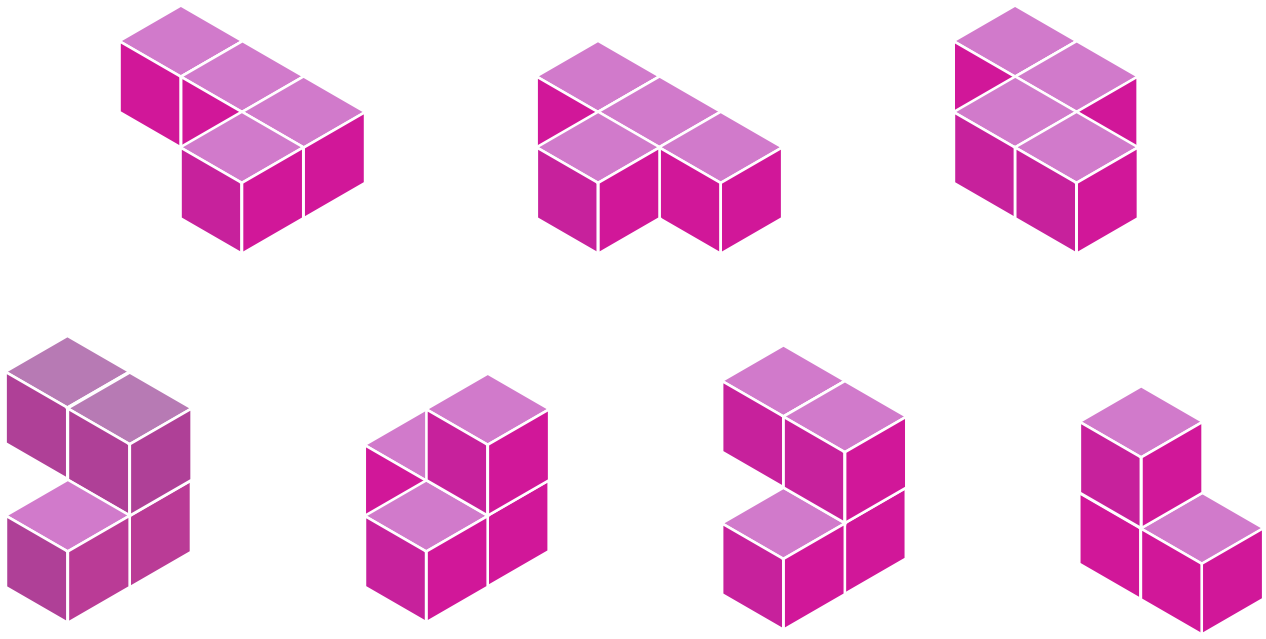
Soma küpleri düzensiz şekillerden düzenli şekiller elde etmek için kullanılır. Soma küplerinde üç küpten bir tane düzensiz şekil ve dört küpten altı düzensiz şekil oluşur. Bu da toplam yedi düzensiz şekil oluşturur ve bu yedi düzensiz şeklin bir araya gelmesiyle bir küp oluşabilir. Bu düzensiz şekillerle küpten başka yirmi yedi değişik şekil elde edilebilir. Köprü, kule, piramit, yılan, yatak vb.

Soma Küpü Nasıl Oynanır?

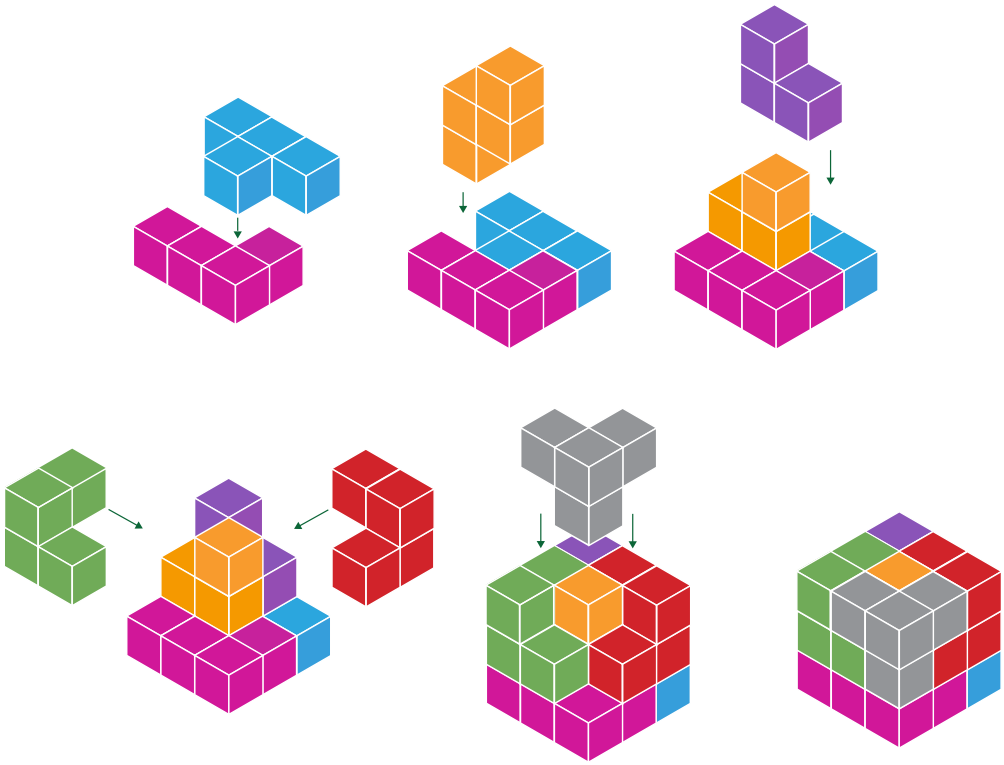
Soma küpü, tek kişi ile oynanabildiği gibi zamana karşı yarışarak iki kişi ile de oynanabilir. Yedi parçadan oluşan soma küpünde amaç, 3x3x3 şeklinde bir küp meydana getirmektir. Bu parçalar ile birçok farklı geometrik şekil elde edilebilir. Bugüne kadar bulunmuş 240 çözüm vardır. Bu çözümler farklı yerleştirme yöntemleri, farklı perspektif ve rotasyonlar ile bulunan çözümlerdir.

Soma küpü ile gelişme çağındaki bireylerin beyin jimnastiği yapmaları amaçlanmaktadır. Küp parçalarını en kısa zamanda tamamlamak oyunda esastır.

Soma Küpü Parçaları



Aşağıda soma küplerinin tümü kullanılarak oluşturulmuş büyük bir küp görülmektedir.

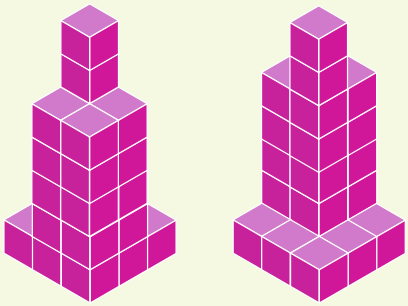


Şimdi Yapabilirsin

1. Verilen şekilde soma küpünden sadece iki parça kullanılmıştır. Hangi parçaların kullanıldığını bulunuz?



2. Soma küpü parçalarını kullanarak verilen kuleyi yapınız.



Tangram

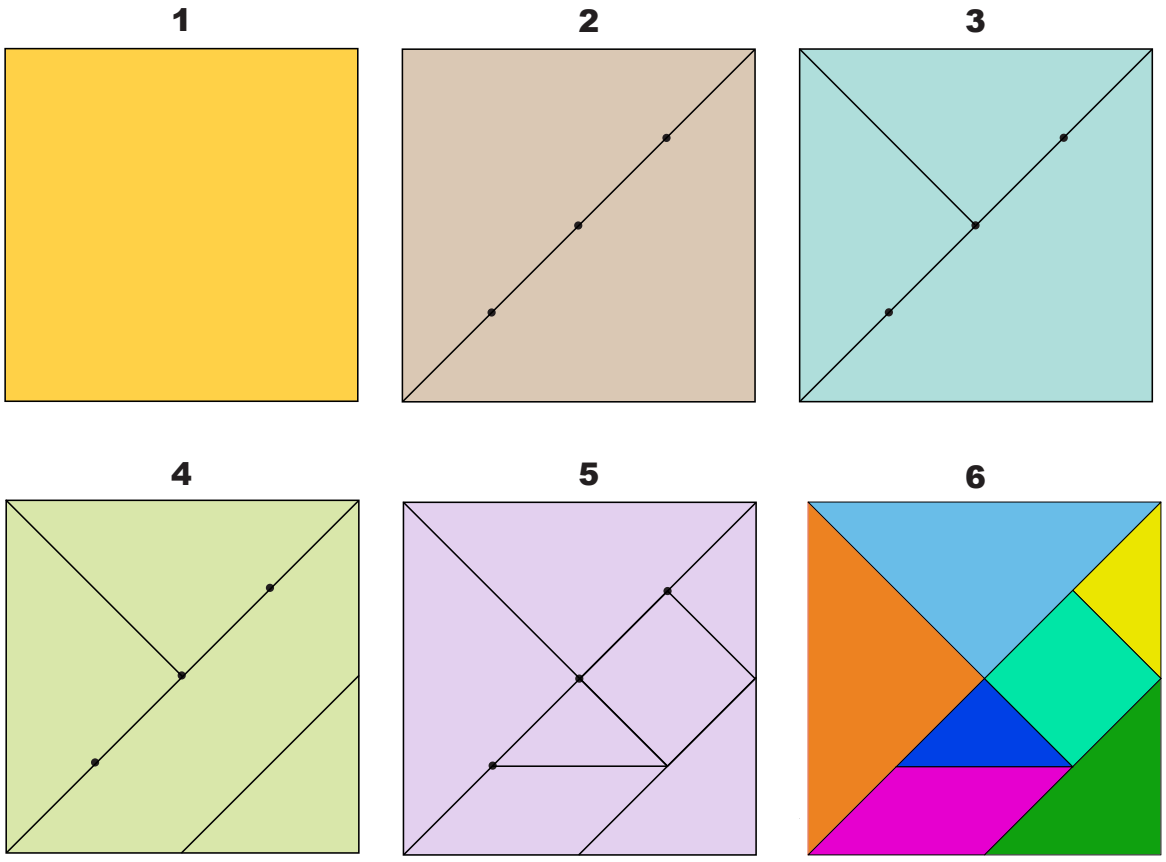
Tangram, 7 geometrik parçayı bir araya getirerek çeşitli şekiller ortaya çıkarmaya dayalı bir zekâ oyunudur.

