ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TELAFİ EĞİTİMİ

MATEMATİK

9. SINIF

ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TELAFİ EĞİTİMİ

MATEMATİK

9. SINIF

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI • ...

YARDIMCI KAYNAK EĞİTİM MATERYALİ • ...

TELAFİ EĞİTİMİ

MATEMATİK 9. SINIF

ISBN ...

Basım Adedi ...

Yazar

KOMİSYON

Baskı ...

Sertifika No. ...

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif ERSOY

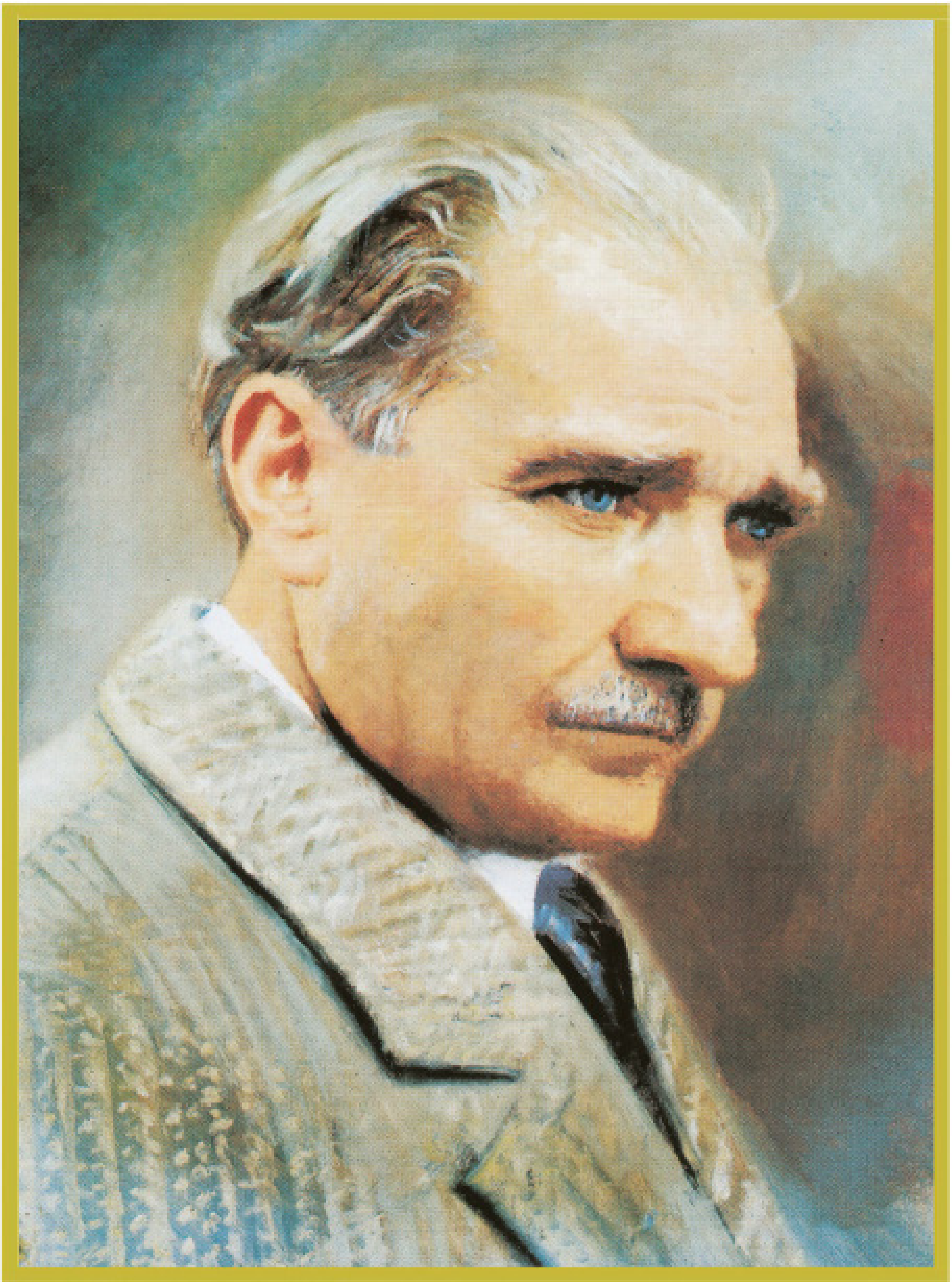
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ 8

ÜÇGENDE TEMEL KAVRAMLAR 10

ÜÇGENLERDE EŞLİK VE BENZERLİK 17

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI 25

DİK ÜÇGEN VE TRİGONOMETRİ 34

ÜÇGENİN ALANI 42

CEVAP ANAHTARI 49

Değerli Öğretmenler ve Sevgili Öğrenciler,

Millî Eğitim Bakanlığı olarak her koşulda eğitim ve öğretimin devamlılığını sağlamak için gerekli tedbirleri almaktayız. Ülkemizde yaşanan deprem nedeniyle bazı illerimizde eğitim öğretime ara verilmiştir. Bu kapsamda deprem felaketinin eğitim üzerindeki olumsuz etkilerini azaltmak, öğrencilerin akademik becerilerini geliştirmek, eksik oldukları konuları telafi etmek amacıyla eğitimde fırsat eşitliği ilkesini temel alarak öğrencilerimize yönelik telafi eğitimleri başlatılmıştır.

- Eğitim öğretime ara verilen 2022-2023 eğitim öğretim yılının ikinci döneminden başlamak üzere derslerde işlenemeyen konu ve kazanımlar tespit edilmiştir. Bu kazanımların kısa bir süre içinde verilebilmesi, öğrenmenin kalıcı olabilmesi, sonraki öğrenmeleri destekleyebilmesi adına öğretim yöntem ve teknikleri çerçevesinde ders notları, etkinlikler ve sorular hazırlanmıştır.

Yapılan hazırlıklar çerçevesinde hazırlanan ders notlarında “Konu Özetleri ve Kritik Bilgi, Dikkat, Biliyor musunuz?, Hatırlayalım” gibi başlıklarla konuların önemli noktalarına değinilmiştir. Bulmaca, eşleştirme gibi etkinliklerin yanı sıra çoktan seçmeli, beceri temelli ve açık uçlu gibi farklı soru tarzları da çalışma içinde yer almaktadır. Bu sayede üzerinde durulan kritik kazanımlara ait konuların pekiştirilmesi planlanmıştır. Ayrıca çalışma içinde yer alan ders anlatım ve soru çözüm videolarına karekodlar aracılığıyla ulaşılabilmektedir.

Telafi sürecinde bu kaynakların sizlere faydalı olması dileğiyle…

ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

MATEMATİK

9. SINIF

ÜÇGENLER

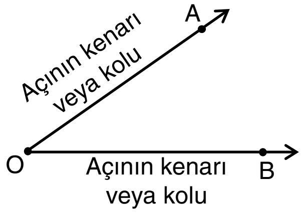
- Üçgenlerde Temel Kavramlar
- Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik
- Üçgenin Yardımcı Elemanları
- Dik Üçgen ve Trigonometri
- Üçgenin Alanı

ÜÇGENLERDE TEMEL KAVRAMLAR

• Geometri öğretiminde ve öğrenimindeki aksaklıkları ve bazı kelimelerden kaynaklı anlam zorluklarını gören Atatürk,1936-1937 kış aylarında yol gösterici olarak 44 sayfalık bir geometri kitabı yazmıştır. Kitap 1937 yılında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yazar adı konmadan yayınlanmış, 1971 yılında da ikinci baskısı Türk Dil Kurumu tarafından çıkartılmıştır. Kitapta kullanılan ve günümüzde kullanılmaya devam edilen pek çok terim, Atatürk tarafından türetilmiştir.

Zaviye (Açı) , Dılı (Kenar), Mustatil (Dikdörtgen) ,Murabba (Kare), Re's (Köşe) , Hattı Munassıf (Açıortay) ,Musavi (Eşit)..vb.gibi

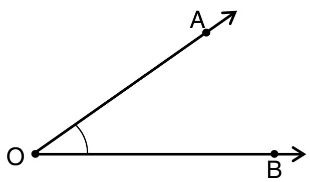
• Düzlemde başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşiminin oluşturduğu açıklığa **açı** denir. Buradaki ışınlara **açının kolları,** ortak noktaya da **açının köşesi** adı verilir.



Şekildeki açı, $\widehat{AOB}$, $\widehat{BAO}$ veya $\widehat{O}$ şeklinde adlandırılır.

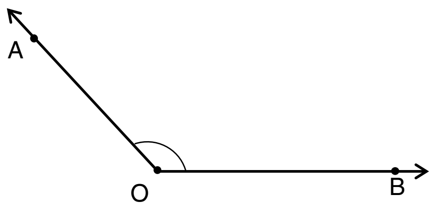
• İki ışının birleştiği noktada açı oluştuğu zaman bu açının büyüklüğü derece ile ölçülür. Açının ölçüsü derece türünden ifade edilir.

• Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açıya **dar açı**, ölçüsü 90° olan açıya **dik açı**, ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açıya **geniş açı** denir.



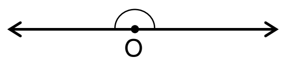
Dar Açı

Dik Açı

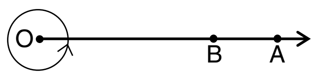


Geniş Açı

• Ölçüsü 180° olan açıya **doğru açı**, ölçüsü 360° olan açıya **tam açı** denir.

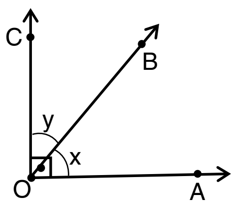


Doğru Açı



Tam Açı

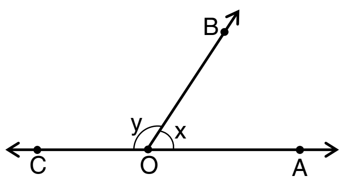
• Birer ışını ortak olan açılara **komşu açılar;** ölçüleri toplamı 90° olan iki açıya **tümler açılar**, birer ışını ortak ve ölçüleri toplamı 90° olan açılara **komşu tümler açılar** denir.



m($\widehat{AOB}$) = x ve m($\widehat{BOC}$) = y ise x + y = 90° olur.

Buna göre x ile y birbirinin tümleridir.

• Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya **bütünler açılar**, birer ışını ortak ve ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya **komşu bütünler açılar** denir.



m($\widehat{AOB}$) = x ve m($\widehat{BOC}$) = y ise x + y = 180° olur.

Buna göre x ile y birbirinin bütünleridir.

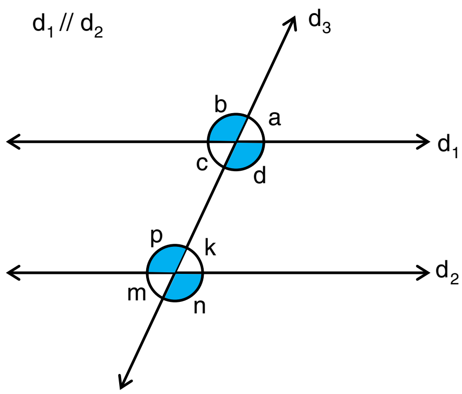
• Paralel olan veya olmayan iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğruya, bu iki doğrunun keseni adı verilir.Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar;

• Kesişen iki doğrunun oluşturduğu açılardan komşu olmayanlarına **ters açılar** denir.

• Birer ışınları paralel zıt yönlü, diğer ışınları ortak olan zıt yönlü açılara **iç ters açılar** denir.

• Birer ışınları aynı doğru üzerinde zıt yönlü, diğer ışınları farklı doğru üzerinde paralel olan zıt yönlü açılara **dış ters açılar** denir.

• Birer ışınları aynı doğru üzerinde aynı yönlü, diğer ışınları farklı doğru üzerinde paralel olan aynı yönlü açılara **yöndeş açılar** denir.



Ters Açılar

a = c, b = d, k = m, n = p

İç Ters Açılar

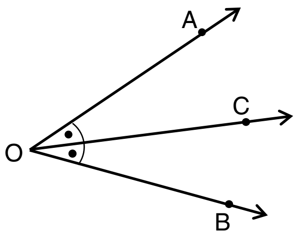
c = k, d = p

Dış Ters Açılar

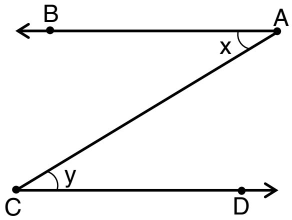
m = a, n = b

Yöndeş Açılar

a = k, b = p, c = m, d = n

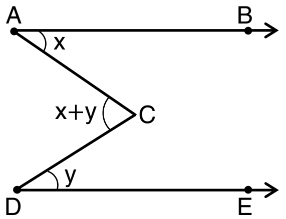


$m(\widehat{COA}) = m(\widehat{BOC})$ olduğundan [OC, BOA açısının açıortayıdır.



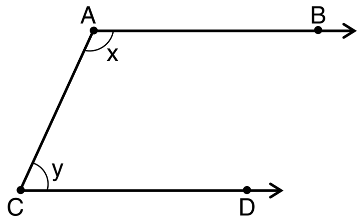
[AB // [CD, $m(\widehat{BAC}) = x$ ve $m(\widehat{ACD}) = y$ olmak üzere

x = y olur.



[AB // [DE, $m(\widehat{BAC}) = x$ ve $m(\widehat{CDE}) = y$ olmak üzere

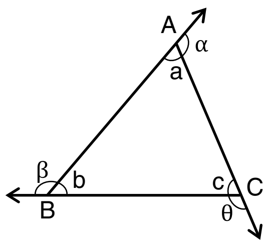
$m(\widehat{ACD}) = x + y$ olur.



$[AB \parallel [CD$, $m(\widehat{BAC}) = x$ ve $m(\widehat{ACD}) = y$ olmak üzere

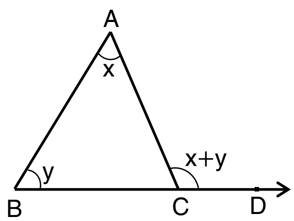
$x + y = 180°$ olur.

• Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180°, dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

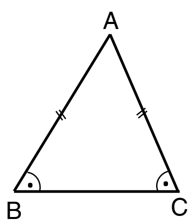


$a + b + c = 180°$

$\alpha + \beta + \theta = 360°$



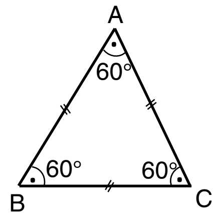
Üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.