Tangramın ne zaman ortaya çıktığı hakkında kesin bir bilgi olmamakla beraber bulunan ilk örnek, 1780'den kalma Utamaro'ya ait bir tahta parçasıdır. Japonya'da 1742 yılında yazılan bir kitapta bulmacaya benzer bir tangram bulunsa da bu oyun hakkında bilinen en eski kitap, 1813'te Çin'de yazılmıştır. Bilginler tangramın 18. yy.dan önce Doğu'da ortaya çıkıp Batı'ya da oradan yayıldığını düşünmektedir. Tangram, 19. yy.a gelindiğinde Avrupa ve Amerika'da yaygınlık kazanmıştır. Oyun, 19. yy.da Çin'de o kadar yaygındı ki tangram parçalarından oluşan resimler tabak, masa ve cilalı kutuları süslemede kullanılmaktaydı.

Tangram Parçaları

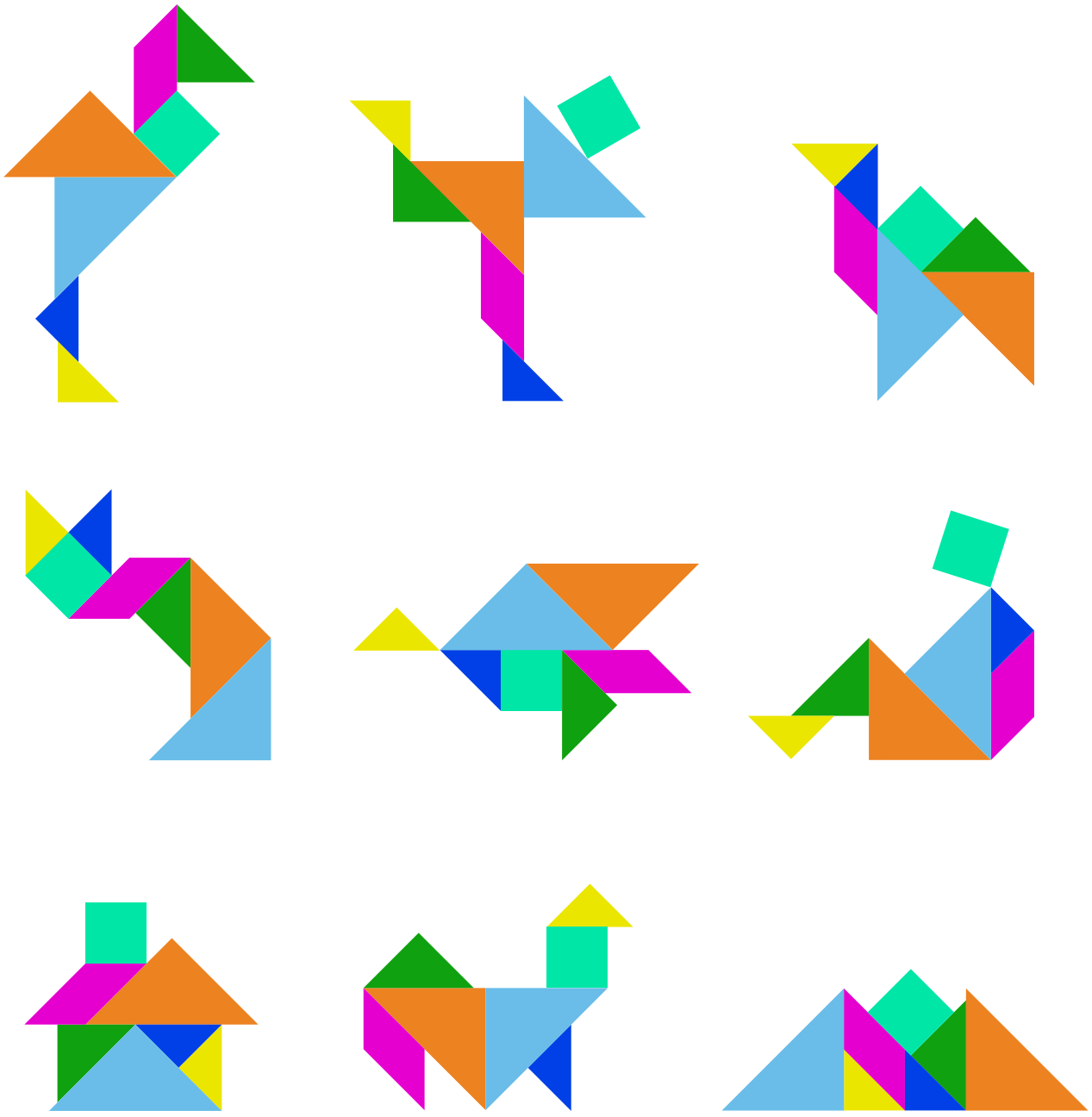
Tangramın parçaları, 1 kare, 1 paralelkenar ve farklı büyüklükte 5 üçgenden oluşmaktadır. Bu yedi parçanın Güneş, Ay, Mars, Jüpiter, Satürn, Merkür ve Venüs'ü temsil ettiği söylenmektedir.

Tangram Nasıl Yapılır?



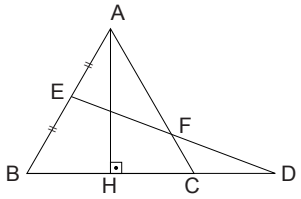
Tangram Nasıl Oynanır?

Tangramda amaç, tangram parçalarıyla şekiller oluşturmaktır. Şekil oluştururken parçaların tümü kullanılmalı ve parçalar üst üste binmemelidir.



3. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

1.



$\triangle ABC$ eşkenardır. $[AH] \perp [BD]$ ve E, F, D noktaları doğrusaldır. $|AE| = |EB|$, $|AH| = |CD|$ olduğuna göre $m(\widehat{AFD})$ kaç derecedir?

A) 105 **B)** 120 **C)** 135 **D)** 150 **E)** 165

2. Bir ABC üçgeninin açıları arasında $m(\widehat{A}) < m(\widehat{B}) < m(\widehat{C})$ ve $8m(\widehat{A}) - m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ bağıntıları vardır.
$\widehat{A}$ nın ölçüsü, tam sayı olduğuna göre $\widehat{A}$ nın en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaç olur?

A) 60 **B)** 65 **C)** 70 **D)** 75 **E)** 80

3. Aşağıda verilen üçgenlerden hangisi sadece cetvel ve pergel kullanılarak tek bir üçgen şeklinde çizilebilir?

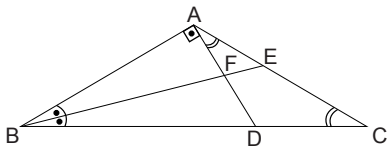
A) $m(\widehat{A}) = 45°$ $m(\widehat{C}) = 70°$ $|AC| = 9$ cm
B) $m(\widehat{A}) = 50°$ $m(\widehat{B}) = 70°$ $|AB| = 8$ cm
C) $m(\widehat{A}) = 50°$ $|AB| = 7$ cm $|BC| = 8$ cm
D) $|AB| = 4$ cm $|BC| = 6$ cm $|AC| = 7$ cm
E) $m(\widehat{A}) = 30°$ $m(\widehat{B}) = 60°$ $m(\widehat{C}) = 90°$

4. ABC üçgeni çiziliyor ve sırasıyla aşağıdaki adımlar uygulanıyor.
I. B açısının açıortayı çiziliyor ve AC kenarını kestiği nokta M olarak adlandırılıyor.
II. C açısının açıortayı çiziliyor ve AB kenarını kestiği nokta N olarak adlandırılıyor.
III. $[BM]$ ve $[CN]$ nın kesim noktasına K deniyor.

Bu üçgende elde edilen $m(\widehat{BMA}) = 82°$ ve $m(\widehat{CNA}) = 71°$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$ kaçtır?

A) 41 **B)** 51 **C)** 62 **D)** 72 **E)** 78

5.



ABC üçgeninde $[AB] \perp [AD]$ ve $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$, $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{DAC})$ olduğuna göre $m(\widehat{BEC})$ kaç derecedir?

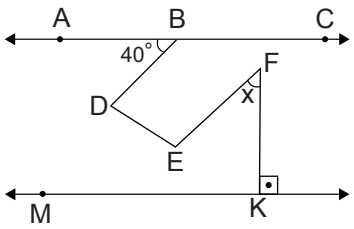
A) 105 **B)** 120 **C)** 135 **D)** 150 **E)** 165

6. Komşu bütünler iki açının açıortayları üzerinde başlangıç noktasına uzaklıkları 3 cm ve 4 cm olan birer nokta işaretleniyor. İşaretlenen bu iki nokta arasındaki uzaklık kaç cm dir?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

3. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

7.



AC//MK ve [DB]//[EF]

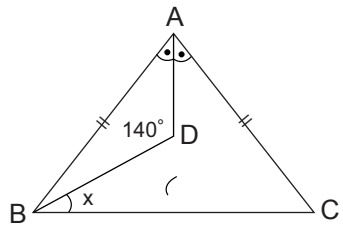
$m(\widehat{ABD}) = 40°$

$m(\widehat{FKM}) = 90°$

$m(\widehat{EFK}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 **B)** 50 **C)** 55
D) 58 **E)** 60

8.



$\widehat{ABC}$ de $|AB| = |AC|$, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$

$m(\widehat{ADB}) = 140°$ veriliyor. Buna göre

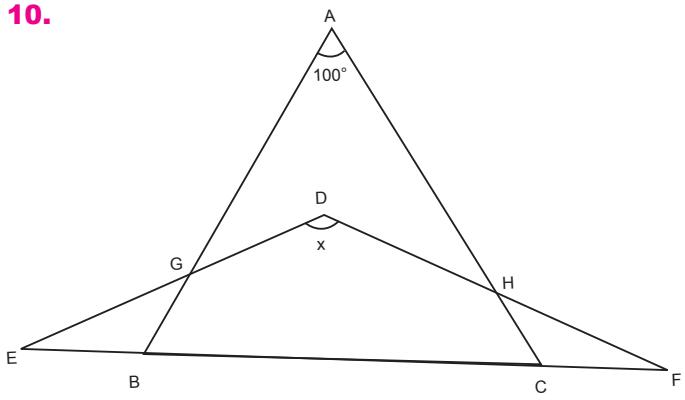
$m(\widehat{DBC}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 **B)** 40 **C)** 45
D) 50 **E)** 55

9. Bir açının bütünleri, tümlerinin 2 katından 20° fazla olduğuna göre bu açının bütünlerinin ölçüsü kaç derecedir?

A) 140 **B)** 150 **C)** 160
D) 165 **E)** 170

10.



ABC ve DEF birer üçgen olmak üzere

|GB| = |EB| ve |HC| = |CF| ise x kaç derecedir?

A) 130 **B)** 140 **C)** 145
D) 150 **E)** 160

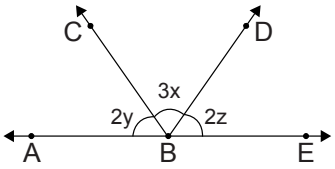
11. $m(\widehat{A}) = 85°26'13''$ ve $m(\widehat{B}) = 35°26'14''$

olduğuna göre $2 \cdot m(\widehat{A}) + 3 \cdot m(\widehat{B})$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $277°11'8''$ **B)** $277°12'8''$ **C)** $276°11'8''$
D) $277°13'8''$ **E)** $276°11'9''$

3. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

12.

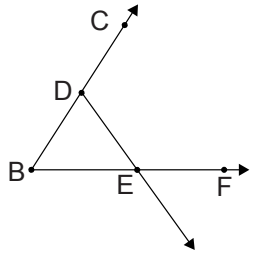


Şekilde $m(\widehat{ABC}) = 2y$, $m(\widehat{CBD}) = 3x$, $m(\widehat{DBE}) = 2z$ ve A, B, E doğrusaldır.

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ olduğuna göre $m(\widehat{CBD})$ kaç derecedir?

A) 54 **B)** 64 **C)** 65 **D)** 70 **E)** 75

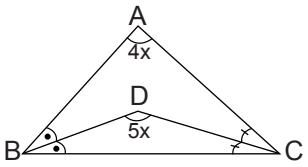
13.



Şekilde CBF ve CDE birer açı olduğuna göre $(\widehat{CBF}) \cap \widehat{CDE}$ aşağıdaki kümelerden hangisini belirtir?

A) $[DC$ **B)** $[DE] \cup [DC$ **C)** $\{C, D, E\}$ **D)** $\{E\} \cup [DC$ **E)** $(\widehat{DEF})$

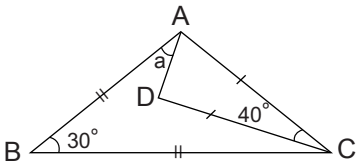
14.



Şekildeki ABC üçgeninde $[BD]$ ile $[CD]$ iç açıortaydır. $m(\widehat{BAC}) = 4x$, $m(\widehat{BDC}) = 5x$ olduğuna göre x kaç derecedir?

A) 25 **B)** 30 **C)** 35 **D)** 40 **E)** 45

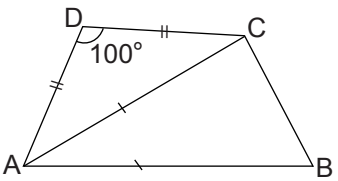
15.



ABC üçgeninde $|AB| = |BC|$, $|AC| = |CD|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 30°$, $m(\widehat{ACD}) = 40°$ ise $m(\widehat{BAD}) = a$ kaç derecedir?

A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

16.

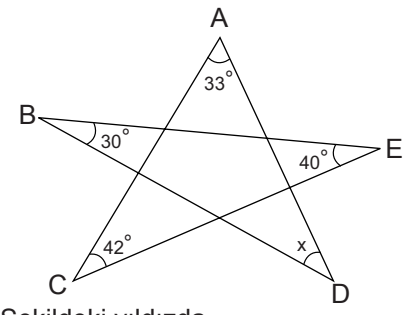


$[AB] // [DC]$, $|AD| = |DC|$, $|AC| = |AB|$ ve $m(\widehat{ADC}) = 100°$ ise $m(\widehat{DCB})$ kaç derecedir?

A) 100 **B)** 110 **C)** 120 **D)** 145 **E)** 150

3. Ünite Sonu Değerlendirme (1)

17.



Şekildeki yıldızda

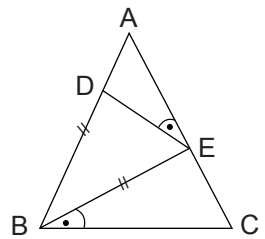
$m(\widehat{EBD}) = 30°$, $m(\widehat{ACE}) = 42°$,

$m(\widehat{BEC}) = 40°$ ve $m(\widehat{CAD}) = 33°$

$m(\widehat{BDA}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 **B)** 35 **C)** 40 **D)** 45 **E)** 50

18.



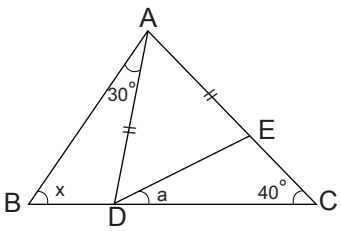
ABC üçgeninde $|BE| = |BD|$ ve

$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EBC})$, $m(\widehat{ACB}) = 65°$

olduğuna göre $m(\widehat{ABE})$ kaç derecedir?

A) 50 **B)** 55 **C)** 60 **D)** 65 **E)** 70

19.



ABC üçgeninde $m(\widehat{BAD}) = 30°$,

$m(\widehat{ACB}) = 40°$, $m(\widehat{ABC}) = x$,

$m(\widehat{EDC}) = a$ ve $|AD| = |AE|$

olduğuna göre x in a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

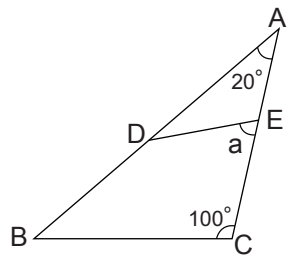
A) $2a + 10°$ **B)** $2a + 20°$ **C)** a **D)** $a + 30°$ **E)** $a + 40°$

20. Açıları arasında $\frac{m(\widehat{A}) + m(\widehat{C})}{5} < 12° + m(\widehat{B})$ bağıntısı olan ABC üçgeninde B açısının ölçüsünün en küçük tam sayı değeri kaç derecedir?