ABC ikizkenar üçgen ve

$|AB| = |AC|$ olmak üzere

- $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$
- $\widehat{A}$ tepe açısı
- $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ taban açılarıdır.

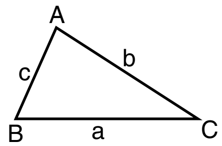


Kenarlarının uzunlukları birbirine eşit olan üçgene **eşkenar üçgen** denir.

ABC eşkenar üçgen ise

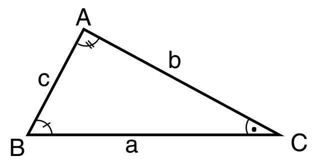
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$ olur.

- Bir üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü **en büyüktür.**



$a > b > c$ ise $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ dir.

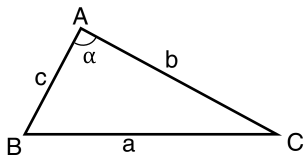
- Bir üçgenin kenarları arasında aşağıda verilen her bir eşitsizliğe **üçgen eşitsizliği** denir.



$|b - c| < a < b + c$

$|a - c| < b < a + c$

$|a - b| < c < a + b$

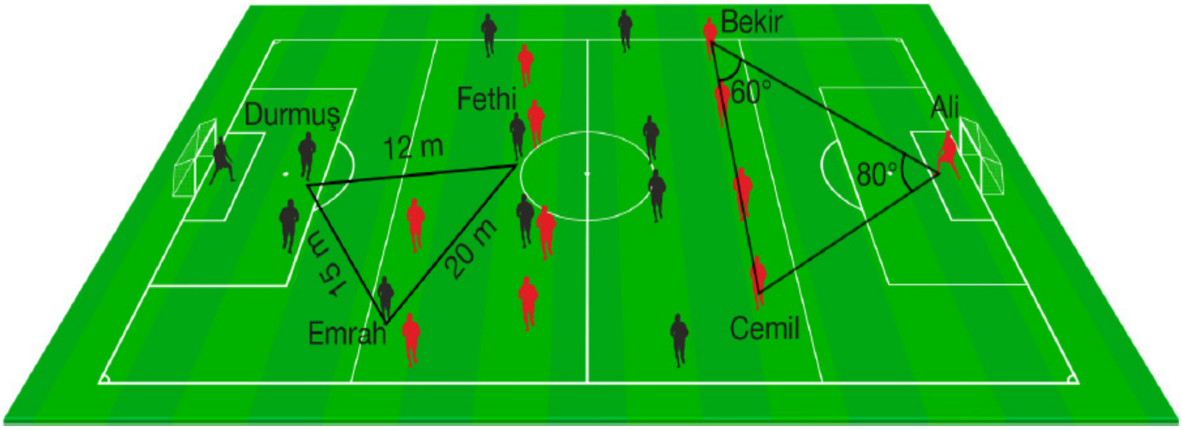


$\alpha < 90° \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$

$\alpha = 90° \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$

$\alpha > 90° \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$

Aşağıdaki görselde oyuncuların konumları verilmiştir.



Verilen bilgilere göre aşağıda boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.

a) Ali, Cemil ve Bekir'in bulunduğu noktaların birleştirilmesiyle oluşan ACB üçgenin açılarından en küçük açısının ölçüsü ……..………………… olur.

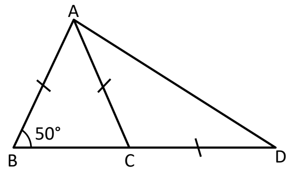
b) Ali ile Bekir arasındaki uzaklık, Bekir ile Cemil arasındaki uzaklıktan ……..…………………

c) Ali ile Cemil arasındaki uzaklık, Ali ile Bekir arasındaki uzaklıktan …………………………..

ç) Bekir ile Cemil arasındaki uzaklık, Ali ile Cemil arasındaki uzaklıktan …………..……………

d) Durmuş, Fethi ve Emrah'ın bulunduğu noktaların birleştirilmesiyle oluşan üçgenin köşe noktaları sırasıyla D, E ve F olarak adlandırılıp bu açılarının ölçüleri küçükten büyüğe doğru sıralandığında sıralama ………………………………… şeklinde olur.

1.



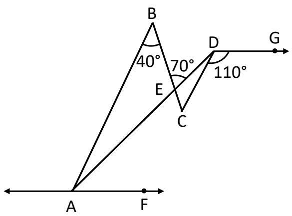
ABC bir üçgendir.

$|AB| = |AC| = |CD|$

$m(\widehat{ABD}) = 50°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{BAD})$ **kaç derecedir?**

A) 75 B) 85 C) 95 D) 105 E) 115

2.



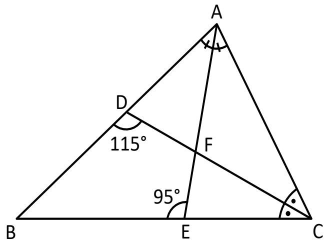
Şekilde $[AB] \parallel [CD]$, $AF \parallel [DG$ ve $[AD] \cap [BC] = \{E\}$'dir.

$m(\widehat{ABC}) = 40°$, $m(\widehat{BED}) = 70°$ **ve** $m(\widehat{CDG}) = 110°$

olduğuna göre $m(\widehat{DAF})$ **kaç derecedir?**

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

3.



Şekildeki ABC üçgeninde

$m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{ACD})$,

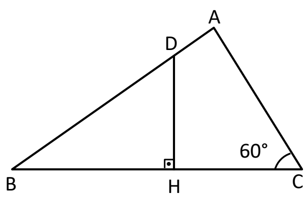
$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$

ve $[AE] \cap [CD] = \{F\}$ dir.

$m(\widehat{BDC}) = 115°$ ve $m(\widehat{AEB}) = 95°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{ABC})$ **kaç derecedir?**

A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40

4.



Şekildeki ABC üçgeninde

$[DH] \perp [BC]$,

$|BH| = |HC|$,

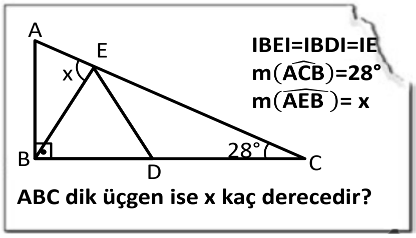
$|DB| = |AC|$'dir.

$m(\widehat{ACB}) = 60°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{BDH})$ **kaç derecedir?**

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

2020 AYT

5. Ders kitabından aşağıdaki soruyu çözmek isteyen Engin, sayfanın bir kısmı yırtık olduğu için uzunlukları birbirine eşit, farklı üç doğru parçasından bir ucu E olan sonuncu doğru parçasının hangisi olduğunu anlayamıyor.



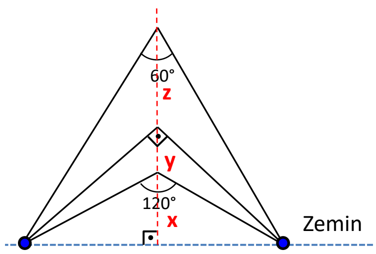
Bu yüzden bu doğru parçası yerine bir ucu E diğer ucu A, D ve C'den biri olan rastgele bir doğru parçası seçiyor ve bu seçime göre işlem hatası yapmadan soruyu çözüyor. Cevap anahtarına baktığında ise bulduğu sonucun doğru olmadığını görüyor.

Cevap anahtarı hatalı olmadığına göre, Engin'in bulduğu sonuç ile doğru cevap arasındaki fark kaç derecedir?

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

2021 TYT

6.



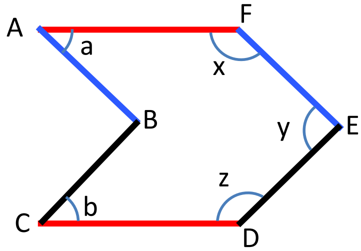
İki ucundan zemine sabitlenmiş olan bir lastik, tam ortasından tutulup zemine dik bir biçimde yukarı doğru çekilip uzatılıyor. Lastik zeminden x birim yukarı çekildiğinde oluşan açı 120°, bu durumdan y birim daha yukarı çekildiğinde oluşan açı 90° ve son olarak ikinci durumdan z birim daha yukarı çekildiğinde oluşan açı 60° olmaktadır.

Buna göre x, y ve z değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $y < z < x$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

2022 TYT

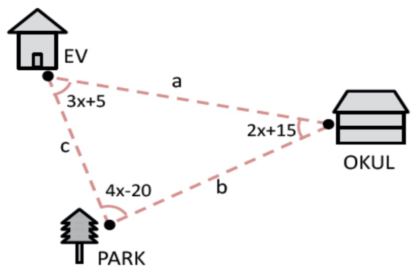
7. Aynı renkteki kenarları birbirine paralel olan aşağıdaki şekilde derece türünden a, b, x, y ve z açıları gösterilmiştir.



$a < b < 60°$ **olduğuna göre x, y ve z açılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
D) $y < z < x$ E) $z < y < x$

8.

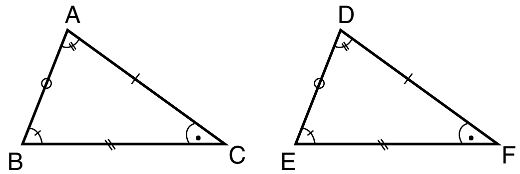


Ömer evinden okula gidiyor. Okuldan çıktıktan sonra parka uğrayıp tekrar evine dönüyor.

a, b, c; ev, okul ve park arasındaki mesafeleri temsil ettiğine göre aşağıda verilen sıralamalardan hangisi doğrudur?

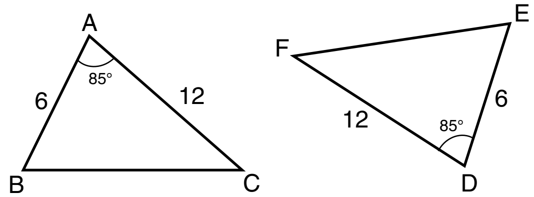
A) $a > c > b$ B) $b > c > a$ C) $c > b > a$
D) $b > a > c$ E) $a > b > c$

• İki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları ve karşılıklı köşelerindeki açı ölçüleri eşit ise bu üçgenlere **eş üçgenler** denir.



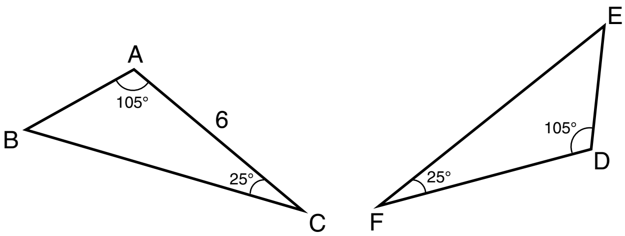
$\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$ için
$|AB| = |DE|$
$|BC| = |EF|$
$|AC| = |DF|$ ve
$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$
$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$ eşitlikleri sağlanıyorsa
$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ yazılır.

• İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer kenar uzunlukları ve bu kenarlar arasında kalan açı ölçüleri eşit ise bu üçgenler eş üçgenler olur. Buna **Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.) Eşlik Kuralı** denir.



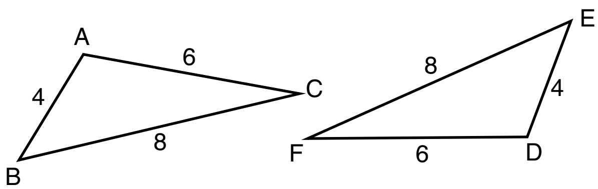
$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ dir.

• İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açının ölçüleri ve bu açılar arasında kalan kenar uzunlukları eşit ise bu üçgenler eş üçgenler olur. Buna **Açı-Kenar-Açı (A.K.A.) Eşlik Kuralı** denir.



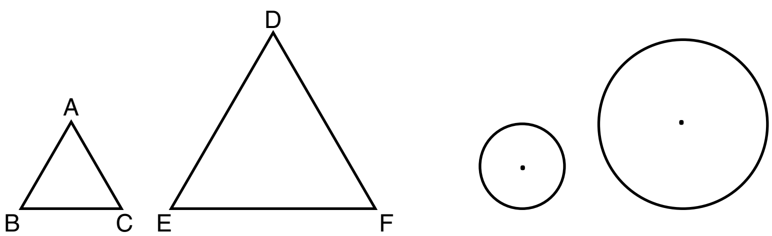
$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ dir.

• İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı bütün kenar uzunlukları eşit ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Bu durumda üçgenlerin karşılıklı açıları da eştir. Buna **Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) Eşlik Kuralı** denir.

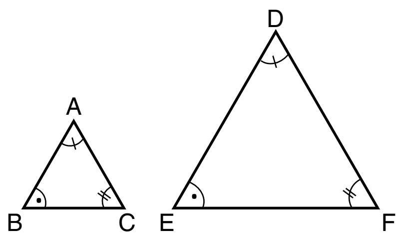


$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ dir.

• Belli oranda büyütülmüş veya küçültülmüş şekillere **benzer şekiller** adı verilir.



• İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede, karşılıklı açıları eş veya karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılı olan üçgenlere **benzer üçgenler** denir. Benzerlik durumu “ ~ ” sembolü ile gösterilir.



ABC ve DEF üçgenlerinde

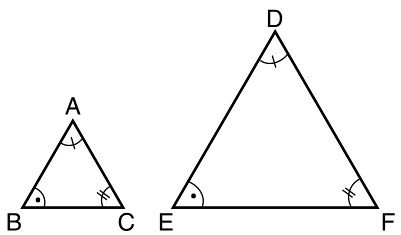
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$

$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$

olduğundan **ABC ve DEF üçgenleri benzerdir** denir.

Bu benzerlik $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

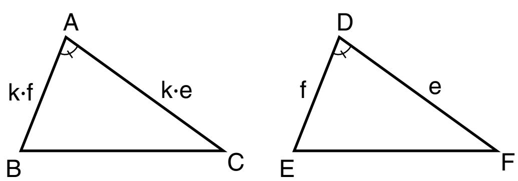


$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olduğunda üçgenler karşılıklı kenarlar arasında

$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$ orantısı yazılır. $(k \in \mathbb{R}^+)$

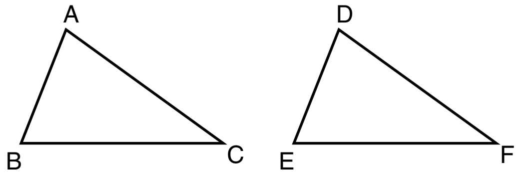
Burada k ye **benzerlik oranı** denir. k = 1 ise üçgenler eşittir.

• Karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açıları eş olan üçgenler benzer olur. Buna **Kenar - Açı - Kenar (K.A.K) Benzerlik Kuralı** denir.



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ $(k \in \mathbb{R}^+)$

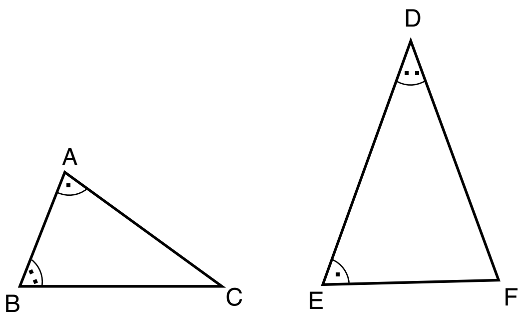
• İki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir. Buna **Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K) Benzerlik Kuralı** denir.



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ise $\dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} = \dfrac{|AC|}{|DF|}$ ve

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$ olur.

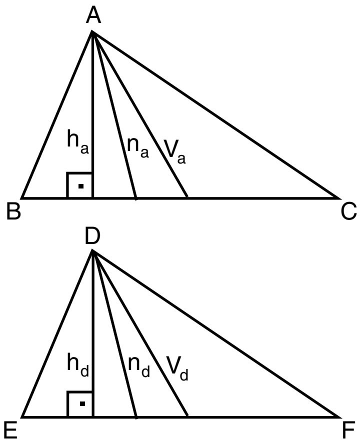
• İki üçgen arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açıları eş ise üçgenler benzerdir. Buna **Açı - Açı (A.A) Benzerlik Kuralı** denir.



$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDF}$

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{E})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$ ve $\dfrac{|AB|}{|ED|} = \dfrac{|AC|}{|EF|} = \dfrac{|BC|}{|DF|}$ olur.

• Benzer üçgenlerin karşılıklı kenarlara ait yükseklikleri, kenarortayları ve açıortayları orantılıdır. Bu oran benzerlik oranına eşittir.



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ise $\dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} = \dfrac{|AC|}{|DF|} = k$ dır.

Buradan

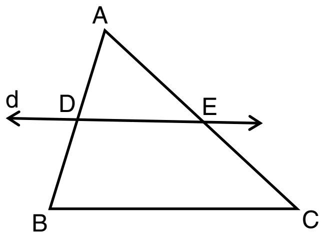
$\dfrac{h_a}{h_d} = \dfrac{h_b}{h_e} = \dfrac{h_c}{h_f} = k$

$\dfrac{V_a}{V_d} = \dfrac{V_b}{V_e} = \dfrac{V_c}{V_f} = k$

$\dfrac{n_a}{n_d} = \dfrac{n_b}{n_e} = \dfrac{n_c}{n_f} = k$ olur.

TEMEL ORANTI TEOREMİ

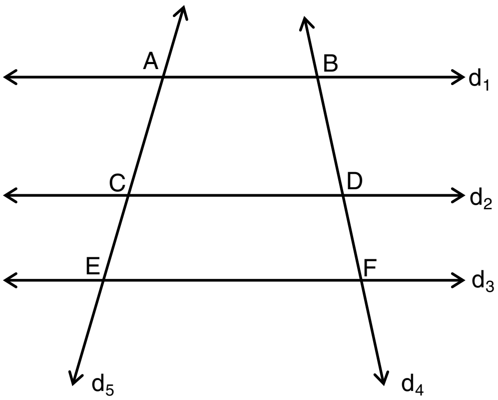
Bir üçgenin bir kenarına paralel olan ve diğer iki kenarını kesen bir doğru, kestiği kenarları orantılı olarak böler.



$d \parallel [BC]$ ise $\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ dir.

I. THALES TEOREMİ

İki farklı doğru, en az üç paralel doğru ile kesildiğinde orantılı parçalara ayrılır.

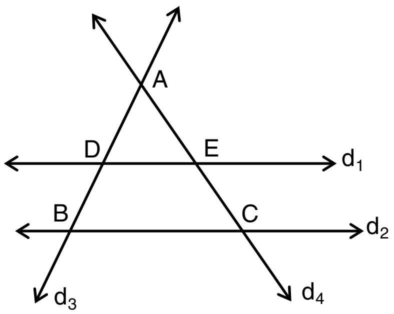


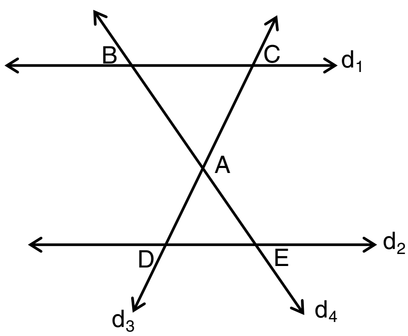
$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$ ise $\dfrac{|AC|}{|CE|} = \dfrac{|BD|}{|DF|}$ dir.

II. THALES TEOREMİ

Kesişen iki doğrunun, paralel iki doğru tarafından kesilmesiyle oluşan üçgenlerin kenarları orantılıdır.

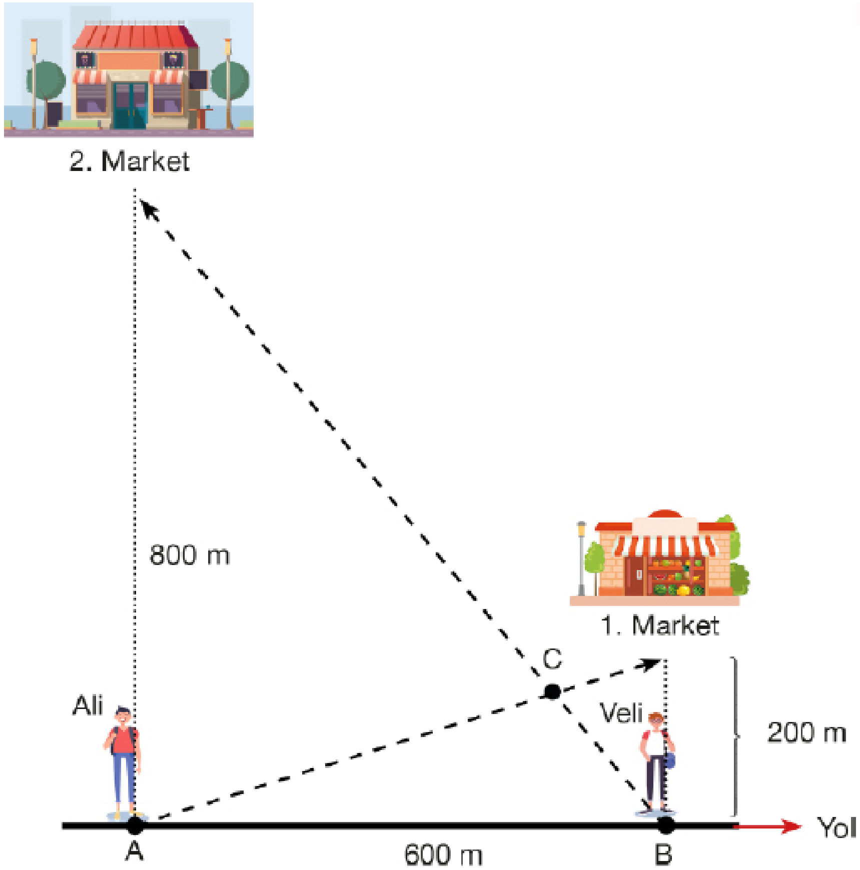
$d_1 \parallel d_2$ olmak üzere





$\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|}$ ve $\dfrac{|AB|}{|AE|} = \dfrac{|AC|}{|AD|} = \dfrac{|BC|}{|DE|}$ olur.

Aynı mahallede yaşayan Ali ile Veli mahallenin iki farklı marketinden aynı marka kolonya almadan önce kolonya fiyatlarını karşılaştırmak istiyor. Görselde A noktasinda bulunan Ali 1. Markete, B noktasında bulunan Veli ise 2. Markete en kısa yoldan gitmek istiyor. 1. Marketin yola uzakligi 200 m, 2. Marketin yola uzaklığı 800 m, Ali ile Veli arasindaki uzaklik ise 600 m dir.



Verilen görsele ve bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

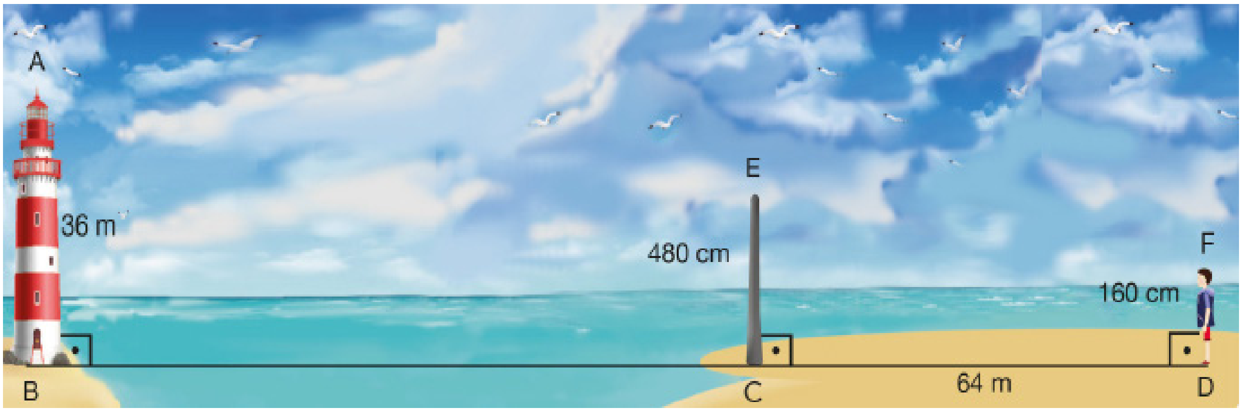
1. Farklı marketlere gitmek için yola çıkan Ali ile Veli'nin karşılaştıkları C noktasının yola uzaklığı kaç metredir?

2. Ali ile Veli'nin karşılaşma anında Veli'nin 2. Markete uzaklığı kaç metredir?

3. Ali ile Veli'nin karşılaşma anında Ali'nin 1. Markete uzaklığı kaç metredir?

BECERİ TEMELLİ SORU

Aşağıdaki görselde bir öğrenci matematik dersinde öğrendiği bilgilerden yararlanarak deniz fenerinin kıyıya uzaklığını hesaplamak istiyor. Kıyıdan fenere doğru baktığında kendi göz hizası, kıyıdaki bir direk ve fenerin tepe noktasının aynı doğrultuda olduğunu fark ediyor.



Kıyıdaki direğin boyu 480 cm, öğrencinin bulunduğu nokta ile direk arası 64 m, fenerin boyu 36 m ve öğrencinin göz hizasının yerden yüksekliği 160 cm dir.

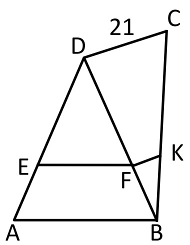
Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Deniz fenerinin direğe uzaklığı kaç metredir?

2. Öğrencinin göz hizası ile direğin tepe noktası arasındaki uzaklık yaklaşık kaç metredir?

3. Direğin tepe noktası ile deniz fenerinin tepe noktası arasındaki uzaklık yaklaşık kaç metredir?

1.



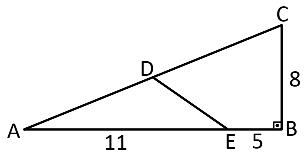
Şekildeki ABD ve BCD üçgenlerinde

[EF] // [AB] ve [FK] // [DC] ’dir.

|DC| = 21 cm, 7|EF| = 4|AB| **olduğuna göre** |KF| **kaç santimetredir?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2.



Şekildeki ABC dik üçgeninde

[AB] ⊥ [BC],

|AD| = |DC|,

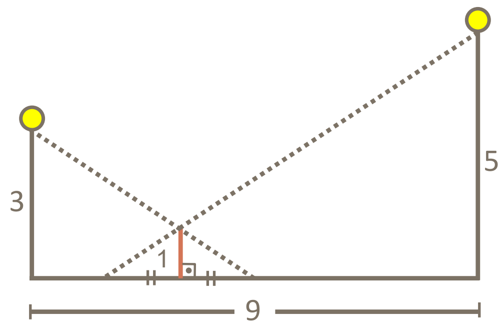
|AE| = 11 cm, |EB| = 5 cm

|CB| = 8 cm

Buna göre |DE| **kaç santimetredir?**

A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) $4\sqrt{2}$

3. Doğrusal bir yol üzerinde, aralarındaki uzaklık 9 metre olan 3 ve 5 metre yüksekliğindeki iki lamba direği ve bu direklerin arasında bulunan 1 metre yüksekliğindeki bir çubuk şekilde gösterilmiştir.



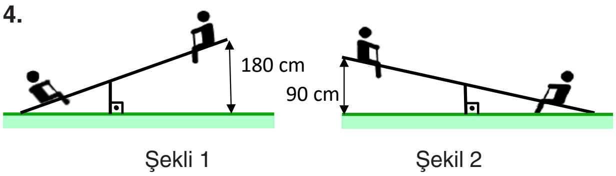
Direkler üzerindeki lambaların çubuğun her iki tarafında oluşturduğu gölgelerin boyları birbirine eşittir.

Buna göre, lambalardan birinin oluşturduğu gölgenin boyu kaç metredir?

A) 1 B) 1,2 C) 1,5 D) 1,8 E) 2

2021 TYT

4.

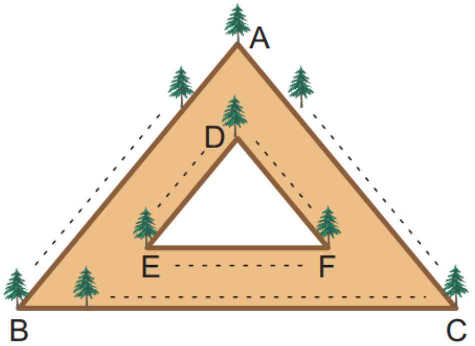


Doğrusal bir parça ve zemine dik olacak biçimde bu parçaya yerleştirilen bir desteğin oluşturduğu eşit kollu olmayan bir tahterevalli yapılmıştır. Düz bir zemine yerleştirilen bu tahterevallinin sol ucu Şekil 1’deki gibi yere değdiğinde sağ ucunun yerden yüksekliği 180 cm oluyor. Tahterevallinin sağ ucu Şekil 2’deki gibi yere değdiğinde ise sol ucunun yerden yüksekliği 90 cm oluyor.