A) 20 **B)** 21 **C)** 22 **D)** 23 **E)** 24

3. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

1.



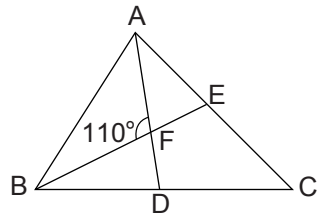
ABC üçgeninde $|BC| = |BD| = |DE|$

$m(\widehat{ACB}) = 100°$, $m(\widehat{CAB}) = 20°$

olduğuna göre $m(\widehat{CED}) = a$ kaç derecedir?

A) 20 **B)** 25 **C)** 30 **D)** 35 **E)** 40

2.



ABC üçgeninde $|EB| = |EC|$ ve $|AB| = |AD|$

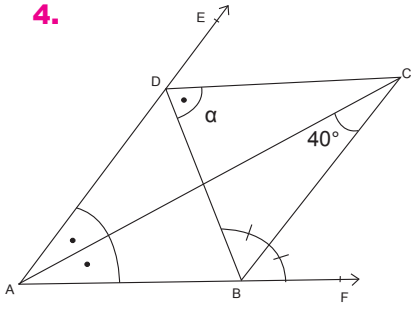
$m(\widehat{BFA}) = 110°$ olduğuna göre $m(\widehat{CAB})$ kaç derecedir?

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 70 **E)** 75

3. ABC üçgeninin iç bölgesinde bir D noktası alınıyor ve [AD], [BD], [CD] çiziliyor. $|AD| = |DC|$, $m(\widehat{ACD}) = 21°$, $m(\widehat{DAB}) = 2 \cdot m(\widehat{DBC})$ ve $m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot m(\widehat{ABD})$ olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

A) 42 **B)** 46 **C)** 48 **D)** 52 **E)** 60

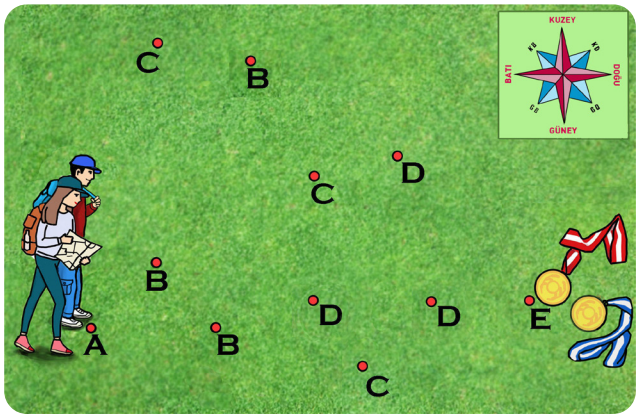
4.



Şekilde $m(\widehat{ACB}) = 40°$ olduğuna göre α kaç derecedir?

A) 35 **B)** 40 **C)** 45 **D)** 50 **E)** 55

5. ve 6. sorular aşağıdaki şekilde verilen bilgilere göre cevaplayınız.



5. Filiz'e oryantiring müsabakasında hedefe ulaşmak için izleyeceği yol talimatı şu şekilde veriliyor;

- A noktasından B noktasına kadar batı-doğu doğrultusunda ilerle,
- B den C ye kuzeydoğu doğrultusunda 4x derecelik açı ile ilerle,
- C den D ye güneydoğu doğrultusunda 2x derecelik açı ile ilerle,
- D den E ye batı-doğu doğrultusunda AB yoluna paralel olarak 4x derecelik açı ile ilerle.

Buna göre x kaç derecedir?

A) 30 **B)** 45 **C)** 60 **D)** 75 **E)** 90

3. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

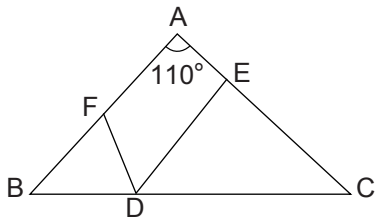
6. Mehmet'e oryantiring müsabakasında hedefe ulaşmak için izleyeceği yol talimatı şu şekilde veriliyor;

- A noktasından B noktasına kadar batı ve doğu doğrultusunda ilerle,
- B den C ye kuzeydoğu doğrultusunda a derecelik açı ile ilerle,
- C den D ye güney doğrultusunda 2x derecelik açı ile ilerle,
- D den E ye batı ve doğu doğrultusunda AB yoluna paralel olarak 3x derecelik açı ile ilerle.

Buna göre $m(\widehat{ABC}) = a$ kaç derecedir?

A) 30 **B)** 60 **C)** 90 **D)** 120 **E)** 150

7.



ABC üçgeninde

$|BF| = |BD|$, $|DC| = |EC|$, $m(\widehat{BAC}) = 110°$ ve $m(\widehat{FDE}) = x + 10°$ olduğuna göre x kaç derecedir?

A) 20° **B)** 25° **C)** 30° **D)** 35° **E)** 40°

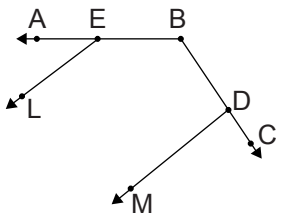
8. Bir doğru üzerindeki A noktasından bir ışın çizildiğinde oluşan bütünler iki açının açıortaylarını B ve C noktalarında kesen bir doğru çiziliyor. B ve C noktalarında oluşan dış açıların ölçüleri toplamı kaç derecedir?

A) 180° **B)** 210° **C)** 240° **D)** 270° **E)** 300°

9. $[AB] \perp [CD]$ ve $[AB] = 7$, $[CD] = 8$ olacak biçimde iki doğru parçası veriliyor. $[AB] \cap [CD] = \{K\}$ ve $K \in [AB]$ olmak üzere $|BD|$ nun en büyük değeri kaçtır?

A) $\sqrt{112}$ **B)** $\sqrt{113}$ **C)** $\sqrt{114}$ **D)** $\sqrt{115}$ **E)** $\sqrt{116}$

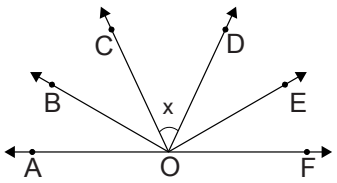
10.



Şekilde $[EL] // [DM]$ ve $m(\widehat{AEL}) = 2x + 10°$ $m(\widehat{B}) = 160°$, $m(\widehat{CDM}) = 6x + 10°$ olduğuna göre $m(\widehat{MDC})$ kaç derecedir?

A) 140 **B)** 130 **C)** 115 **D)** 110 **E)** 100

11.



A, O, F noktaları doğrusaldır.

$3 \cdot m(\widehat{DOE}) = 4 \cdot m(\widehat{AOB})$

$3 \cdot m(\widehat{BOC}) = 4 \cdot m(\widehat{FOE})$

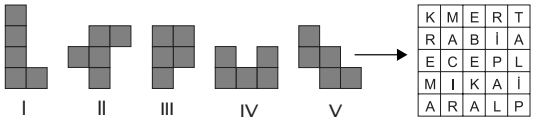
$m(\widehat{BOE}) = 120°$ olduğuna göre

$m(\widehat{COD}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 **B)** 44 **C)** 50 **D)** 52 **E)** 60

3. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

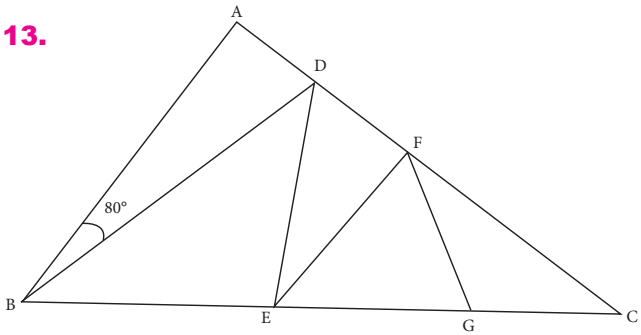
12.



Yukarıdaki beş pentomino parçasından üç tanesi ile MERT, TALİP, ALP kelimeleri dışında kalan kısımlar kapatılacaktır. Buna göre kaç numaralı pentomino parçaları kullanılmayacaktır?

A) I-II **B)** I-III **C)** II-III
D) I-V **E)** II-V

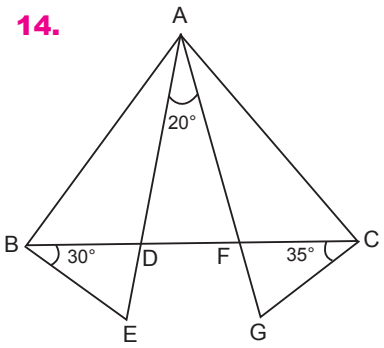
13.



Şekilde |AB|=|BD|=|DE|=|EF|=|FG|=|CG| ve $m(\widehat{ABD}) = 80°$ olduğuna göre $m(\widehat{BDE})$ kaç derecedir?