Buna göre, tahterevalliye yerleştirilen desteğin uzunluğu kaç cm’dir?

A) 45 B) 54 C) 60 D) 75 E) 81

5.



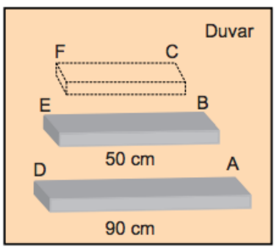
Şekilde karşılıklı kenarları birbirine paralel ve iç içe iki üçgen arasında kalan bölgeden oluşan yürüyüş yolu gösterilmiştir.

Bu yola, A ve D köşelerinden başlayarak üçgenlerin kenarları boyunca üçer metre aralıklarla ağaç dikilecektir.

|AB| = 120 m, |AC| = 150 m, |BC| = 210 m **ve** |DF| = 30 m **olduğuna göre dikilecek toplam ağaç sayısı kaçtır?**

A) 180 B) 182 C) 186 D) 189 E) 192

6.

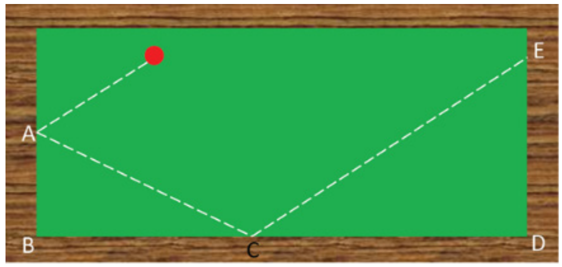


Şekilde uzunlukları 90 cm ve 50 cm olan iki raf sırasıyla A ve B noktalarından birbirine paralel olacak şekilde duvara monte edilmiştir. C noktasından bu raflara paralel, A ile B noktaları arasındaki uzaklık, C ile B noktaları arasındaki uzaklığın 2 katı olacak şekilde yeni bir raf monte edilecektir.

A, B, C **ve** D, E, F **noktaları kendi aralarında doğrusal olduğuna göre yeni rafın uzunluğu kaç santimetre olmalıdır?**

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

7. Aşağıdaki şekilde köşeleri dik bilardo masasında kırmızı topun geçtiği yol çizilmiştir. Top bilardo masasının bantlarına çarpınca geldiği açı ile hareketine devam etmektedir.

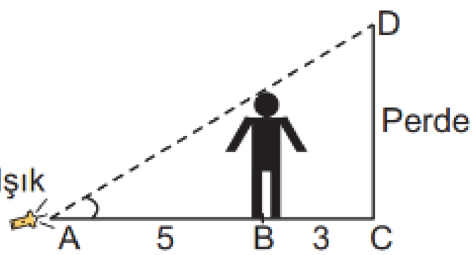


|AB| = 60 cm, |BC| = 100 cm ve |CD| = 120 cm olarak veriliyor.

Buna göre |DE| kaç santimetredir?

A) 72 B) 75 C) 78 D) 81 E) 84

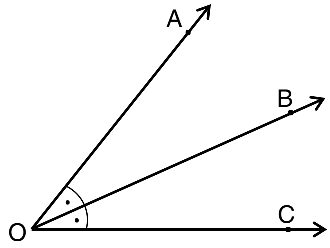
8. Sahnedeki oyuncu şekildeki gibi zeminde bulunan ışıktan 5 metre ve perdeden 3 metre uzakta duruyor.



Oyuncunun boyu 1,75 metre olduğuna göre oyuncunun, perdeye yansıyan görüntüsü kaç metre olur?

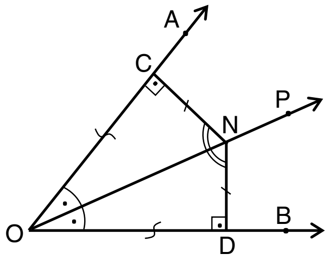
A) 2 B) 2,25 C) 2,4 D) 2,5 E) 2,8

• Bir açıyı iki eş açıya ayıran ışına **açıortay** denir.

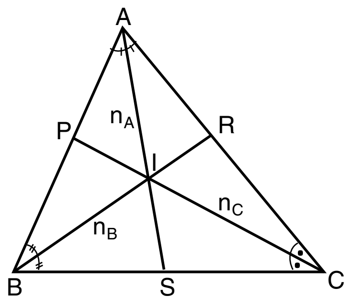


$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC})$ ise [OB, AOC açısının açıortayıdır.

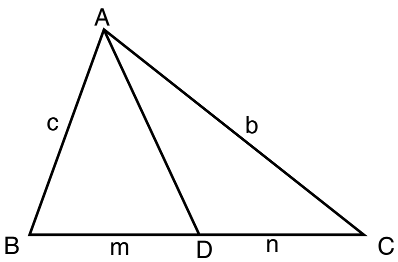
• Açıortay doğrusu üzerindeki herhangi bir noktanın açının kollarına olan uzaklıkları eşittir.



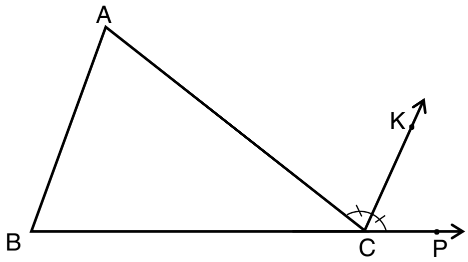
[OP ışını, AOB açısının açıortayı ve herhangi bir N ∈ [OP ise |NC| = |ND| ve |OC| = |OD| tir.



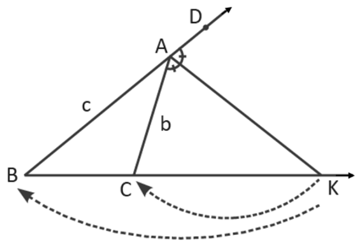
• Bir üçgenin iç açısını iki eşit parçaya bölen ve açının köşesinden karşı kenara çizilen doğru parçası **iç açıortaydır.**
Bir üçgende iç açıortaylar tek noktada kesişir.
$|AS| = n_A$
$|BR| = n_B$
$|CP| = n_C$



ABC üçgeninde B, N ve C noktaları doğrusal olmak üzere A açısına ait açıortay doğru parçasının [BC] nı kestiği nokta N olsun.
$|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BD| = m$, $|NC| = n$ olmak üzere
$\frac{c}{b} = \frac{m}{n}$ dir. Bu teoreme **iç açıortay teoremi** denir.

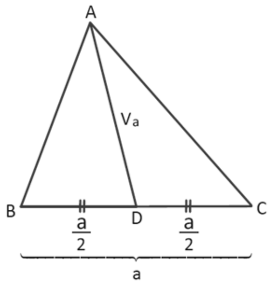


• Bir üçgenin bir dış açısını iki eş açıya ayıran ışına o üçgenin **dış açıortayı** denir.
ABC üçgeninde ACP dış açısının açıortayı olan [CK, C açısına ait dış açıortaydır.



ABC üçgeninde [AK dış açıortay, K ∈ [BC, |AB| = c, |AC| = b olmak üzere $\dfrac{|KC|}{|KB|} = \dfrac{b}{c}$ olur.

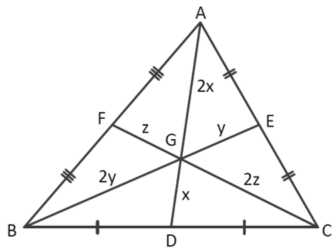
Bu teoreme **dış açıortay teoremi** denir.



Bir üçgende bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına üçgenin bu kenarına ait kenarortayı denir.

ABC üçgeninde |BD| = |DC| olduğundan [AD], [BC] kenarının kenarortayıdır.

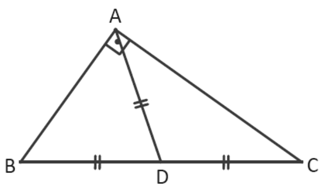
Bu kenarortayın uzunluğu |AD| = V_a şeklinde gösterilir.



Kenarortaylar üçgenin içinde bir noktada kesişir. Bu noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir.

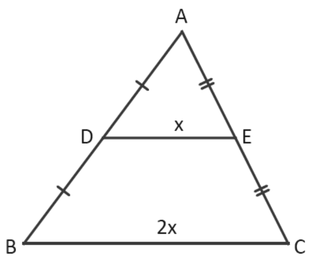
Ağırlık merkezi G ile gösterilir.

Ağırlık merkezi kenarortayı, köşeye 2 birim, kenara 1 birim oranında böler.



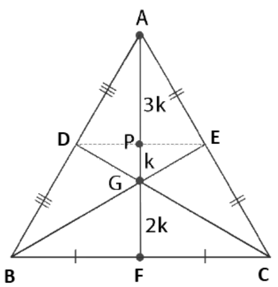
Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.

ABC dik üçgeninde [AD] , hipotenüse ait kenarortay ise |BD| = |DC| = |AD|, |BC| = 2 · |AD| olur.

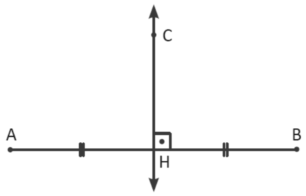


Bir üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasına orta taban denir.

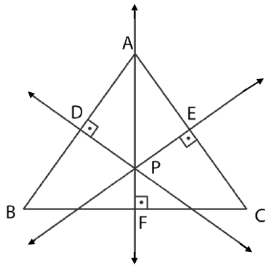
ABC üçgeninde [DE] orta taban ise [DE] // [BC] ve |BC| = 2 · |DE| olur.



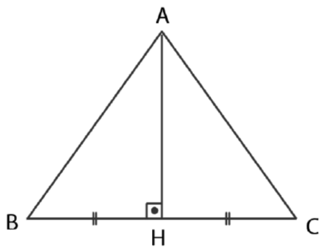
Üçgenin ağırlık merkezi ile orta tabanının kenarortay üzerinde ayırdığı uzunluklar köşeden kenara doğru sırasıyla 3, 1 ve 2 sayılarıyla orantılıdır. ABC üçgeninde |AP| = 3k, |PG| = k ve |GF| = 2k olur.



Bir doğru parçasının orta noktasından geçen ve doğru parçasına dik olan doğruya orta dikme doğrusu denir.
Yandaki şekilde AB doğru parçasının orta dikmesi CH doğrusudur.

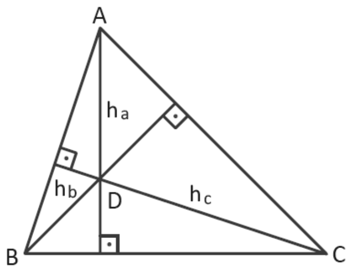


Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına **kenar orta dikme** denir.
Üçgenin kenar orta dikmeleri bir noktada kesişir.

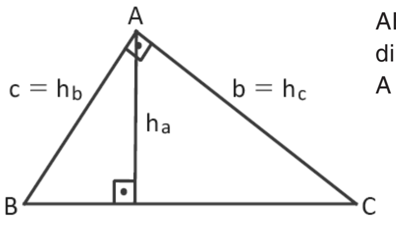


Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak indirilen doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir.

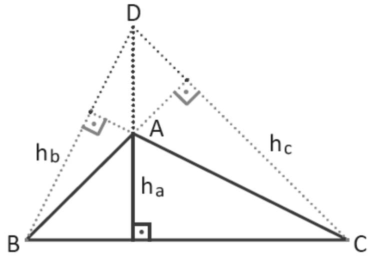
• ABC üçgeninde [AH], [BC] nın yüksekliğidir.
• H noktasına dikme ayağı denir.
• $|AH| = h_a$ ile gösterilir.



Üçgenin yükseklikleri bir noktada kesişir. Bu noktaya **diklik merkezi** denir.

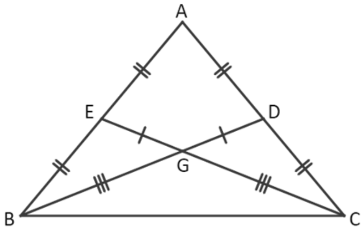


ABC üçgeni dik üçgen ise diklik merkezi üçgenin dik köşesidir.
A noktası aynı zamanda diklik merkezidir.

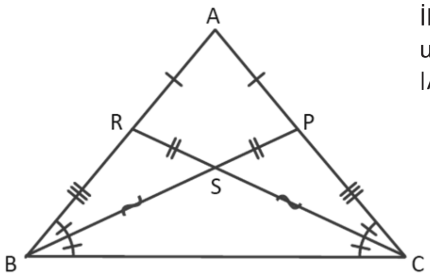


ABC üçgeni geniş açılı üçgen ise diklik merkezi üçgenin dış bölgesindedir.
Diklik merkezi D noktasıdır.

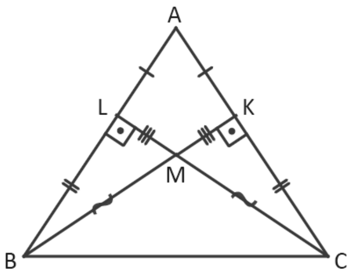
ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI



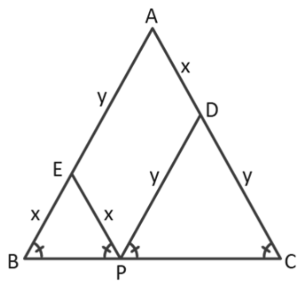
İkizkenar üçgende eş kenarlara ait kenarortay uzunlukları birbirine eşittir.
ABC üçgeninde |AB| = |AC| ⟹ |BD| = |CE| olur.



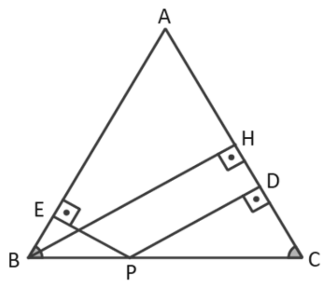
İkizkenar üçgende eş açılara ait açıortay uzunlukları birbirine eşittir. ABC üçgeninde |AB| = |AC| ⟹ |BP| = |CR| olur.