A) 70 **B)** 80 **C)** 90
D) 100 **E)** 110

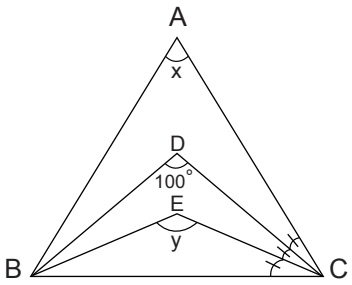
14.



Yandaki şekilde
$m(\widehat{DAF}) = 20°$
$m(\widehat{EBD}) = 30°$
$m(\widehat{GCF}) = 35°$
|AB| = |AE| = |AC| = |AG|
olduğuna göre $m(\widehat{FAC})$ kaç derecedir?

A) 30 **B)** 40 **C)** 50
D) 60 **E)** 70

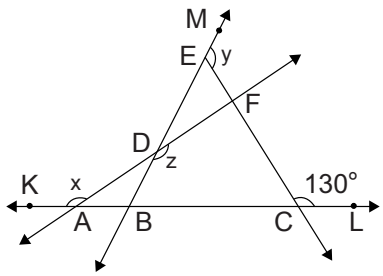
15.



Şekilde $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{EBC})$, $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECB})$ ve $m(\widehat{D}) = 100°$, $m(\widehat{A}) = x$, $m(\widehat{E}) = y$ olduğuna göre y - x kaç derecedir?

A) 80 **B)** 90 **C)** 100
D) 110 **E)** 120

16.

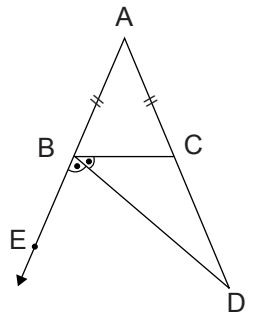


Şekilde MB, KL, AF doğruları ile [EC verilmiştir. $m(\widehat{KAD}) = x$, $m(\widehat{MEC}) = y$, $m(\widehat{FDB}) = z$, $m(\widehat{ECL}) = 130°$ olduğuna göre x + y + z toplamı kaç derecedir?

A) 360 **B)** 400 **C)** 410
D) 420 **E)** 430

3. Ünite Sonu Değerlendirme (2)

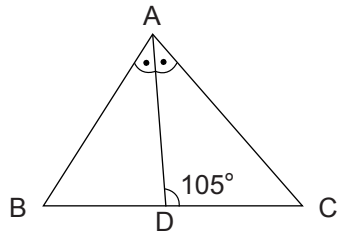
17.



ABD üçgeninde $[BD]$ dış açıortay, $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{ADB}) = 30°$ olduğuna göre $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

A) 70 **B)** 80 **C)** 90 **D)** 100 **E)** 110

18.



ABC üçgeninde $|CA| = |CB|$ ve $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$, $m(\widehat{ADC}) = 105°$ olduğuna göre $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

A) 40 **B)** 45 **C)** 50 **D)** 55 **E)** 60

19. Bir ABC üçgeninin dış açılarının ölçüleri sırasıyla 11, 12, 13 sayıları ile orantılı ise iç açılarının ölçüleri sırasıyla hangi sayılarla orantılıdır?

A) 7:5:4 **B)** 5:6:7 **C)** 7:6:5 **D)** 6:5:7 **E)** 7:6:4

20. Mehmet Öğretmen, üçgende açı konusunu işlerken aşağıdaki adımlardan oluşan bir soru yazdırıyor.

I. Dar açılı bir ABC üçgeni çiziniz.

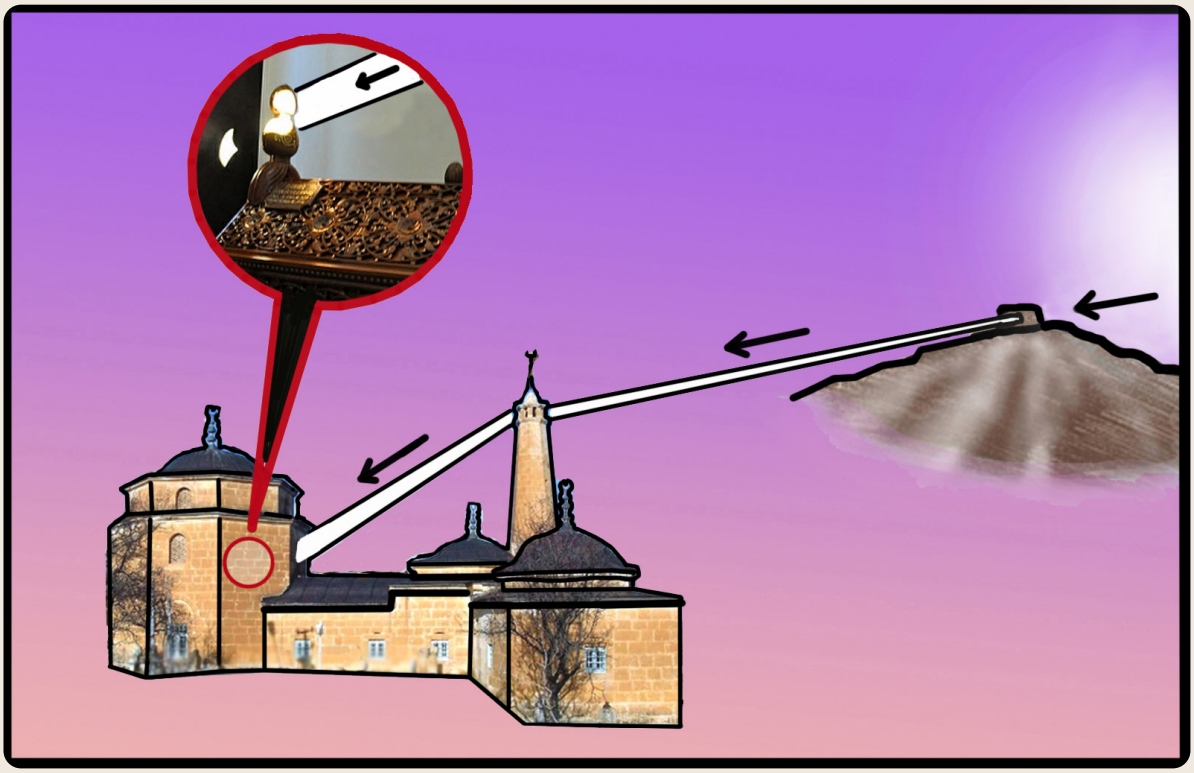
II. AC kenarını D noktasında kesen $\hat{B}$ nın iç açıortayı olan bir ışın çiziniz.

III. C köşesinden bir ışın çizerek 2. adımda çizdiğiniz ışın ile üçgenin dışındaki bir E noktasında kestiriniz.

Çizdiğiniz şekilde $m(\widehat{BAD}) = 2 \cdot m(\widehat{BEC})$ ve $|BC| = |CE| = |ED|$ olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

A) 36 **B)** 48 **C)** 54 **D)** 60 **E)** 72

Zamanda Yolculuk



Erzurumlu İbrahim Hakkı (1703-1780)

İbrahim Hakkı, 1703 te Erzurum'da dünyaya gelmiştir. İlk öğrenimini babası Osman Efendi'den almıştır. Daha sonra Hicaz ve Mısır'a giderek öğrenimini sürdürmüştür. Siirt'in Tillo ilçesine gelerek İsmail Fakirullah'tan dersler almıştır.

İbrahim Hakkı astronomi, tıp, anatomi, fizyoloji, aritmetik, geometri, felsefe ve psikoloji gibi ilimler üzerine çalışmalar yapmıştır. İbrahim Hakkı'nın sahip olduğu bilimsel birikimi en iyi ortaya koyan eseri, hocası için tasarladığı türbede gerçekleşen **Işık Hadisesi**'dir. "Yeni yılın ilk güneşi, eğer hocamın baş ucuna düşmezse ben o güneşi neyleyim!" diyen İbrahim Hakkı, XVIII. yüzyılın ortalarında zirvesinde olduğu astronomi bilgisini kullanarak kurduğu sistemle bunu gerçekleştirmiştir. İbrahim Hakkı, Tillo'nun 3-4 km doğusunda bir tepe üzerinde harçsız taşlarla bir duvar yaptırır. Bu duvarın etkisiyle yılda iki kez ekinoks günlerinde türbenin tümü gölgede kalırken Güneş'in ilk ışınları duvarda bulunan 40 a 50 cm ebadındaki pencereden geçerek türbe kulesinin penceresine ve oradan da kırılmak suretiyle türbe penceresinden İsmail Fakirullah'ın sandukasının baş ucuna ulaşmaktadır. Bir restorasyon çalışmasında bozulan sistem, TÜBİTAK başta olmak üzere çeşitli üniversitelerden oluşturulan yedi kişilik bilim heyetince yapılan çalışmalar sonunda yeniden bilim dünyasına kazandırılmıştır.
Erzurumlu İbrahim Hakkı <http://www.tillo.gov.tr/gunes-hadisesi>

CEVAP ANAHTARLARI

I. Ünite Şimdi Yapabilirsin Cevapları

Şimdi Yapabilirsin(s. 15)
1) a) 99 b) 98 c) 10 ç) 99 d) 11
e) 22 f) 88 g) 10 h) 98

Şimdi Yapabilirsin (s. 17)
1) 3 2) 77 ve 4 3) 81 ve 0
4) - 405 5) 90

Şimdi Yapabilirsin (s. 18)
1) a) milyonlar b) on binler c) 499800
2) a) binler b) yüz binler c) 399992
3) 985 4) algoritma 5) a) Birinci ve ikinci derece
b) Binom c) Cebir d) Miras

Şimdi Yapabilirsin (s. 20)
1) 5 2) 2 3) 3 4) (9,6) 5) 7 6) 45 7) 4

Şimdi Yapabilirsin (s. 22)
1) 54 2) 87 3) 75 4) 65 5) 268

Şimdi Yapabilirsin (s. 26)
1) 1960 2) 820 3) 40 4) 60 5) 6
6) 45 7) 138 8) 22

Şimdi Yapabilirsin (s. 30)
1) 594 2) 3 3) 81900 4) 377 5) 34

Şimdi Yapabilirsin (s. 38)
1) -42 2) -22 3) 9

Şimdi Yapabilirsin (s. 40)
1) 162 2) 178

Şimdi Yapabilirsin (s. 44)
1) D 2) -47 3) 59 4) -700
5) 6 6) II-III-IV 7) -1 8) -13 9) 5

Şimdi Yapabilirsin (s. 46)
1) 6 2) $\frac{k+1}{2}$

Şimdi Yapabilirsin (s. 47)
1) 7 2) 25 3) 7 4) 4 5)17 6)41

Şimdi Yapabilirsin (s. 49)
1) 5 2) 9 3) 30 4) 8

Şimdi Yapabilirsin (s. 51)
1) a) 16 b) 16 c) 32 ç) 4 d) 12
2) 4 3) 90 4) 1

Şimdi Yapabilirsin (s. 62)
1) 135 2) $\frac{3}{4}$

Şimdi Yapabilirsin (s. 70)
1) 5 2) -256 3) 65

Şimdi Yapabilirsin (s. 72)
1) 5^{15} 2) x^{26} 3) 200 4) 15 5) 6 6) 4
7) 2 8) $\frac{1}{3}$

Şimdi Yapabilirsin (s. 75)
1) 6 2) 6 3) 0 4) $\sqrt{5}$ 5) 8 6) b > a > c

Şimdi Yapabilirsin (s. 77)
1) 0 2) 19

Şimdi Yapabilirsin (s. 78)
1) $\frac{x}{2}$ 2) $3\sqrt{3}$

I.Ünite Kendimizi Sınayalım Cevapları

Kendimizi Sınayalım (s. 31)
1) B 2) A 3) D 4) A 5) C 6) D 7) B 8) C
9) A 10) E 11) D 12) B 13) E 14) D 15) C 16) A 17) C
18) 1 D 9) a) 64 b)128 c) 127 20) E

Kendimizi Sınayalım (s. 53)
1) A 2) B 3) D 4) E 5) B 6) C 7) D 8) B
9) C 10) A 11) D 12) E 13) D 14) A 15) A
16) D 17) E 18) E 19) B 20) D

Kendimizi Sınayalım (s. 63)
1) E 2) B 3) D 4) A 5) E 6) E 7) B 8) C
9) C 10) E 11) D 12) C 13) A 14) B 15) C
16) A 17) D 18) D 19) D 20)A

Kendimizi Sınayalım (s. 79)
1)D 2) D 3) E 4) A 5) D 6) A 7) C 8) D
9) C 10) D 11) D 12) B 13) C 14) E 15) D
16) B 17) D 18) D 19) E 20) D

Kendimizi Sınayalım (s. 81)
1) B 2) C 3) C 4) B 5) D 6) C 7) C 8) A
9) C 10) D 11) D 12) D 13) B 14) D 15) D
16) D 17) D 18) C 19) B 20) D

1.Ünite Sonu Değerlendirme Cevapları

1.Ünite Sonu Değerlendirme(1) (s. 97)
1) A 2) D 3) A 4) E 5) C 6) C 7) C 8) D
9) D 10) A 11) B 12) C 13) C 14) D 15) E
16) A 17) B 18) A 19) E 20) C

1.Ünite Sonu Değerlendirme(2) (s. 99)
1) E 2) B 3) E 4) C 5) A 6) D 7) B 8) E
9) B 10) D 11) C 12) B 13) B 14) A
15) E 16) E 17) E 18) E 19) D 20) A

1.Ünite Sonu Değerlendirme(3) (s. 101)
1) C 2) D 3) C 4) A 5) D 6) E 7) B 8) B
9) D 10) B 11) A 12) C 13) C 14) B 15) A
16) E 17) E 18) B 19) C 20) C

3.Ünite Sonu Değerlendirme(4) (s. 103)
1) D 2) A 3) E 4) D 5) B 6) E 7) A 8) E
9) C 10) E 11) D 12) D 13) A 14) B 15) B
16) C 17) A 18) A 19) D 20) C

II.Ünite Şimdi Yapabilirsin Cevapları

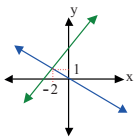
Şimdi Yapabilirsin(s. 107)
1)Ö 2)Ö 3)Ö 4)Ö 5)Ö 6)D 7)D 8)D 9)Ö 10)D
11)D 12)Ö 13)Ö 14)D 15)Ö 16)D 17)Ö 18)Ö

Şimdi Yapabilirsin (s. 108)
1) özdeşlik 2) özdeşlik değil 3) özdeşlik

Şimdi Yapabilirsin (s. 110)
1) 38 2)59 3) 24 4) 16 5) 175

Şimdi Yapabilirsin (s. 112)
1) 4 2) 111 3) 103 4) 72 5) 102

Şimdi Yapabilirsin (s. 118)
1) - 3 2) 3 3) - 3 4) - 3 5) 3 6) 2

Şimdi Yapabilirsin (s. 133)
1) Ç = {(2,2)} 2) 

3) $\begin{matrix} 3e + p = 9 \\ e + 3p = 11 \end{matrix}$ 4) 3

Şimdi Yapabilirsin (s. 139)
1) $\frac{8}{15}$ 2) $\frac{5}{12}$

Şimdi Yapabilirsin (s. 140)
1) 168 2) 150

Şimdi Yapabilirsin (s. 144)
1) 20 2) 400 3) 10 4) 20

Şimdi Yapabilirsin (s. 150)
1) 8 2) 7 3) 50 4) 90

Şimdi Yapabilirsin (s. 151)
1) 264 2) 6,6 3) 19

Şimdi Yapabilirsin (s. 156)
1) $\frac{5b - 3a}{2}$ 2) 48

Şimdi Yapabilirsin (s. 161)
1) 6 2) 12 3) 26 4) 33 5) $\frac{2x - y}{2}$
6) 18 7)31

Şimdi Yapabilirsin (s. 165)
1) 26 2) 20

Şimdi Yapabilirsin (s. 166)
1) 40 2) 15

Şimdi Yapabilirsin (s. 167)
1) 60 2) 294

Şimdi Yapabilirsin (s. 168)
1) 140 2) 280 3) 25 4) 50

Şimdi Yapabilirsin (s. 173)
1) 16x = 25y 2) 150 3) 75 4) 100
5) %4 azalır 6) 60

Şimdi Yapabilirsin (s. 177)
1) 1 2) 72

Şimdi Yapabilirsin (s. 179)
1) 50 2) 42

II.Ünite Kendimizi Sınayalım Cevapları

Kendimizi Sınayalım (s. 114)
1) D 2) C 3) A 4) B 5) E 6) A 7) C 8) D
9) D 10) E 11) E 12) D 13) D 14) D 15)C
16) A 17) C 18) E 19) D 20) E

Kendimizi Sınayalım (s. 121)
1) C 2) D 3) A 4) C 5) E 6) B 7) E 8) E
9) B 10) A 11) B 12) C 13) A 14) B 15) B
16) C 17) B 18) A 19) E 20) A

Kendimizi Sınayalım (s. 135)
1) B 2) D 3) E 4) B 5) B 6) C 7) C 8) D
9) B 10) D 11) B 12) A 13) E 14) A 15) A
16) E 17) A 18) C 19) C 20) D

Kendimizi Sınayalım (s. 145)
1) C 2) E 3) D 4) E 5) B 6) A 7) D 8) B
9) D 10) C 11) C 12) E 13) C 14) D 15) E
16) A 17) C 18) E 19) A 20) E

1.Kendimizi Sınayalım (s. 180)
1) D 2) C 3) D 4) B 5) C 6) A 7) D 8) D
9) D 10) C 11) A 12) B 13) D 14) B 15) E
16) A 17) D 18) B 19) B 20) C