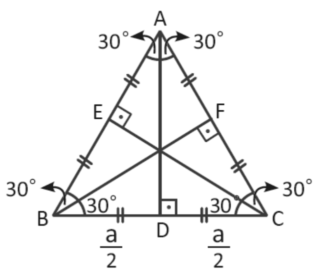
İkizkenar üçgende eş kenarlara ait yükseklik uzunlukları birbirine eşittir.
ABC üçgeninde
|AB| = |AC| ⟹ |BK| = |CL| olur.



İkizkenar üçgende taban üzerindeki herhangi bir noktadan eş kenarlara çizilen paralellerin uzunlukları toplamı, eş kenarlardan birinin uzunluğuna eşittir.
ABC üçgeninde |AB| = |AC| ,
P ∈ [BC] , [PE] // [AC] , [PD] // [AB] ise
|PE| + |PD| = |AB| = |AC| olur.



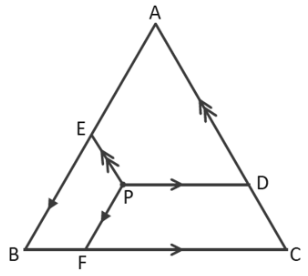
İkizkenar üçgende taban üzerindeki herhangi bir noktadan eş kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı, eş kenarlara ait yüksekliklerin uzunluklarına eşittir. ABC üçgeninde |AB| = |AC| , P ∈ [BC] , [PE] ⊥ [AB] , [PD] ⊥ [AC] ise |PE| + |PD| = |BH| olur.



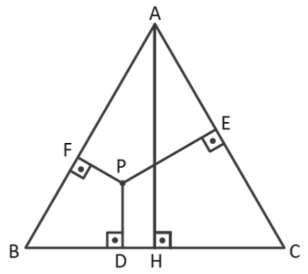
Eşkenar üçgende üç kenara ait yükseklik, kenarortay ile açıortay uzunlukları birbirine eşittir.
ABC üçgeninde |AB| = |AC| = |BC| = a ise

$$|BD| = |DC| = |FC| = |AF| = |AE| = |EB| = \frac{a}{2}$$

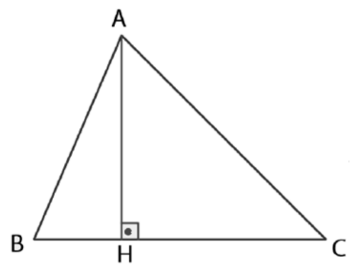
$$V_a = V_b = V_c = n_A = n_B = n_C = h_a = h_b = h_c = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



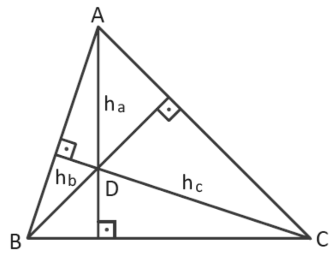
Eşkenar üçgenin iç bölgesinde veya kenarlarının üzerinde alınan herhangi bir noktadan kenarlara çizilen paralellerin uzunlukları toplamı, eşkenar üçgenin bir kenar uzunluğuna eşittir.
P üçgenin içinde herhangi bir nokta,
[PE] // [AC] , [PD] // [BC] , [PF] // [AB] ise
|PD| + |PE| + |PF| = |AB| = |AC| = |BC| olur.



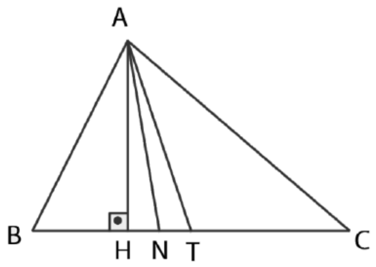
Eşkenar üçgenin iç bölgesinde veya kenarlarının üzerinde alınan herhangi bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı, eşkenar üçgenin yükseklik uzunluğuna eşittir. P, ABC üçgenin içinde herhangi bir nokta,
[PE] ⊥ [AC] , [PD] ⊥ [BC] , [PF] ⊥ [AB] , [AH] ⊥ [BC] ise
|PD| + |PE| + |PF| = |AH| olur.



Üçgenin bir köşesinden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına indirilen dikme ayağı, diğer köşelerdeki büyük açıya daha yakındır.
Şekilde $m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Longrightarrow |HB| < |HC|$ olur.

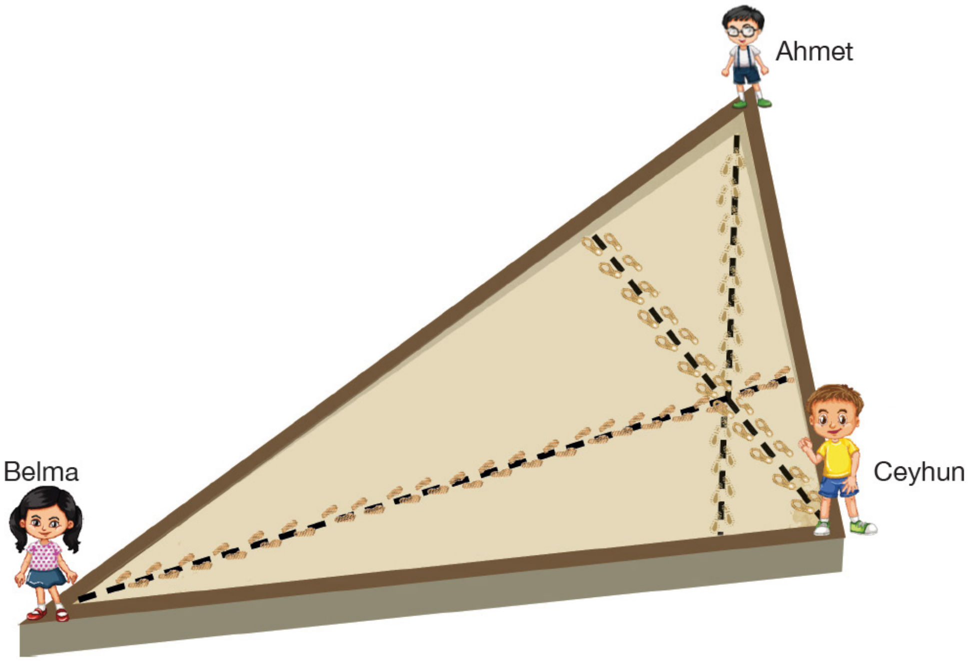


Herhangi bir üçgende kenar uzunlukları arasındaki sıralama ile bu kenara ait yükseklikler arasındaki sıralama ters orantılıdır. Büyük kenara ait yükseklik, küçük kenara ait yükseklikten daha küçüktür.
Bir $\widehat{ABC}$ için $a \le b \le c$ ise $h_a \ge h_b \ge h_c$ olur.



Bir üçgenin herhangi bir köşesine ait olan yükseklik, açıortay ve kenarortay uzunlukları arasında $h \le n \le V$ ilişkisi vardır.
Şekildeki $\widehat{ABC}$ için $h_a = |AH|$, $n_A = |AN|$ ve $V_a = |AT|$ olmak üzere $h_a \le n_A \le V_a$ olur.

AÇIK UÇLU SORU



Şekildeki gibi üçgen biçiminde olan bir kum havuzunun köşelerine Ahmet, Belma ve Ceyhun geçmiştir. Her biri, karşısındaki kenara en kısa yoldan gitmek üzere aynı anda eşit aralıklı adımlar atarak havuzun ortasındaki kesişim noktasında hiç karşılaşmadan istedikleri kenarlara ulaşıyor.

Görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan noktalı kısmı doldurunuz ve soruları cevaplayınız.

1. Üç öğrencinin de ayak izlerinin kesiştiği noktaya ………………………………….. denir.

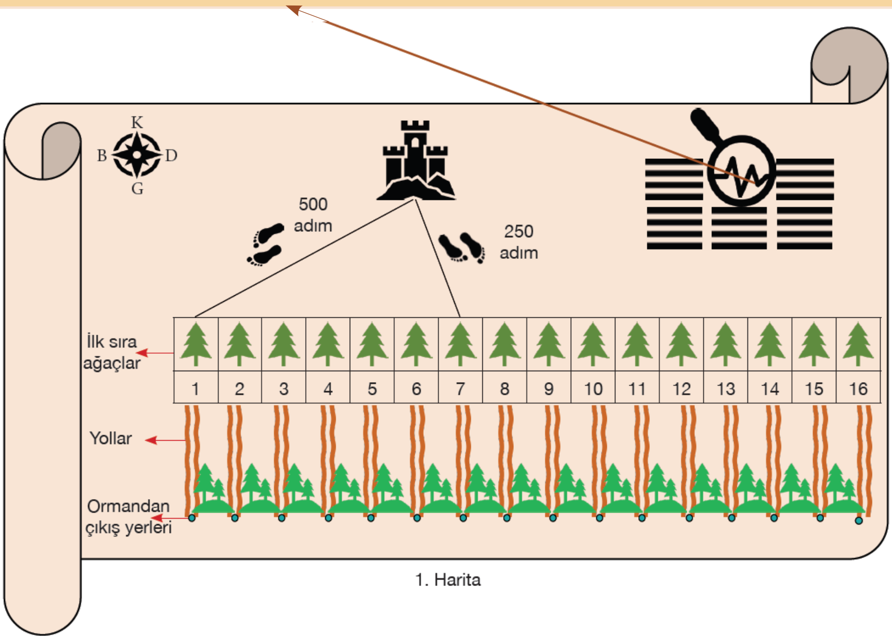
2. Ahmet ile Ceyhun arasındaki mesafe 13 m, Belma ile Ceyhun arasındaki mesafe 20 m ve Ceyhun'un yürüdüğü mesafe 12 m olduğuna göre kum havuzunun çevresi kaç metredir?

3. Belma kaç metre yürümüştür?

Aşağıda hazinenin yerini gösteren harita verilmiştir. Hazineye ulaşmak isteyen kişi aşağıda verilen talimatları harfiyen uygulamak zorundadır.

• Kale ile ormanın batısındaki 1 ve 7. ağaçları köşe kabul eden üçgenin kaleden çizilen iç açıortayının ormanda ulaştığı ilk ağacın altındaki anahtarı al.

• Oluşturulan bu üçgenin kale köşesinden doğuya doğru çizilen dış açıortayının ormanda ulaştığı ilk ağacın devamındaki güvenli yoldan güneye giderek ormanı geç ve ormanın çıkış yerindeki taşın altından hazinenin yerini gösteren haritayı al.



1. Harita

Haritada yer alan numaralandırılmış ağaçların arasındaki mesafe ve atılan adımlar eşit olduğuna göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. Hazinenin anahtarı kaç numaralı ağacın altında saklıdır?

2. Ormandan güvenli bir şekilde kaç numaralı yol kullanılarak çıkılır?

İkinci haritayı bulduğuna göre hazineye çok yaklaştın. Şimdi hazinenin ilk anahtarı da elinde olmalı ve diğer anahtarlar ile birlikte hazineyi açmalısın.

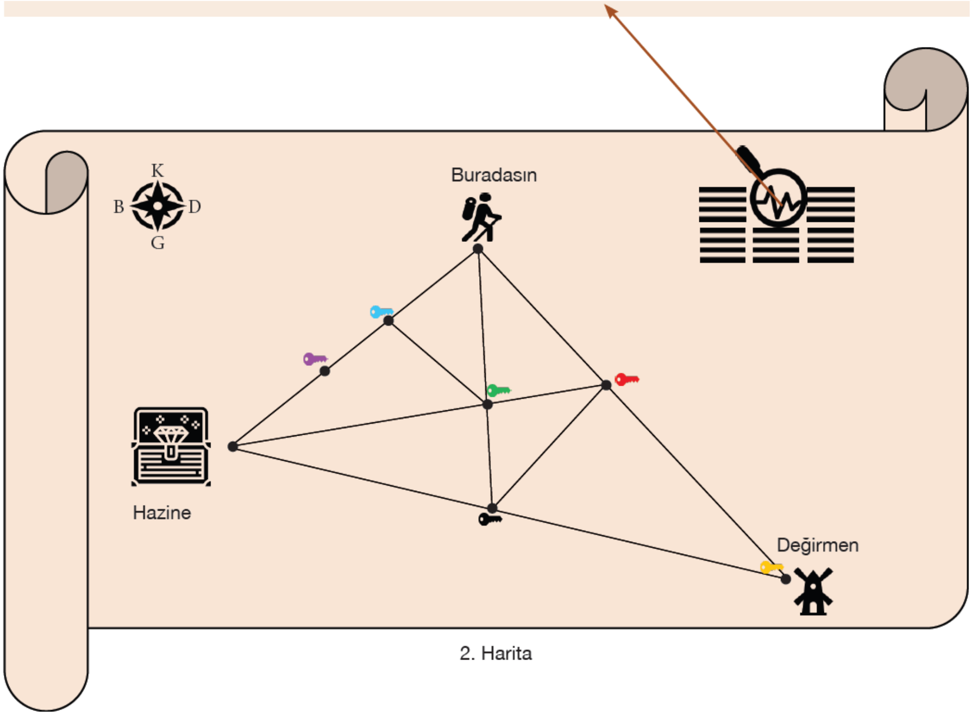
• Bulunduğun yeri, değirmeni ve hazinenin olduğu yeri köşe kabul eden üçgeni oluştur. Bulunduğun yerden hazine 150 adım, değirmen 360 adımdır. Değirmen ile hazine arası ise 390 adımdır.

• Kırmızı ve siyah anahtarlar bulundukları yolun tam orta noktasındadır.

• Mavi ve yeşil anahtar arasındaki yol ile kırmızı ve sarı anahtar arasındaki yol birbirine paraleldir.

• Hazinenin bulunduğu yer, yeşil anahtar ve kırmızı anahtar ile bulunduğun yer, yeşil anahtar ve siyah anahtar doğrusaldır.

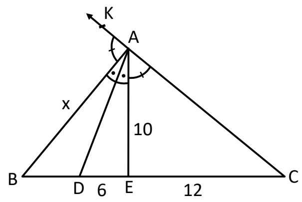
Diğer yollar güvenli olmadığı için sadece haritada çizili yollardan giderek tüm anahtarları topla.



2. Harita

3. 2. Harita'da yerleri belirtilmiş 6 anahtarı toplayarak hazineye ulaşmak icin <u>en az</u> kaç adım atılması gerekir?

1.



ABC üçgen

[AD], $(\widehat{BAE})$'nin açıortayıdır.

$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{BAK})$

$|AE| = 10$ cm,

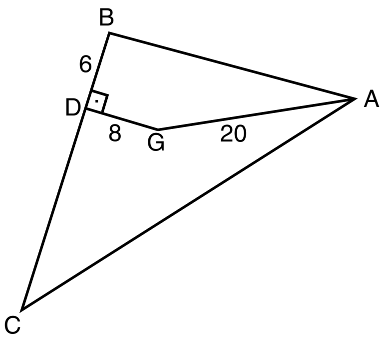
$|DE| = 6$ cm

$|EC| = 12$ cm

olduğuna göre $|AB| = x$ **kaç santimetredir?**

A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

2.



ABC üçgen,

G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi,

$|AG| = 20$ cm

$|BD| = 6$ cm,

$|DG| = 8$ cm

olduğuna göre $|DC| = x$ **kaç santimetredir?**

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

3. Şenol Öğretmen, öğrencisi Hasan'dan bir etkinliği aşağıdaki sırayla yapmasını istiyor.

- $[AB] \perp [BC]$ olacak şekilde bir ABC üçgeni çizelim.
- $|BD| = 4$ birim ve $|DC| = 5$ birim olacak şekilde [BC] kenarı üzerinde bir D noktası alalım.
- $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD})$ olduğuna göre ABC üçgeninin çevresini bulalım.

Buna göre Hasan etkinliği tamamladığında bulduğu doğru sonuç kaç birimdir?

A) 25 B) 30 C) 36 D) 40 E) 45

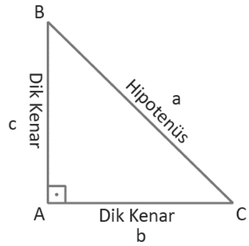
4. ABC üçgeni ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

$|AB| = 10$ birim

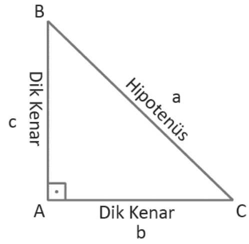
$|AC| = 12$ birim

Buna göre BC **kenarına ait kenarortayın uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?**

A) 66 B) 65 C) 55 D) 54 E) 22



Bir açısı 90 derece olan üçgene **dik üçgen** denir. Dik üçgende 90 derecenin karşısındaki kenara **hipotenüs**, diğer kenarlara **dik kenar** adı verilir. Hipotenüs uzunluğu dik kenar uzunluklarından daha büyüktür.

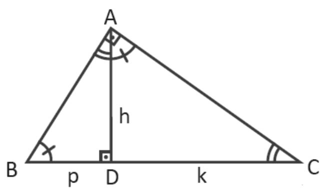


Pisagor teoremi:

Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir.

$a^2 = b^2 + c^2$

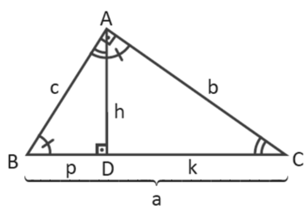
Kenarları Tam Sayı Olan Özel Dik Üçgenler											
3k	4k	5k	5k	12k	13k	8k	15k	17k	7k	24k	25k
3	4	5	5	12	13	8	15	17	7	24	25
6	8	10	10	24	26	16	30	34	14	48	50
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...



Öklid teoremi:

Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, bu yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının çarpımına eşittir.

$h^2 = p \cdot k$



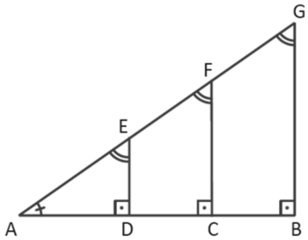
Öklid teoremi:

Bir dik üçgende, bir dik kenarın uzunluğunun karesi, hipotenüse ait yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçalardan kenara yakın olanın uzunluğu ile hipotenüsün uzunluğunun çarpımına eşittir.

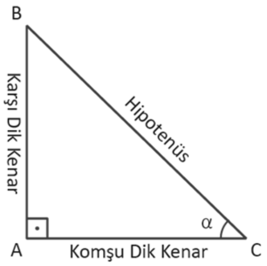
$c^2 = p \cdot a$

$b^2 = k \cdot a$

Trigonometri, açıları aynı olan benzer dik üçgenlerin belirlenen kenarlarının uzunlukları arasındaki oranların değişmediğini gösterir. Bu oranlara **trigonometrik oranlar** denir. Trigonometrik oranlar bulunurken dik üçgen kullanılması gerekir. Eğer verilenler arasında dik üçgen yoksa trigonometrik oranı istenen açıyı kapsayacak şekilde uygun bir dik üçgen oluşturulur.

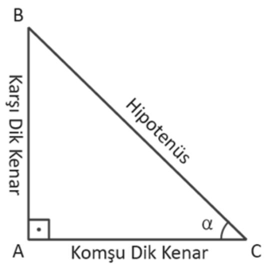


ABG, ACF ve ADE üçgenleri
A.A. benzerlik kuralına göre benzerdir.



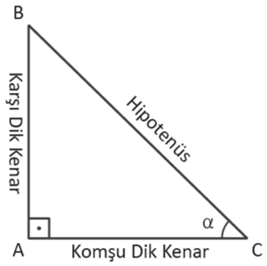
$0^0 < \alpha < 90^0$ olmak üzere
bir α açısının sinüs değeri, dik üçgende karşı dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranıdır.
Kısaca sinα ile gösterilir.

$$\sin\alpha = \frac{\text{karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{hipotenüs uzunluğu}}$$



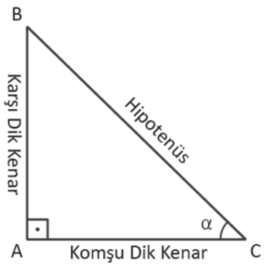
$0^0 < \alpha < 90^0$ olmak üzere
Bir α açısının kosinüs değeri, dik üçgende komşu dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranıdır.
Kısaca cosα ile gösterilir.

$$\cos\alpha = \frac{\text{komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{hipotenüs uzunluğu}}$$



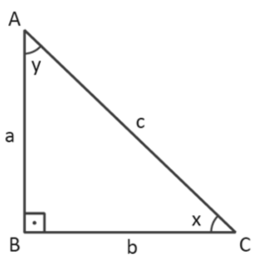
$0^0 < \alpha < 90^0$ olmak üzere
Bir α açısının tanjant değeri, dik üçgende karşı dik kenar uzunluğunun komşu dik kenar uzunluğuna oranıdır.
Kısaca tanα ile gösterilir.

$$\tan\alpha = \frac{\text{karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{komşu dik kenar uzunluğu}}$$



$0^0 < \alpha < 90^0$ olmak üzere
Bir α açısının kotanjant değeri, dik üçgende komşu dik kenar uzunluğunun karşı dik kenar uzunluğuna oranıdır.
Kısaca cotα ile gösterilir.

$$\cot\alpha = \frac{\text{komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{karşı dik kenar uzunluğu}}$$



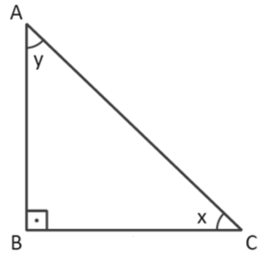
Dik üçgende bulunan dar açıların trigonometrik oranları alındırığında

$$\sin x = \frac{a}{c} \qquad \cos y = \frac{a}{c}$$

$$\cos x = \frac{b}{c} \qquad \sin y = \frac{b}{c}$$

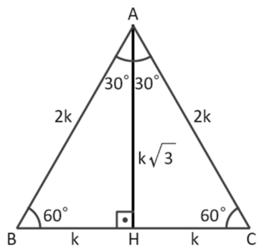
$$\tan x = \frac{a}{b} \qquad \cot y = \frac{a}{b}$$

$$\cot x = \frac{b}{a} \qquad \tan y = \frac{b}{a} \text{ olur.}$$



Toplamları 90 dereceye eşit olan açılardan birinin sinüs değeri diğerinin kosinüs değerine, birinin tanjant değeri diğerinin kotanjant değerine eşittir.

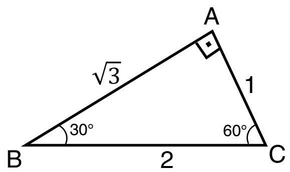
$x + y = 90^0 \Longrightarrow \sin x = \cos y$ ve $\tan x = \cot y$



ABC eşkenar üçgeninin bir köşesinden karşı kenara dik inildiğinde bu yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır. Buradan $30^0 - 60^0 - 90^0$ üçgeni elde edilmiş olur.

30^0 lik açının karşısındaki dik kenarın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

60^0 lik açının karşısındaki dik kenarın uzunluğu, 30^0 lik açının karşısındaki dik kenarın uzunluğunun $\sqrt{3}$ katına eşittir.



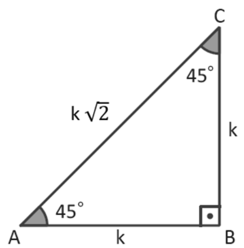
30° ve 60° nin trigonometrik oranları:

$\sin 30° = \dfrac{1}{2}$ $\qquad \cos 60° = \dfrac{1}{2}$

$\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad \cot 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\cot 30° = \sqrt{3}$ $\qquad \tan 60° = \sqrt{3}$ olur.

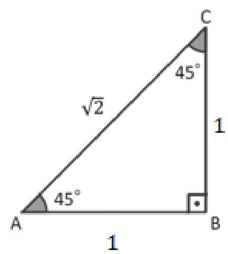


İkizkenar dik üçgen olan $45^0 - 45^0 - 90^0$ üçgenindeki hipotenüs uzunluğu, eşit olan dik kenarların uzunluklarının $\sqrt{2}$ katıdır.

ABC ikizkenar dik üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 90^0$

$|AB| = |BC| = k$ ise Pisagor teoreminden

$|AC| = k\sqrt{2}$ olarak bulunur.



45° nin trigonometrik oranları:

$\sin 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

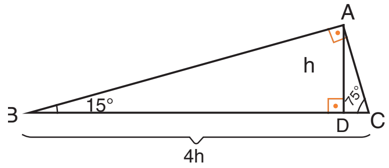
$\cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45° = 1$

$\cot 45° = 1$

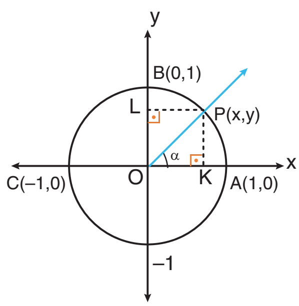
Trigonometrik oranlardan biri belli iken diğerlerinin bulunması istendiğinde

- Verilen trigonometrik orana uygun dik üçgen çizilir.
- Çizilen dik üçgen yardımıyla diğer trigonometrik oranlar hesaplanır.



$15^0 - 75^0 - 90^0$ dik üçgeninde hipotenüsün uzunluğu, hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun 4 katıdır.

$|BC| = 4 \cdot |AD|$



Analitik düzlemde merkezi orijin (başlangıç noktası) ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** denir.

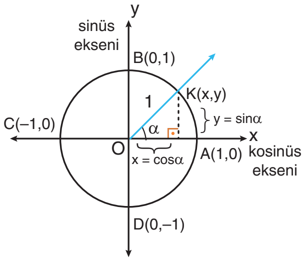
KOP dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulandığında $x^2 + y^2 = 1$ denklemi elde edilir.

α açısına göre trigonometrik oranlar yazıldığında

$\sin\alpha = \dfrac{y}{1}$, $\cos\alpha = \dfrac{x}{1}$, $\tan\alpha = \dfrac{y}{x}$, $\cot\alpha = \dfrac{x}{y}$ elde edilir.

Sonuç olarak yarıçap doğrusunun birim çemberi kestiği P noktasının

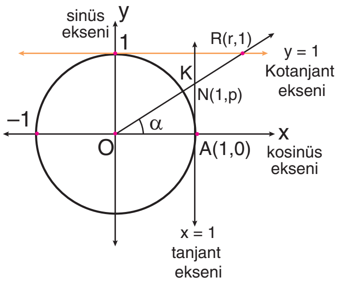
- apsisi (x), α açısının **kosinüs** değerini
- ordinatı (y), α açısının **sinüs** değerini verir.



x eksenine kosinüs ekseni, y eksenine **sinüs ekseni** denir.

TOK dik üçgeninde Pisagor teoremiyle

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ elde edilir.

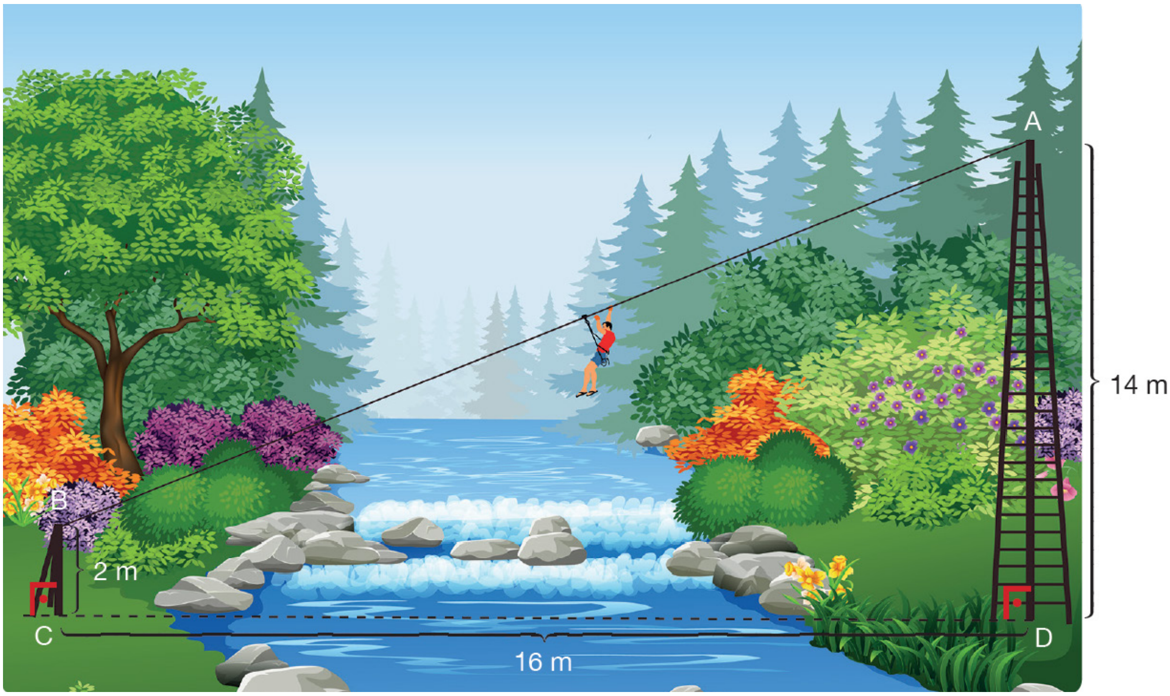


x = 1 doğrusuna tanjant ekseni, y = 1 doğrusuna **kotanjant ekseni** denir.