2.Kendimizi Sınayalım (s. 183)
1) D 2) D 3) D 4) A 5) C 6) C 7) D 8) C
9) E 10) C 11) D 12) D 13) E 14) C 15) E
16) C 17) A 18) B 19) A 20) E

2. Ünite Sonu Değerlendirme Cevapları

2.Ünite Sonu Değerlendirme(1) (s. 196)
1) E 2) A 3) C 4) C 5) D 6) D 7) B 8) B
9) D 10) A 11) D 12) D 13) C 14) A 15) C
16) D 17) C 18) D 19) A 20) B

2.Ünite Sonu Değerlendirme(2) (s. 199)
1) E 2) E 3) D 4) A 5) E 6) E 7) C 8) D
9) D 10) D 11) E 12) C 13) C 14) C 15) C
16) B 17) A 18) C 19) C 20) C

2.Ünite Sonu Değerlendirme(3) (s. 201)
1) B 2) B 3) C 4) B 5) C 6) B 7) E 8) C
9) A 10) E 11) C 12) A 13) D 14) B 15) D
16) D 17) C 18) B 19) B 20) B

2.Ünite Sonu Değerlendirme(4) (s. 203)
1) A 2) E 3) C 4) D 5) C 6) C 7) B 8) A
9) C 10) E 11) B 12) B 13) B 14) A 15) E
16) A 17) A 18) D 19) E 20) A

III.Ünite Şimdi Yapabilirsin Cevapları

Şimdi Yapabilirsin (s. 209)

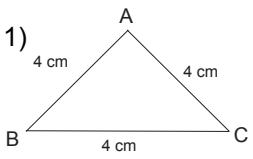
1) doğru 2) doğru parçası 3) açısal bölge
4) $m(\widehat{ABC})$

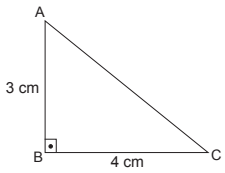
Şimdi Yapabilirsin (s. 210)
1) $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 96^\circ 15'24''$
$m(\widehat{A}) - m(\widehat{B}) = 48^\circ 31'46''$
2) $2m(\widehat{A}) = 87^\circ 15'46''$

Şimdi Yapabilirsin (s. 214)
1) 74 2) 130

Şimdi Yapabilirsin (s. 218)
1) 74 2) 32 3) 20 4) 123 5) 72 6) 145

Şimdi Yapabilirsin (s. 229)

1)


2)


3) Çizilemez. Çünkü, üçgende her hangi iki kenarın uzunlukları toplamı diğer kenarın uzunluğundan küçük olamaz. Verilen soruda 3 + 4 = 7 olup 8 den küçük olduğu için üçgen çizilemez.

Şimdi Yapabilirsin (s. 231)
1) a) $\{K,L\}$ b) $\{D,L\}$ c) $\{E,D,K,L\}$
ç) $\{E,K,L\}$ d) $\{D,E\} \cup [KL]$
e) $[DK] \cup [DE] \cup [LE]$
2) a) $\{B,D\}$ b) $\{D\} \cup [BC$ c) $[BD]$
ç) $[BD] \cup [BC$

Şimdi Yapabilirsin (s. 242)
1) 80 2) 50 3) 38 4) 104 5) 70 6) 30
7) 40 8) 52

III.Ünite Kendimizi Sınayalım Cevapları

Kendimizi Sınayalım (s. 245)
1) E 2) C 3) B 4) A 5) E 6) D 7) C 8) D
9) A 10) A 11) E 12) A 13) A 14) B 15) B
16) C 17) D 18) E 19) E 20) D

3.Ünite Sonu Değerlendirme Cevapları

3.Ünite Sonu Değerlendirme(1) (s. 257)
1) C 2) E 3) D 4) E 5) C 6) A 7) B 8) D
9) C 10) B 11) A 12) A 13) B 14) B 15) A
16) B 17) B 18) A 19) A 20) B

3.Ünite Sonu Değerlendirme(2) (s. 261)
1) E 2) D 3) B 4) D 5) A 6) E 7) B 8) D
9) B 10) C 11) A 12) B 13) D 14) B 15) A
16) C 17) D 18) A 19) C 20) E

OYUNLARIN ÇÖZÜMLERİ

Sudoku

1	5	6	9	3	2	7	8	4
7	8	4	6	5	1	3	9	2
9	3	2	8	7	4	1	6	5
8	1	5	3	2	9	4	7	6
4	6	7	5	1	8	2	3	9
2	9	3	4	6	7	8	5	1
6	7	8	1	4	5	9	2	3
3	4	9	2	8	6	5	1	7
5	2	1	7	9	3	6	4	8

1

5	4	7	2	1	6	8	3	9
2	6	8	9	3	7	5	4	1
9	1	3	8	5	4	2	7	6
6	8	4	3	2	5	9	1	7
3	7	2	4	9	1	6	8	5
1	9	5	7	6	8	3	2	4
4	5	6	1	8	3	7	9	2
7	3	9	6	4	2	1	5	8
8	2	1	5	7	9	4	6	3

2

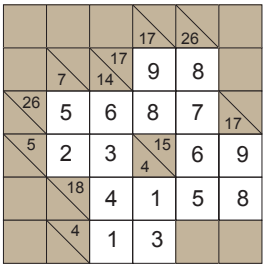
6	4	8	7	9	5	2	1	3
1	3	9	4	2	8	5	7	6
2	7	5	1	6	3	9	8	4
9	1	4	5	3	6	7	2	8
5	2	7	9	8	4	6	3	1
8	6	3	2	7	1	4	5	9
4	5	6	8	1	7	3	9	2
7	8	2	3	4	9	1	6	5
3	9	1	6	5	2	8	4	7

3

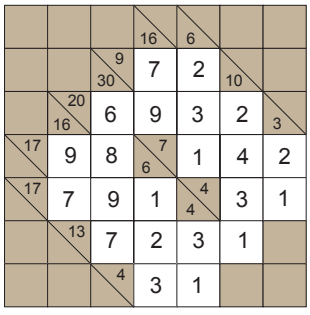
6	9	8	2	7	5	1	4	3
1	2	4	9	3	6	8	5	7
5	3	7	4	1	8	6	2	9
2	8	9	3	5	7	4	6	1
4	6	5	1	9	2	7	3	8
3	7	1	6	8	4	2	9	5
8	1	6	5	2	9	3	7	4
9	4	3	7	6	1	5	8	2
7	5	2	8	4	3	9	1	6

4

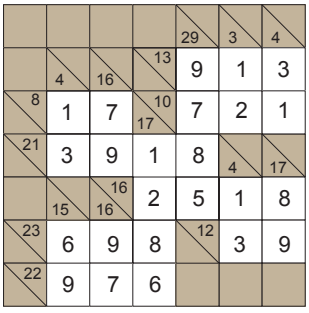
Kakuro



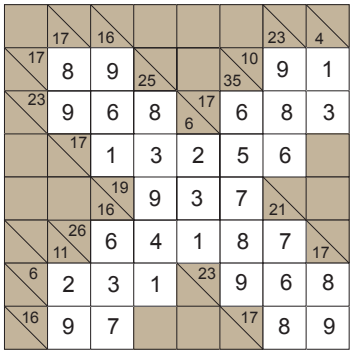
1



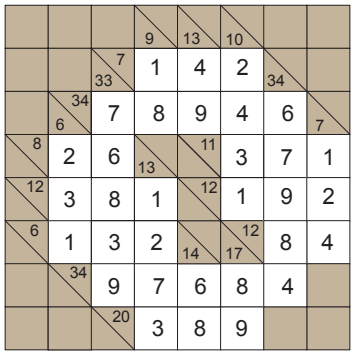
2



3



4



5

İşlem Karesi

	1	2	3	4	5	
1	9	-	7	x	1	2
2	x	■	-	■	x	
3	4	÷	2	x	3	6
4	-	■	+	■	+	
5	6	+	8	+	5	19
	30		13		8	

1

	1	2	3	4	5	
1	8	x	6	+	4	52
2	x	■	-	■	+	
3	7	+	5	+	1	13
4	-	■	+	■	-	
5	3	+	9	+	2	14
	53		10		3	

2

	1	2	3	4	5	
1	3	+	4	-	5	2
2	+	■	+	■	x	
3	8	÷	2	x	9	36
4	+	■	+	■	-	
5	7	x	6	+	1	43
	18		8		44	

3

	1	2	3	4	5	
1	4	x	9	-	5	31
2	+	■	-	■	x	
3	6	x	8	÷	2	24
4	-	■	+	■	+	
5	7	+	1	x	3	10
	3		2		13	

4

	1	2	3	4	5	
1	9	x	8	+	7	79
2	+	■	x	■	-	
3	2	x	10	-	3	17
4	x	■	÷	■	+	
5	1	+	5	x	6	31
	11		16		10	

5

	1	2	3	4	5	
1	6	+	7	-	8	5
2	x	■	x	■	÷	
3	10	x	9	-	1	89
4	-	■	+	■	-	
5	5	x	3	x	2	30
	55		66		6	