K(x, y) noktası birim çember üzerinde bir nokta ve $m(\widehat{AOK}) = \alpha$ olmak üzere

- [OK nın tanjant eksenini kestiği nokta olan N(1, p) için $p = \tan\alpha$ olur.
- [OK nın kotanjant eksenini kestiği nokta olan R(r, 1) için $r = \cot\alpha$ olur.

AÇIK UÇLU SORU



Bağlanmış çelik halat vasıtasıyla emniyet kemeri takarak vücut ağırlığı ve yerçekimi yardımıyla yüksek bir noktadan alçak bir noktaya kayma aktivitesine ziplayn denir. Kanyonlarda, vadilerde ve dağlık alanlarda kurulmuş zipline hatları bulunmaktadır. Ülkemizde Çankırı-Ilgaz, Rize-Ayder Yaylası, Artvin-Çoruh Irmağı gibi birçok yerde bu aktivite yapılmaktadır.

Arkadaşlarıyla gittiği spor kampında zipline heyecanı yaşamaya karar veren Kadir, yukarıda verilen şekildeki gibi ırmak üzerinde gerili halatın A noktasından B noktasına doğru kayacaktır.

Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

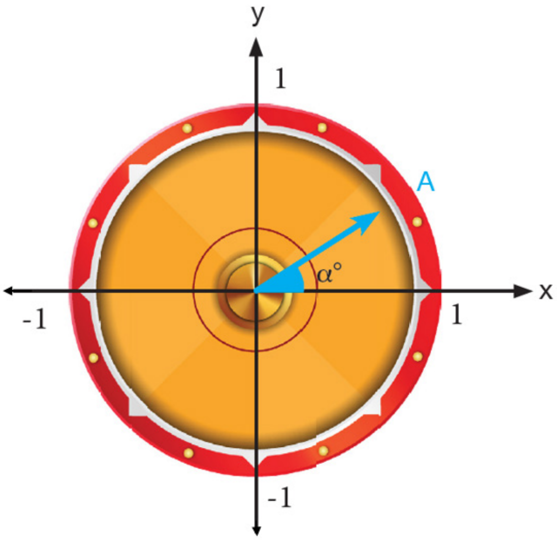
1. A ve B noktaları arasındaki mesafe kaç metredir?

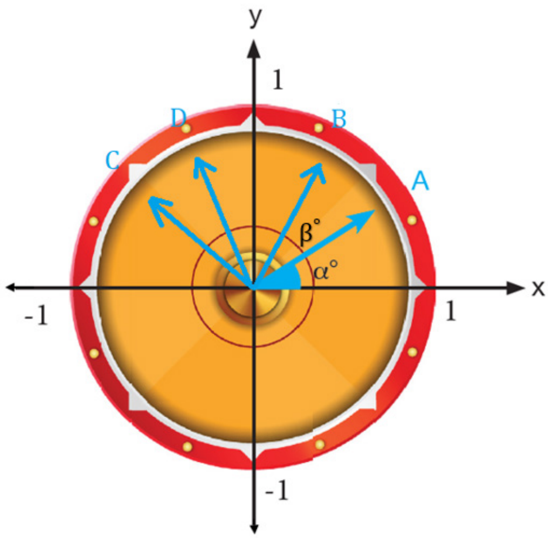
2. Halatın tam orta noktasındayken Kadir'in CD doğru parçasına uzaklığı en az kaç metredir?

Matematik Öğretmeni Serkan Bey, öğrencilerine yönlü açıları ve birim çemberi kavratmak amacıyla aşağıda şekli verilen birim çember biçiminde bir çark hazırlayarak sınıfa getiriyor.

Serkan Bey, çarkı şekildeki gibi x ekseni ile pozitif yönde α derecelik açı yapacak şekilde konumlandırıyor.

Serkan Bey'in konumlandırdığı çarkta okun birim çemberde gösterdiği A noktasının apsisi $\frac{3}{5}$ oluyor.





Serkan Bey, çark üzerinde sırasıyla aşağıdaki adımları uyguluyor.

A noktasında konumlandırdığı oku, pozitif yönde β derece döndürdüğünde okun birim çember üzerinde geldiği koordinat sisteminin birinci bölgesindeki B noktasının ordinatı $\frac{12}{13}$ oluyor.

Oku, koordinat sisteminin ikinci bölgesindeki koordinatları toplamı sıfır olan C noktasına getiriyor.

Son olarak oku, koordinat sisteminin ikinci bölgesindeki apsisi $-\frac{1}{2}$ olan D noktasına getiriyor.

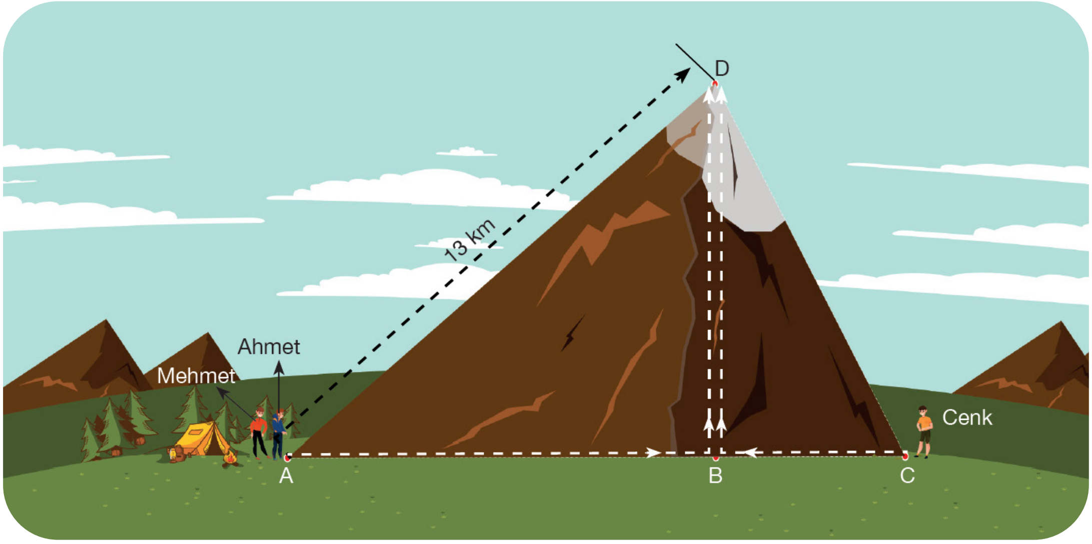
Yukarıdaki görsellere ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları sırasıyla cevaplayınız.

a) A noktasının ordinatı kaçtır?

b) $\tan(\alpha + \beta)$ ifadesinin değeri kaçtır?

c) OC doğru parçasının x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü kaç derecedir?

ç) OD doğru parçasının x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü kaç derecedir?



Görselde bir kamp alanı ve bu kamp alanından dağın zirvesine giden yollar gösterilmiştir. A noktasında bulunan Ahmet ve Mehmet'ten, Ahmet A dan B ye yürüyerek ve B den D ye tırmanarak, Mehmet A dan D ye tırmanarak zirveye ulaşıyor. C noktasında bulunan Cenk ise C den B ye yürüyerek, B den D ye tırmanarak zirveye ulaşıyor. Toplamda Ahmet 17 km, Mehmet ise 13 km yol alıyor.

A, B ve C noktaları zeminde doğrusal, $[AD] \perp [DC]$, $[DB] \perp [AC]$ ve $|AB| > |BD|$ dır.

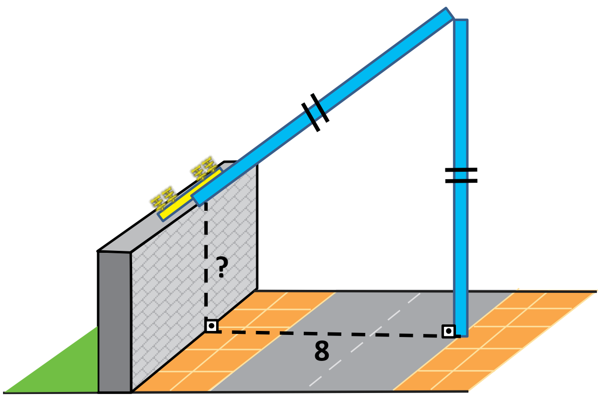
Verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

a) Ahmet, B noktasından D noktasına kaç kilometre tırmanmıştır?

b) Cenk, C noktasından B noktasına kaç kilometre yürümüştür?

2018 TYT

1. Uzunluğu 20 metre olan mavi renkli elektrik direği, fırtına nedeniyle tam ortadan kırılmış ve direğin uç noktası şekilde görüldüğü gibi direğe 8 metre uzaklıkta bulunan duvarın üzerine gelmiştir.

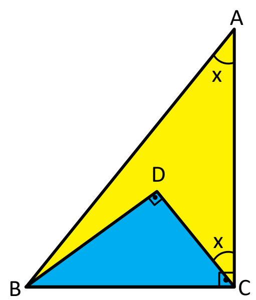


Buna göre, duvarın yüksekliği kaç metredir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2019 TYT

2. Birer kenarları çakışık olan ABC ile BCD dik üçgenleri şekildeki gibi çizildikten sonra oluşan iki bölge sarı ve mavi renge boyanmıştır.



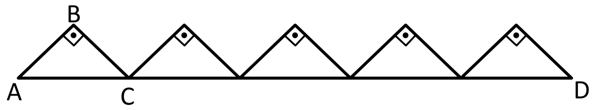
$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{BAC})$

olduğuna göre, sarı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin2x B) cos2x C) $\sin^2 x$ D) $\cot^2 x$ E) $\csc^2 x$

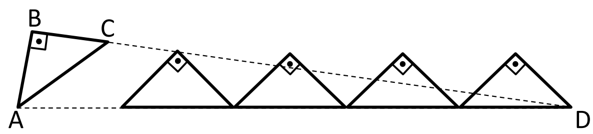
2020 TYT

3. Dik kenar uzunlukları 1 birim olan 5 özdeş ikizkenar dik üçgen, hipotenüsleri aynı doğru üzerinde olacak ve yan yana gelen üçgenlerin birer köşesi çakışacak biçimde Şekil 1'deki gibi diziliyor.



Şekil 1

Sonra ABC üçgeni A noktası etrafında bir miktar döndürülüyor ve Şekil 2'deki gibi B, C ve D noktaları doğrusal oluyor.



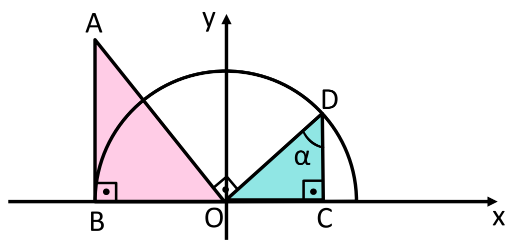
Şekil 2

Buna göre, son durumda C ve D noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

2020 TYT

4. Dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile B ve D noktaları bu yarım çember üzerinde olan OAB ve OCD dik üçgenleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde [OA] ve [OD] doğru parçaları dik kesişmektedir.

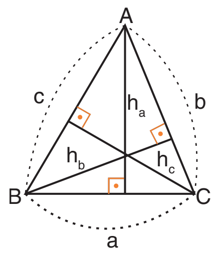
Buna göre, OAB üçgeninin alanının OCD üçgeninin alanına oranının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanα B) cotα C) cscα D) $\tan^2\alpha$ E) $\sec^2\alpha$

ÜÇGENİN ALANI

Bir üçgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenar uzunluğuna ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

Bir $\widehat{ABC}$ nin alanı $A(\widehat{ABC})$ biçiminde gösterilir.

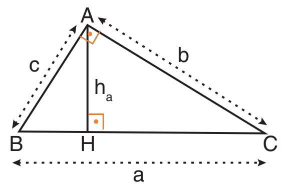


Dar Açılı Üçgende Alan:

Üçgenin alanı, üçgenin herhangi bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir.

Kenar uzunlukları a birim, b birim ve c birim olan ABC üçgeninin alanı:

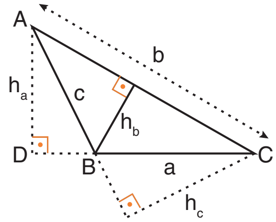
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Dik Açılı Üçgende Alan:

Dik üçgensel bölgenin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpımının yarısının alınması ile bulunur. Eğer hipotenüse ait yükseklik biliniyorsa taban ile yükseklik çarpımının yarısı da alınabilir.

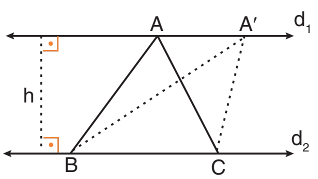
$A(\widehat{ABC}) = \dfrac{a \cdot h_a}{2} = \dfrac{b \cdot c}{2}$ ise $b \cdot c = a \cdot h_a$ olur.



Geniş Açılı Üçgende Alan:

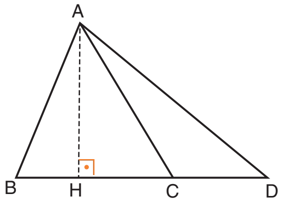
Geniş açılı bir üçgende B açısı geniş açı ise [AB] ve [BC] kenarlarına ait yükseklikler üçgenin dış bölgesindedir.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



$A \in d_1$, $B, C \in d_2$, $d_1 \parallel d_2$ olmak üzere ABC üçgeninin A noktası d_1 doğrusu üzerinde hareket ettirildiğinde oluşan A′BC üçgeninin alanı değişmez. Bu üçgenlerin tabanları ve yükseklikleri aynı uzunluktadır.

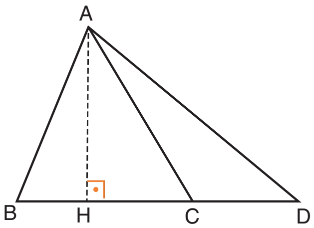
$$A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{A'BC}) = \frac{|BC| \cdot h}{2}$$



B, H, C, D noktaları doğrusaldır.

Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı bu yüksekliklere ait taban uzunlukları oranına eşittir.

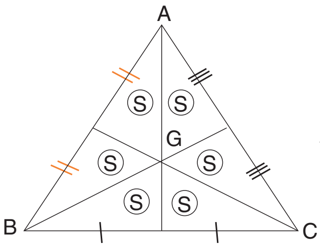
$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{ACD})} = \frac{|BC|}{|CD|}$$



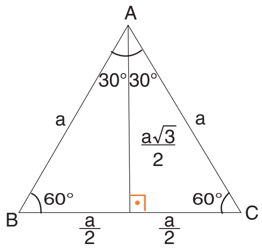
Kenarortay, üçgeni alanları eşit olan iki parçaya ayırır.

ABC üçgeninde

$|BH| = |HC|$ ise $A(\widehat{ABH}) = A(\widehat{AHC})$ olur.

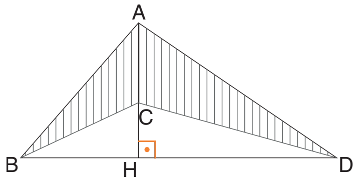


Ağırlık merkezi üçgenin alanını 6 eşit parçaya ayırır.

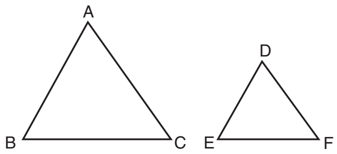


Eşkenar üçgende bir köşeden karşısındaki kenara dik indirilğinde 30°– 60°– 90° dik üçgeni oluşacağından

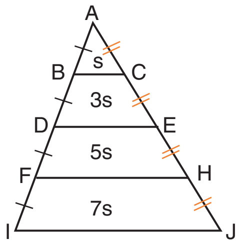
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



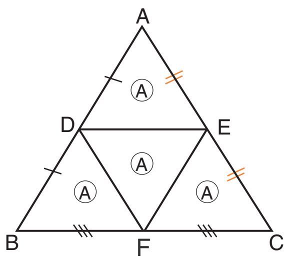
Taralı Alan $= \dfrac{|BD| \cdot |AC|}{2}$ ile bulunur.



Benzer iki üçgenin alanları oranı benzerlik oranının karesine eşittir. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve benzerlik oranı k ise $\dfrac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k^2$ olur.

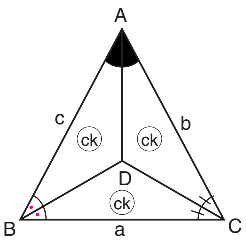


Birbirine paralel olan ve kestikleri kenarları kendi aralarında eşit uzunluklara bölen doğrular, üçgeni şekildeki gibi alanlara ayırır.

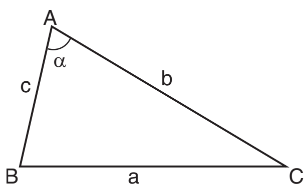


[DE], [DF] ve [EF] ayrı ayrı orta tabandır.

$A(\widehat{ADE}) = A$ olsun. [DE] // [BC] olduğundan $\widehat{BDF}$, $\widehat{DEF}$, $\widehat{EFC}$ nin yükseklikleri eşittir. Yükseklikleri ve bu yüksekliklere ait taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanları eşittir.

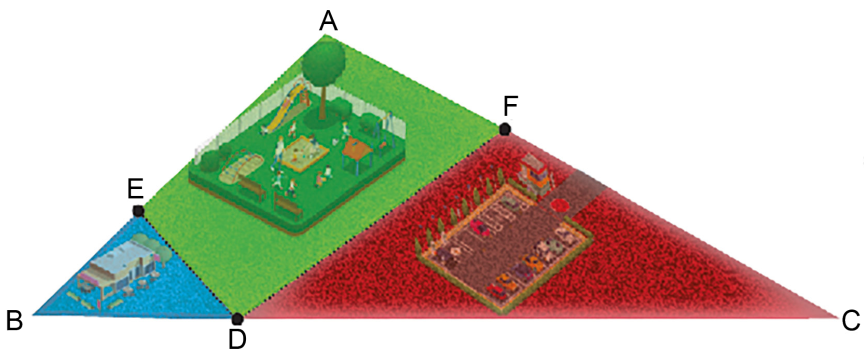


$\widehat{ABC}$ nin köşelerinin ve iç açıortaylarının kesim noktası ile oluşturulan üçgenlerin alanları, $\widehat{ABC}$ ile ortak olan kenarların uzunluklarıyla doğru orantılıdır. ($k \in \mathbb{R}^+$)



İki kenarı ve bu iki kenar arasındaki açısı bilinen üçgenin alanı:

$A(\widehat{ABC}) = \dfrac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ formülü ile bulunur.



Yandaki görselde

|AB| = 3 · |EB|

|AC| = 3 · |AF|

|BC| = 4 · |BD|

şeklindedir.

Bir belediyenin park ve bahçeler müdürlüğü, belediyeye ait üçgen biçiminde olan 1200 metrekare bir arsada yukarıdaki görselde verildiği gibi imar çalışması yapmıştır. Belediye yeşille boyanmış alana çocuklar için park, maviyle boyanmış alana kafe ve kırmızıyla boyanmış alana araçlar için otopark yapmak istiyor.

Buna göre göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Çocuk parkı için ayrılmış alan kaç metrekaredir?

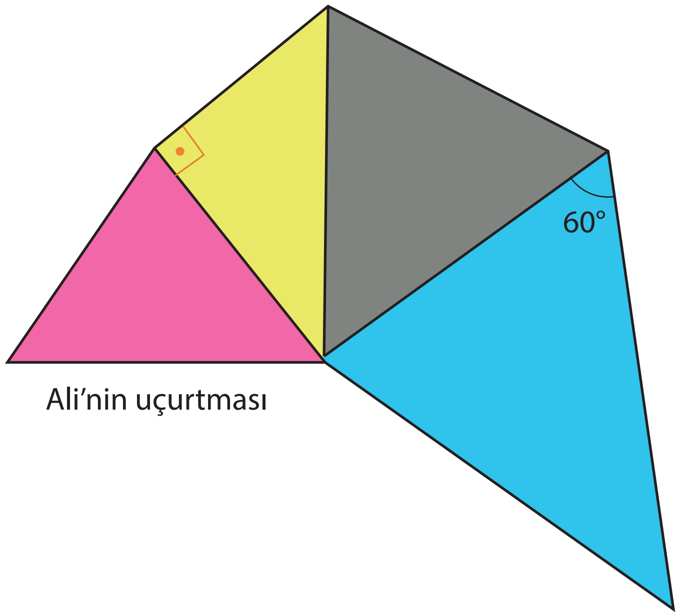
b. Kafe için ayrılmış alan kaç metrekaredir?

c. Araç parkı için ayrılmış alan kaç metrekaredir?

BECERİ TEMELLİ SORU

Babası 9 yaşındaki Ali'ye bir uçurtma yapmak istemektedir. Bunun için çeşitli uzunlukta çıtalar alarak eve gelmiş, Ali uçurtmayı yardım almadan kendisi yapmak istemiştir. Ali, uçurtma yapımı ile ilgili hiçbir bilgisi olmamasına rağmen büyük bir uğraşla çıtaları birbirine yapıştırmış ve aşağıdaki uçurtmayı yapmıştır.

Ali'nin çıtaları şekildeki gibi yapıştırmasıyla uçurtmada soldan sağa sırasıyla eşkenar üçgen, dik üçgen, ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen oluşmuştur.



Ali'nin uçurtması

Ali'nin yaptığı uçurtmada;

- Kullandığı 9 çıtadan birinin uzunluğu 60 cm, bir diğeri 50 cm ile 60 cm arasında olup tam sayı değildir.

- Eşkenar üçgenin alanı $400\sqrt{3}$ cm^2 dir.

- Dik üçgenin en uzun kenarı, eşkenar üçgenin kenar uzunluklarından birinin $\frac{5}{4}$ katıdır.

- İkizkenar üçgenin eş kenarları diğer kenarından uzun olup en kısa kenarı ile eşkenar üçgenin bir kenarı eşit uzunluktadır.

- Çeşitkenar üçgenin en kısa kenarı ikizkenar üçgenin eş kenarlarından biri ile aynı uzunluktadır.

- Çeşitkenar üçgenin en kısa kenarı ile en uzun kenarı arasındaki açı 60° dir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Ali'nin uçurtmasında kullandığı uzunluğu tam sayı olan çıtaların sayısı ve uzunluk ölçüleri kaçtır?

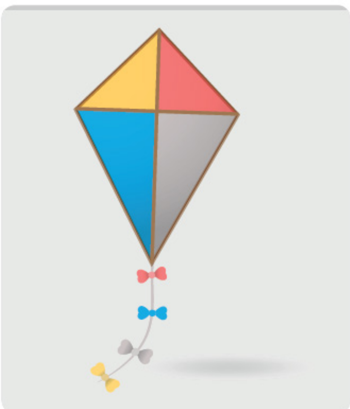
b. Ali'nin uçurtmasında oluşan ikizkenar üçgenin alanı kaç santimetrekaredir?

c. Ali'nin uçurtmasında oluşan çeşitkenar üçgenin alanı kaç santimetrekaredir?

ç. Ali, bu uçurtmayı bir türlü uçuramayınca babası bir yandan uçurtmayı tekrar yapmaya bir yandan da uçurtma yapılışını oğlu Ali'ye anlatmaya başlar:

"Bak Aliciğim önce şu 70 cm'lik iki çıtayı alıp uçlarından farklı uzunluklarda bir miktar keserek daha kısa olanı yatay, uzun olanı düşey ve birbirine dik olacak şekilde yapıştırıyoruz. İki adet 40 cm ve iki adet 50 cm'lik çıtaları alarak 40 cm olanları üst, 50 cm olanları ise alt tarafa 40 ve 50 cm'lik çıtaların kesiştiği yerler 90 derece olacak şekilde yapıştırıyoruz. Ucundan kesip düşey olarak yerleştirdiğimiz çıtanın 50 cm'lik çıtalarla kesiştiği yere hazırladığımız kuyruğu bağlıyoruz."

Buna göre Ali'nin babasının yaptığı uçurtmanın alanı kaç santimetrekaredir?


Ali'nin babasının yaptığı uçurtma

2021 TYT

1. Bir ABC üçgeni ve bu üçgenin AB kenarı üzerinde alınan bir D noktası ile ilgili aşağıdaki dört ifadeden ikisinin doğru ikisinin yanlış olduğu biliniyor.

I. $AB \perp CD$

II. $|AD| = |BD|$

III. $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD})$

IV. $A(\overset{\triangle}{ACD}) = A(\overset{\triangle}{BCD})$

Buna göre, bu üçgen için doğru olan ifadeler aşağıdakilerden hangisidir?

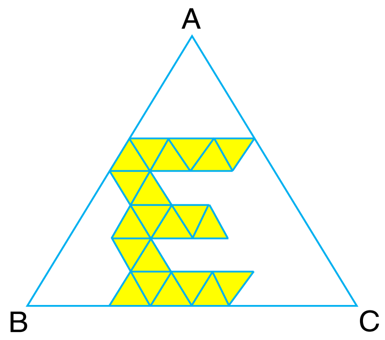
A) I ve II B) I ve III C) I ve IV D) II ve III E) II ve IV

2. Bir ABC üçgeninin tabanı $\frac{1}{4}$ oranında arttırılır ve o tabana ait yükseklik $\frac{1}{3}$ oranında azaltılırsa alanı 100 birimkare olmaktadır.

Buna göre başlangıçtaki ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 180

3. Şekildeki ABC eşkenar üçgeninin içerisine, özdeş eşkenar üçgenler kullanılarak E harfi yazılıyor.



Harfi oluşturan üçgenlerin alanları toplamı 63 birimkare olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 63 B) 64 C) 120 D) 144 E) 192

ÜÇGENLERDE TEMEL KAVRAMLAR

AÇIK UÇLU SORU — **SAYFA 14**

a) 40°

b) Küçüktür

c) Büyüktür

ç) Büyüktür

d) $m(\hat{E}) < m(\hat{F}) < m(\hat{D})$

ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR — **SAYFA 15 - 16**

1. D 2. D 3. E 4. A 5. C 6. B 7. D 8. D

ÜÇGENLERDE EŞLİK VE BENZERLİK

AÇIK UÇLU SORU — **SAYFA 21**

1. 160 m
2. 800 m
3. $40\sqrt{10}$ m

BECERİ TEMELLİ SORU — **SAYFA 22**

1. 624 m
2. $3{,}2 \cdot \sqrt{401}$ m
3. $31{,}2 \cdot \sqrt{401}$ m

ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR — **SAYFA 23 - 24**

1. E 2. D 3. C 4. C 5. E 6. D 7. A 8. E

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI

AÇIK UÇLU SORU — **SAYFA 30**

a) Diklik merkezi

b) 54

c) $\frac{252}{13}$

BECERİ TEMELLİ SORU **SAYFA 31-32**

1. 5 numaralı ağaç
2. 13 numaralı yol
3. 840

ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR **SAYFA 33**

1. A 2. B 3. C 4. D

DİK ÜÇGEN VE TRİGONOMETRİ

AÇIK UÇLU SORU **SAYFA 38**

1. 20 m
2. 8 m

BECERİ TEMELLİ SORULAR I **SAYFA 39**

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{12}{5}$

c) 135°

ç) 120°

BECERİ TEMELLİ SORULAR II **SAYFA 40**

a) 5

b) $\frac{25}{12}$

ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR **SAYFA 41**

1. C 2. D 3. C 4. E

ÜÇGENİN ALANI

AÇIK UÇLU SORU — SAYFA 45

a) 500 m^2

b) 100 m^2

c) 600 m^2

BECERİ TEMELLİ SORU — SAYFA 46 - 47

a) 1 adet 30 cm

4 adet 40 cm

2 adet 50 cm

1 adet 60 cm

b) $200\sqrt{21}$ cm^2

c) 750 cm^2

ç) 2000 cm^2

ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR — SAYFA 48

1. E 2. B 3. E