6

Kare Karalamaca

1

	1 1	1 1 1	1 1	1 1	2 2
1 2		■		■	■
1 1 1	■		■		■
1		■			
1 1 1	■		■		■
1 2		■		■	■

2

	2 1	1 1 1	1 2	1 1	1 1 1	2 1
1 1		■			■	
1 2 1	■		■	■		■
1 1	■					■
1 1		■			■	
2			■	■		
3 2	■	■	■		■	■

3

	2 2	1 2 1	1 1	2 2	1 1	1 2 1	2 2
3 3	■	■	■		■	■	■
1 1 1	■			■			■
1 1 1		■		■		■	
1 1		■				■	
1 1			■		■		
1 1 1	■			■			■
2 1 2	■	■		■		■	■

4

	1 3	4 1	3	4	1 1 3	4 1 1	1	4 1 1
1 3 1		■		■	■	■		■
2 1 1 1	■	■		■		■		■
1 1 1 1		■		■		■		■
1 3 1		■		■	■	■		■
1							■	
1 1 2 1	■		■		■	■		■
3 1	■	■	■		■			
1 1 2 1	■		■		■	■		■

5

	1 3 1	3 1 4	1	5 4	1 1 1 1 1	3 4	1	5 4	1 1 1 1 1	3 4
2 2 2	■	■		■	■			■	■	
1 1 1		■		■				■		
2 3 3	■	■		■	■	■		■	■	■
1 1 1 1 1	■			■		■		■		■
2 3 3	■	■		■	■	■		■	■	■
1 1			■				■			
1 3 3		■		■	■	■		■	■	■
2 1 1 1 1	■	■		■		■		■		■
1 1 1 1 1		■		■		■		■		■
1 3 3		■		■	■	■		■	■	■

6

	1 3	6 1 1	1 3 1	1	10	1 1 1	1 2 3	2 1 5	1 1 1	1 3
1 1 2		■			■		■	■		
1 1 1		■			■			■		
4 1		■	■	■	■		■			
1 1 2 1		■			■		■	■		■
1 1		■			■					
3 2 2	■	■	■		■	■		■	■	
1 1 1			■		■			■		
3 6	■	■	■		■	■	■	■	■	■
1 1 2 1	■				■		■		■	■
3 6	■	■	■		■	■	■	■	■	■

İşlem Çarpmaca

1-12

		6		1		6
	9			5		45
7			8			56
	2				12	24
		10	3			30
11					4	44
77	18	60	24	5	48	

1

1-12

11				3		33
	1	12				12
2					5	10
		4		10		40
	6		9			54
			8		7	56
22	6	48	72	30	35	

2

1-12

12				5		60
		11		8		88
			6		9	54
4					10	40
	2	1				2
	3		7			21
48	6	11	42	40	90	

3

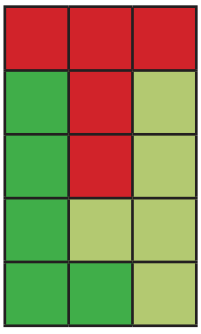
1-12

				6	12	72
		1		11		11
	9	2				18
5	3					15
			4		10	40
7			8			56
35	27	2	32	66	120	

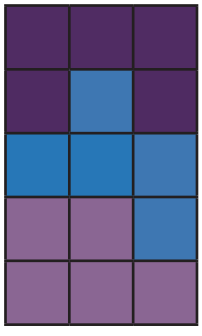
4

Pentomino

A



B



SÖZLÜK

A

açıortay : Bir açıyı iki eş açıya ayıran ışın.

alan : Bir yüzey parçasının ölçüsü. Bir yüzeyde birim yüzeyin kaç defa olduğunu gösteren sayı.

B

basamak : Bir sayıda rakamların yazıldığı yerler.

basamak değeri : Rakamların sayıda bulunduğu basamağa göre gösterdiği değerler.

boş küme : Elemanı olmayan küme. ∅ veya { } ile gösterilir.

bölen : Bir bölme işleminde bölünenin kaç eşit parçaya ayrıldığını gösteren sayı.

Ç

çarpanlara ayırma : Bir sayının (ifadenin) 1 den farklı en az iki çarpan şeklinde yazılmasıdır.

çember : Bir düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların kümesidir.

çeşitkenar üçgen : Kenarları farklı uzunlukta olan üçgenler.

çözüm kümesi : Bir denklemi ya da eşitsizliği sağlayan tüm değerlerin oluşturduğu küme.

D

dar açılı üçgen : Üç açısı da dar açı olan üçgen.

değişken : Yerine belli bir kümenin her bir elemanı konulabilen simge.

denklem : İçinde en az bir bilinmeyenin bulunduğu eşitlik.

derece : Açı ölçü birimi.

dış açıortay : Bir çokgenin bir dış açısını iki eş parçaya ayıran ışın.

dik kenar : Dik üçgende dik açıyı oluşturan kenarlardan her biri.

E

eşkenar üçgen : Üç kenarının uzunlukları birbirine eşit olan üçgen.

eşitlik : İçinde “=” sembolü bulunan matematik cümlesi.

eşitsizlik : İçinde <, >, ≤, ≥ veya ≠ sembollerinden en az birinin bulunduğu matematik cümlesi.

F

grafik : Değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan çizgisel anlatım şekli.

İ

iç açıortay : Bir çokgenin bir iç açısını iki eş parçaya ayıran ışın.

ikizkenar üçgen : İki kenarının uzunluğu, eşit olan üçgenler.

K

karekök : Bir sayının eş iki çarpanından birinin pozitif değeri.

kesir : Bütün ile bütünün paçalarını gösteren sayı.

kesişen doğrular : Yalnız bir ortak noktaları olan doğrular.

kenarortay : Üçgenin bir köşesini karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçası.

koordinat sistemi : Birbirini dik kesen yönlendirilmiş iki doğrunun belirttiği düzlem.
kök : Denklemi sağlayan sayı.

M

merkez açı : Köşesi çemberin merkezinde olan açı.

O

ortak bölen : Birden fazla sayma sayısını kalansız olarak bölen sayma sayısı.

Ö

özdeşlik : Her zaman doğru olan eşitlikler.

P

pararalel doğrular : Bir düzlem içinde olup ortak noktaları bulunmayan doğrular.

S

sayı : Rakamların bir çokluk belirtecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeler.
sayı doğrusu : Kalın çizgiden oluşan ve her noktası bir gerçek sayıya karşılık gelen en temel koordinat sistemi.

T

terim : Bir konuyu ve kavramı anlatan anlamlı bir sözcük.

Ü

üçgenin iç teğet çemberinin merkezi : Üçgenin iç açıortaylarının kesim noktası.

Y

yarıçap : Çemberin merkezini herhangi bir noktasına birleştiren doğru parçası.
yükseklik : Üçgenin bir köşesinden karşı kenara indirilen dik doğru parçası.

Kaynakça

- Argün ZİYA vd., **Temel Matematik Kavramlarının Künyesi**, Ankara: Gazi Kitabevi, Ankara, 2014.
- Gazi Mustafa Kemal ATATÜRK, Türkiye Cumhurbaşkanı, **Geometri/Gazi Mustafa Kemal**, Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, 2007.
- **Türkçe Sözlük**, 11. Baskı, Ankara: TDK Yayınları, 2011.
- **Yabancı Sözlere Karşılıklar Kılavuzu**, Ankara: TDK Yayınları, 2008.
- **Yazım Kılavuzu**, 27. Baskı, Ankara: TDK Yayınları, 2012.
- Orta öğretim matematik dersi öğretim programı, 2016. / http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx
- Bütüner, S. Ö. (2016). Babil sayılarından Pisagor Üçlülerine, *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi,* 10 (2), 273-291.
- İnönü, E. (2005). Salih Zeki ve Asâr-ı Bâkiye, *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* 7 (1).
- Koca, N. (2020). Asal Sayıların Tespiti İçin Farklı Metod Ve Uygulamaları, < http://acikerisim.pau.edu.tr/xmlui/handle/11499/35339>, (ET: 10.10.2022/22.11).
- Cinan, S. (2010). Sudoku Bulmacasında Zihinsel Adımlar: Hariç Tutma ve Dahil Tutma Taktikleri, *Türk Psikoloji Dergisi,* 25 (66), 42-52.
- Topdemir, H. G. (2012). Harezmî, *Bilim ve Teknik Dergisi,* 531, 90-92.
- Altıntaş, E., İlgün, Ş., Uygun, S. ve Angay, M. (2021). 7. Sınıf Öğrencilerinin Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusuyla İlgili Hataları Ve Kavram Yanılgıları. E- Kafkas Eğitim Araştırmaları Dergisi, 8, 788-820.
- Musa YILDIZ, Bir Dilci Olarak Ali Kuşçu ve Risâle fî'l-İsti'âre'si, Kültür Bakanlığı Yayınları, Ankara, 2002.

Görsel ve Genel Ağ Kaynakçası için karekodu okutunuz.